

УДК 533.6.011.72:537.84

© 1999 г. Е.А. ПУШКАРЬ

## НАКЛОННЫЕ НЕПЛОСКОПОЛЯРИЗОВАННЫЕ МГД УДАРНЫЕ ВОЛНЫ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Условия на наклонных МГД ударных волнах разрешены с учетом трехмерности состояния среды и магнитного поля, так что при заданных параметрах перед разрывом все величины за ним находятся как функции наклона фронта разрыва. Выписаны условия эволюционности МГД ударных волн. Соотношения на неплоскополяризованных альфвеновских разрывах разрешены как функции угла поворота магнитного поля вокруг нормали к разрыву. Рассмотрено наклонное взаимодействие двух быстрых МГД ударных волн при наличии компоненты напряженности магнитного поля, параллельной линии пересечения их фронтов.

При решении стационарных задач магнитной гидродинамики возникает необходимость исследования ударных волн в системе координат, заданной постановкой задачи. Угол наклона нормали к фронту ударной волны неизвестен и должен быть найден в процессе решения. Поэтому невозможен выбор системы координат, в которой одна из осей направлена по нормали к ударной волне, как это делается в нестационарных одномерных задачах [1].

Исследованию наклонных ударных волн в магнитной гидродинамике посвящено много публикаций (см. [2] и литературу в ней). Однако в проведенных исследованиях, как правило, накладывались дополнительные ограничения на начальное состояние перед ударной волной. Например, предполагалось, что векторы скорости и напряженности магнитного поля параллельны, или рассматривались плоскополяризованные постановки задачи, когда векторы индукции магнитного поля, скорости потока и нормали к ударной волне в силу теоремы компланарности [1] лежат в одной плоскости за и перед разрывом [2].

Пространственные задачи с неизвестной или варьируемой нормалью в ряде случаев требуют разрешения условий и исследования соотношений на разрывах, когда три перечисленных выше вектора перед ударной волной не компланарны. В качестве примера можно привести задачи взаимодействия ударной волны солнечного ветра с околоземной головной ударной волной [3] или предельной ударной волной в окрестности гелиосферы [4]. В том случае по крайней мере одна из ударных волн представляет собой криволинейную поверхность и решение в плоскополяризованной постановке может быть найдено только для некоторого сечения, а глобальная трехмерная картина взаимодействия не может быть построена. Аналогичные трудности возникают, когда один из разрывов является вращательным [5].

В этой связи возникает потребность в разрешении условий на наклонных МГД ударных волнах в неплоскополяризованной постановке, когда магнитное поле и скорость перед фронтом разрыва имеют три компоненты, и разработке методов решения задач о взаимодействии сильных МГД разрывов для этого случая. Методика,

развита ранее и использованная для решения таких задач в плоскополяризованной постановке [6–11], требует переработки ввиду увеличения размерности фазового пространства, в котором находятся решения, до восьми (из-за дополнительных компонент скорости и магнитного поля) и появления в решении неплюскополяризованных вращательных разрывов, имеющих один свободный параметр, вместо плоскополяризованных, которые имеют фиксированную интенсивность. В силу этого обстоятельства число аргументов, от которых зависит решение, возрастает до шести и методы решения, учитывающие специфику плоскополяризованной постановки [12, 13], не могут быть непосредственно использованы.

В настоящей работе условия на наклонных МГД ударных волнах и неплюскополяризованных альфвеновских разрывах разрешаются в наиболее общей постановке с учетом трехмерности состояния среды и магнитного поля, так что при заданных параметрах перед разрывом все величины за ним находятся соответственно как функции наклона фронта ударной волны или угла поворота магнитного поля вокруг нормали к альфвеновскому разрыву. Выписываются условия эволюционности МГД ударных волн. В качестве примера использования неплюскополяризованной постановки рассмотрено взаимодействие двух быстрых МГД ударных волн при наличии компоненты напряженности магнитного поля, параллельной линии пересечения фронтов ударных волн. Полученные результаты сравниваются с аналогичными расчетами в плоскополяризованной постановке [8].

**1. Разрешение условий на косых МГД ударных волнах.** Рассмотрим плоскую стационарную МГД ударную волну в системе координат, связанной с элементом фронта разрыва. Будем предполагать, что линии тока могут пересекать поверхность ударной волны под произвольным углом, т.е. фронт разрыва наклонен к скорости потока, такие ударные волны называются наклонными или косыми. Будем считать, что внутренняя энергия газа по обе стороны от разрыва определяется соотношением

$$\varepsilon = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} + C$$

Здесь  $\gamma = c_p/c_v$  – показатель адиабаты. Среда перед и за ударной волной является бесконечно проводящей, электрическое поле по обе стороны от разрыва определяется законом Ома  $\mathbf{E} = -(1/c)\mathbf{V} \times \mathbf{H}$  [1].

На ударной волне должны быть выполнены следующие соотношения [1, 14]:

$$[\rho V_n] = 0 \quad (1.1)$$

$$[p + \rho V_n^2 + H_\tau^2 / 8\pi] = 0; [\rho V_n V_\tau - H_n H_\tau / 4\pi] = 0 \quad (1.2)$$

$$\left[ \rho V_n \left( \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{V^2}{2} \right) + p V_n + \frac{H_\tau^2 V_n}{4\pi} - \frac{H_n (H_\tau \cdot V_\tau)}{4\pi} \right] = 0 \quad (1.3)$$

$$H_n [V_\tau] = [H_\tau V_n]; [H_n] = 0; [H_\tau] = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{n} \quad (1.4)$$

Здесь  $\rho$  – плотность,  $p$  – давление,  $\mathbf{V}$  – скорость,  $\mathbf{H}$  – магнитное поле,  $c$  – скорость света,  $\mathbf{j}$  – ток, текущий по фронту разрыва,  $\mathbf{n}$  – нормаль к поверхности разрыва. Квадратные скобки обозначают скачок величин на разрыве, индексы  $n$  и  $\tau$  относятся соответственно к нормальным и касательным к разрыву составляющим величин.

При любой скорости набегающего потока можно выбрать движущуюся систему координат так, чтобы ударная волна была плоскополяризованной (теорема компланарности) [1]. Однако в ряде стационарных задач система координат определяется их постановкой, поэтому целесообразно разрешить условия (1.1)–(1.4) на ударной волне, не вводя требований компланарности векторов  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{H}$ . Кроме того, отказ от компланарности позволит применить процедуру разрешения условий к вращательному разрыву, который в общем случае не является плоскополяризованным.

Выберем систему координат  $XYZ$  следующим образом. Ось  $Z$  расположим в плоскости разрыва, ее направление либо задается произвольно (вне конкретных постановок задач), либо определяется внешними причинами. Например, в задачах, в которых наклонная ударная волна входит как элемент решения, ось  $Z$  совпадает с линией пересечения фронтов разрывов, с кромкой клина и т.п. Оси  $X$  и  $Y$  лежат в плоскости, перпендикулярной  $Z$  (эта плоскость содержит нормаль к фронту разрыва), так что ось  $X$  направлена по составляющей вектора скорости, перпендикулярной оси  $Z$ , а ось  $Y$  перпендикулярна оси  $X$  и выбрана таким образом, чтобы система координат  $XYZ$  была правой.

В выбранной системе координат вектор скорости набегающего потока  $\mathbf{V} = (V_0, 0, V_{z0})$ , магнитное поле  $\mathbf{H} = (H_{x0}, H_{y0}, H_{z0})$ . Индексы 0 и 1 относятся к состоянию перед и после разрыва соответственно. Пусть  $\varphi$  – угол наклона фронта ударной волны к оси  $X$ ,  $\psi$  – угол между скоростью и магнитным полем в плоскости  $XY$ ,  $H_0 = \sqrt{H_{x0}^2 + H_{y0}^2}$  – абсолютная величина напряженности магнитного поля в этой плоскости.

Введем безразмерные переменные

$$M = \frac{V_0}{a_0}, \quad M_z = \frac{V_{z0}}{a_0}, \quad N = \frac{a_A}{a_0}, \quad h_{z0} = \frac{H_{z0}}{H_0}, \quad a_0^2 = \frac{\gamma p_0}{\rho_0}, \quad a_A = \frac{H_0}{\sqrt{4\pi\rho_0}} \quad (1.5)$$

$$\eta = \frac{\rho_0}{\rho_1}, \quad u = \frac{V_{x1}}{a_0}, \quad v = \frac{V_{y1}}{y_0}, \quad w = \frac{V_{z1}}{a_0}, \quad P = \frac{p_1}{p_0}, \quad \beta = \frac{\rho}{H^2/8\pi}$$

$$h_x = \frac{H_{x1}}{H_0}, \quad h_y = \frac{H_{y1}}{H_0}, \quad h_z = \frac{H_{z1}}{H_0}, \quad \mathbf{j} = (j_\tau \cos \varphi, j_\tau \sin \varphi, j_z)$$

$$i = \frac{4\pi j_z}{cH_0}, \quad i_\tau = -\frac{4\pi j_\tau}{cH_0}, \quad \mathbf{n} = (\sin \varphi, -\cos \varphi, 0), \quad \boldsymbol{\tau} = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)$$

Здесь вектор  $\boldsymbol{\tau}$  обозначает направление в плоскости разрыва, перпендикулярное оси  $Z$ , а  $i_\tau$  – ток, текущий в этом направлении.

В выбранной системе координат из соотношений на разрыве (1.1)–(1.4) следуют (в том же порядке) безразмерные соотношения на МГД ударной волне

$$u \sin \varphi - v \cos \varphi = M\eta \sin \varphi \quad (1.6)$$

$$P - 1 + \gamma M^2(\eta - 1)\sin^2 \varphi + 0,5\gamma N^2[(h_x \cos \varphi + h_y \sin \varphi)^2 + h_z^2 - \cos^2(\varphi - \psi) - h_{z0}^2] = 0 \quad (1.7)$$

$$M \sin \varphi(u \cos \varphi + v \sin \varphi - M \cos \varphi) = N^2 \sin(\varphi - \psi)i \quad (1.8)$$

$$M \sin \varphi(w - M_z) = N^2 \sin(\varphi - \psi)i_\tau \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left( P\eta - \frac{1}{\gamma N^2} \right) + \frac{1}{2N^2} (u \sin \varphi - v \cos \varphi)^2 + (u \cos \varphi + v \sin \varphi)^2 + \\ & + w^2 - M^2 - M_z^2 = \frac{1}{M \sin \varphi} \{ i(\sin(\varphi - \psi)(u \cos \varphi + v \sin \varphi) - \\ & - (u \sin \varphi - v \cos \varphi)(\cos(\varphi - \psi) + i)) + i_\tau(w \sin(\varphi - \psi) - \\ & - h_z(u \sin \varphi - v \cos \varphi)) \} \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} & \sin(\varphi - \psi)(u \cos \varphi + v \sin \varphi - M \cos \varphi) = i(\sin \varphi - v \cos \varphi) + \\ & + \cos(\varphi - \psi)(u \sin \varphi - v \cos \varphi - M \sin \varphi) \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\sin(\varphi - \psi)(w - M_z) = i_\tau(u \sin \varphi - v \cos \varphi) + h_{z0}(u \sin \varphi - v \cos \varphi - M \sin \varphi) \quad (1.12)$$

$$\cos \psi \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi = h_x \sin \varphi - h_y \cos \varphi \quad (1.13)$$

$$\cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi = h_x \cos \varphi - h_y \sin \varphi - i; \quad h_z - h_{z0} = i_\tau \quad (1.14)$$

При написании (1.6)–(1.12) использовались: уравнение неразрывности (1.6), условие непрерывности нормальной компоненты магнитного поля (1.13), а также связи (1.14) между скачками касательных компонент магнитного поля и токами  $i$  и  $i_\tau$ , текущими по разрыву.

Будем считать все величины перед волной заданными. Выразим состояние за разрывом через отношение плотностей  $\eta$  и угол наклона ударной волны  $\varphi$  аналогично одномерному случаю [15].

Из (1.6)–(1.9), (1.13), (1.14) получим явные зависимости для компонент магнитного поля  $h_x, h_y, h_z$ , скорости  $u, v, w$  и давления  $p$

$$h_x = \cos \psi + i \cos \varphi; h_y = \sin \psi + i \sin \varphi; h_z = h_{z0} + i_\tau \quad (1.15)$$

$$\frac{V_{x1}}{V_0} = \frac{u}{M} = 1 - (1 - \eta) \sin^2 \varphi + \frac{N^2}{M^2} \frac{\sin(\varphi - \psi) \cos \varphi}{\sin \varphi} i \quad (1.16)$$

$$\frac{V_{y1}}{V_0} = \frac{v}{M} = (1 - \eta) \sin \varphi \cos \varphi + \frac{N^2}{M^2} \sin(\varphi - \psi) i \quad (1.17)$$

$$\frac{V_{z1}}{V_0} = \frac{w}{M} = \frac{M_z}{M} + \frac{N^2}{M^2} \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin \varphi} i_\tau \quad (1.18)$$

$$P = 1 + \gamma M^2 (1 - \eta) \sin^2 \varphi - 0,5 \gamma N^2 (2i \cos(\varphi - \psi) + i^2 + 2h_{z0} i_\tau + i_\tau^2) \quad (1.19)$$

Из (1.7) легко также получить выражение для полного давления  $p^* = p + H^2/8\pi$ . Прибавляя к  $P$  величину  $0,5 \gamma N^2 (h_x^2 + h_y^2 + h_z^2)$ , равную магнитному давлению, отнесенному к  $p_0$ , получим для  $P^* = p^*/p_0$  выражение

$$P^* = 1 + 0,5 \gamma N^2 + \gamma M^2 (1 - \eta)^2 \sin^2 \varphi \equiv P_0^* + \gamma M^2 (1 - \eta)^2 \sin^2 \varphi \quad (1.20)$$

Полное давление описывается такой же зависимостью, что и давление в газовой динамике [16, 17], однако зависимость  $\eta(\varphi)$ , входящая в (1.20), не совпадает с газодинамическим аналогом, в нее войдут параметры, учитывающие влияние магнитного поля.

Таким образом, давление и все компоненты магнитного поля и скорости за ударной волной выражаются явными формулами (1.15)–(1.20) через токи  $i$  и  $i_\tau$ , текущие по фронту разрыва, отношение плотностей  $\eta$  и угол наклона разрыва.

Подставив в (1.11) и (1.12) зависимости (1.16)–(1.18) для  $u, v, w$ , получим уравнения, связывающие  $i$  и  $i_\tau$  с  $\eta, \varphi$  и параметрами, характеризующими начальное состояние

$$\chi i = i \eta + \cos(\varphi - \psi)(\eta - 1); \quad \chi i_\tau = i_\tau \eta + h_{z0}(\eta - 1) \quad (1.21)$$

$$\chi = \frac{N^2}{M^2} \frac{\sin^2(\varphi - \psi)}{\sin^2 \varphi} \quad (1.22)$$

В (1.21)  $\cos(\varphi - \psi)$  и  $h_{z0}$  – касательные к разрыву начальные магнитные поля в направлениях, перпендикулярных соответствующим токам. Поскольку  $i(\eta, \varphi)$  и  $i_\tau(\eta, \varphi)$  описываются одинаковыми уравнениями, то можно перейти в систему координат, в которой течение будет удовлетворять условиям компланарности векторов  $\mathbf{n}, \mathbf{V}$  и  $\mathbf{H}$ .

Из (1.21) при условии  $\chi - \eta \neq 0$  получим

$$i = -\frac{\cos(\varphi - \psi)(1 - \eta)}{\chi - \eta}; \quad i_\tau = -\frac{h_{z0}(1 - \eta)}{\chi - \eta} \quad (1.23)$$

Подставляя выражения (1.15)–(1.19), (1.21), (1.23) в (1.10), после сокращения на  $(1 - \eta)$  и алгебраических преобразований получаем связь между  $\eta$  и  $\varphi$

$$\left( (\gamma + 1)M^2 \sin^2 \varphi \left( \eta - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) - 2 \right) (\chi - \eta)^2 + \quad (1.24)$$

$$+ N^2 (\cos^2(\varphi - \psi) + h_{z0}^2) \{ (\chi - \eta)(\gamma(\eta - 1) + 1) + \eta(\chi - 1) \} = 0$$

где  $\chi = \chi(\varphi, \psi, M, N)$  определяется формулой (1.22).

Уравнение (1.24), которое будем называть уравнением ударной адиабаты, поскольку оно есть следствие закона сохранения энергии (1.4), является многочленом третьей степени по  $\eta$ . Задавая  $\varphi$  и решая (1.24) относительно  $\eta$  (например, численно), после подстановки  $\eta(\varphi)$  в (1.21) и (1.15)–(1.20) можно построить ударные поляры магнитного поля и скорости, а также МГД аналог сердцевидной кривой [16] в плоскостях  $(P, \omega_V)$  или  $(P^*, \omega_V)$ , где  $\omega_V$  – угол отклонения скорости, или иные зависимости, позволяющие решать конкретные задачи.

Если поделить (1.24) на  $(\chi - \eta)^2 \neq 0$ , то все члены, связанные с магнитным полем, войдут во второе слагаемое, коэффициент перед которым равен  $N^2 = 2/\gamma\beta$ , что с точностью до множителя  $2/\gamma$  равно отношению магнитного давления к газодинамическому в набегающем потоке. Поэтому при  $N \rightarrow 0$  влияние магнитного поля на ударную адиабату быстрых ударных волн ослабляется пропорционально  $N^2$  и она быстро приближается к газодинамической адиабате

$$(\gamma + 1)M^2 \sin^2 \varphi \left( \eta - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) - 2 = 0 \quad (1.25)$$

Легко показать, что ударная адиабата (1.24) инвариантна относительно выбора системы координат. Однако, несмотря на это и тот факт, что при любом заданном угле  $\varphi$  трехмерное течение может быть сведено к плоскополяризованному, ударные адиабаты как кривые  $\eta = \eta(\varphi)$  в пространстве  $(\varphi, \eta)$  представляют собой разные геометрические объекты в плоскополяризованном  $h_{z0} = M_z = 0$  и трехмерном случаях. Например, в плоскополяризованном случае существует такое значение  $\varphi$ , при котором ударная волна перпендикулярна магнитному полю. При этом адиабата может обладать особенностями (так называемые "включающие" ударные волны), которые отсутствуют при  $h_{z0} \neq 0$  [2]. При выполнении последнего условия ни при каком  $\varphi$  фронт разрыва не перпендикулярен  $\mathbf{H}$ .

При разрешении условий на разрыве, которые описывают одномерное многообразие – линию в пространстве большого числа измерений, в процессе исключения переменных происходит проецирование этой линии в пространство меньшего числа измерений. При этом из регулярной кривой может получаться кривая с особенностями: точками самопересечения и т.п. Разрешение условий для величин  $h_x, h_y, u, v, w, P$  (формулы (1.15)–(1.19)) проведено регулярным образом, т.е. никаких ограничений на параметры и физические переменные не налагалось (кроме предположений  $\sin \varphi \neq 0, M \neq 0$ ) и никаких особенностей не возникло. Однако при нахождении из (1.12) токов  $i$  и  $i_\tau$  наложено условие  $\chi - \eta \neq 0$ , нарушение которого в случае плоскополяризованных ударных волн приводит к сингулярности на адиабате в плоскости  $(\varphi, \eta)$ . Для устранения этой особенности система (1.10), (1.21) для плоскополяризованных ударных волн ( $h_{z0} = M_z = 0$ ) разрешается по-другому и уравнение ударной адиабаты имеет вид  $\Phi(i, \varphi) = 0$  и является кубическим многочленом по  $i$  [18].

**2. Условия эволюционности МГД ударных волн.** Эти условия понимаются как условия существования единственного решения линейризованной задачи о взаимодействии малого плоского возмущения с плоским фронтом разрыва и сводятся к ограничениям – неравенствам на скорости течения по нормали к разрыву перед и за

ним для быстрых  $S^+$  и медленных  $S^-$  ударных волн [1]

$$S^+: V_{n,0} \geq a_{+,0}, \quad a_{A,1} \leq V_{n,1} \leq a_{+,1}$$

$$S^-: a_{-,0} \leq V_{n,0} \leq a_{A,0}, \quad V_{n,1} \leq a_{-,1}$$

Здесь  $a_{\pm,i}$ ,  $i = 0, 1$ , – быстрая и медленная магнитозвуковые скорости перед ( $i = 0$ ) и за ( $i = 1$ ) разрывом, а  $a_{A,i}$ ,  $i = 0, 1$ , – альфвеновские скорости соответственно.

Из теории нестационарных ударных волн [1] известно, что условия эволюционности равносильны двум условиям: плотность в ударной волне возрастает:  $\eta \leq 1$ ; знак касательной компоненты магнитного поля не изменяется. При этом в  $S^+$  касательное магнитное поле по модулю растет, а в  $S^-$  убывает. Из (1.15) и (1.21) следует, что касательные компоненты магнитного поля описываются выражениями

$$h_\tau = \cos(\varphi - \psi) \frac{\chi - 1}{\chi - \eta}, \quad h_z = h_{z0} \frac{\chi - 1}{\chi - \eta} \quad (2.1)$$

где  $\cos(\varphi - \psi)$  и  $h_{z0}$  – касательные компоненты  $\mathbf{H}$  перед разрывом. Из (2.1) получаем, что для сохранения знака касательного магнитного поля необходимо и достаточно выполнения неравенства  $(\chi - 1)/(\chi - \eta) \geq 0$ . Условия эволюционности принимают вид

$$S^+: \chi - 1 < 0, \chi - \eta \leq 0, \eta \leq 1; \quad S^-: \chi - 1 \geq 0, \chi - \eta > 0, \eta \leq 1 \quad (2.2)$$

Для  $S^+$  неравенство  $\chi - 1 < 0$ , а для  $S^-$  неравенство  $\chi - \eta > 0$  являются следствиями двух других неравенств в (2.2). Таким образом, условия эволюционности принимают простой вид

$$S^+: \chi \leq \eta \leq 1; \quad S^-: \chi \geq 1, \eta \leq 1 \quad (2.3)$$

Неравенства (2.3) можно понимать как ограничения на отношение плотностей по обе стороны от ударной волны и углы наклона ударных волн. Для нахождения последних необходимо подставить в (2.3) зависимость  $\eta = \eta(\varphi)$  из (1.24). Из (2.3) следует, что условие эволюционности по магнитозвуковой скорости за  $S^+$  и  $S^-$  для волн сжатия  $\eta \leq 1$  является следствием остальных условий эволюционности.

Подставляя  $\eta = 1$  в (1.24), получим

$$(\chi - 1)((M^2 \sin^2 \varphi - 1)(\chi - 1) + N^2(\cos^2(\varphi - \psi) + h_{z0}^2)) = 0 \quad (2.4)$$

Можно показать, что обращение в нуль первой или второй скобки в (2.6) равносильно равенству нормальной и альфвеновской или нормальной и магнитозвуковой скоростей перед ударной волной, т.е. ударная адиабата пересекает одну из границ области эволюционности ( $\eta = 1$ ) при характеристических углах  $\varphi_A$  или  $\varphi_\pm$  [1].

Для  $S^-$  других ограничений нет, т.е. вся часть ударной адиабаты между характеристическими углами для состояния перед ударной волной  $\varphi = \varphi_-$  и  $\varphi = \varphi_A$  удовлетворяет условиям эволюционности (2.5) [15].

Для  $S^+$  ограничений  $\varphi_+^{\rightarrow} \leq \varphi \leq \varphi_+^{\leftarrow}$  (здесь  $\varphi_+^{\rightarrow}$  и  $\varphi_+^{\leftarrow}$  – углы наклона уходящей и приходящей быстрых магнитозвуковых характеристик) недостаточно. Дополнительно необходимо выполнение условия  $\eta \geq \chi$ , которое соответствует требованию  $V_{n,1} \geq a_{A,1}$ : скорость по нормали за ударной волной должна превосходить альфвеновскую.

Таким образом, при численных расчетах ударных адиабат и поляр необходимо заранее выбирать  $\varphi \in [\varphi_+^{\rightarrow}, \varphi_A^{\rightarrow}]$  для  $S^-$  и  $\varphi \in [\varphi_+^{\rightarrow}, \varphi_+^{\leftarrow}]$  для  $S^+$ . Для этого необходимо решить уравнения для углов наклона магнитозвуковых характеристик  $\varphi_\pm$  и

альфвеновских волн  $\varphi_A$

$$\text{tg}^4 \varphi_{\pm} (M^4 + N^2 \cos^2 \psi - M^2(1 + N^2(1 + h_{z0}^2))) - 2 \text{tg}^3 \varphi_{\pm} N^2 \sin \psi \cos \psi + \quad (2.5)$$

$$+ \text{tg}^2 \varphi_{\pm} (N^2 - M^2(1 + N^2(1 + h_{z0}^2))) - 2 \text{tg} \varphi_{\pm} N^2 \sin \psi \cos \psi + N^2 \sin^2 \psi = 0$$

$$\text{tg} \varphi_A = N \sin \psi / (N \cos \psi \pm M) \quad (2.6)$$

Как показывают численные расчеты, каждому значению  $\varphi$  в интервалах  $[\varphi_{-}^{\rightarrow}, \varphi_{+}^{\rightarrow}]$  и  $[\varphi_{+}^{\leftarrow}, \varphi_{-}^{\leftarrow}]$  соответствует одна эволюционная волна. Если при данном угле наклона возможно несколько волн сжатия, то эволюционным является скачок наименьшей интенсивности.

Таким образом, наклонные ударные волны как одномерное многообразие в пространстве физических переменных описываются формулами (1.15)–(1.19), (1.23), (1.24) с ограничениями – неравенствами (2.3). Эволюционная часть ударной адиабаты начинается от своей характеристики.

Рассмотрим неплоскополяризованный альфвеновский разрыв. Подстановка в (1.24) условия равенства скорости перед разрывом альфвеновской ( $\chi = 1$ ), что достигается при  $\varphi = \varphi_A$ , определяемом из (2.6), дает одно из возможных решений:  $\varphi = \varphi_A$ ,  $\eta = 1$ . Это решение соответствует неплоскополяризованному альфвеновскому разрыву, в котором вектор магнитного поля поворачивается вокруг нормали к ударной волне на произвольный угол. Появляющийся произвол в определении альфвеновского разрыва связан с вырождением при  $\chi = 1$ ,  $\eta = 1$  уравнений (1.21), которые в этом случае выполнены тождественно.

Введем угол  $\nu_H$  наклона тангенциального магнитного поля к плоскости  $XU$

$$\text{tg} \nu_H = h_{z0} / \cos(\varphi_A - \psi) \quad (2.7)$$

тогда угол  $\nu$  поворота магнитного поля будет служить мерой интенсивности альфвеновского разрыва. Из (1.15) можно найти токи, которые обеспечивают поворот магнитного поля на угол  $\nu$  в альфвеновском разрыве

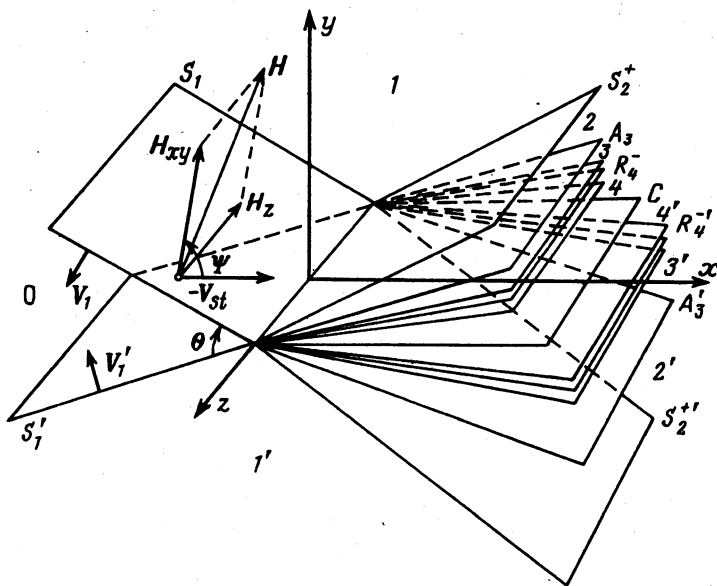
$$i \equiv h_{\tau} - h_{\tau 0} = \sqrt{\cos^2(\varphi_A - \psi) + h_{z0}^2} (\cos(\nu_H + \nu) - \cos \nu_H) \quad (2.8)$$

$$i_{\tau} \equiv h_z - h_{z0} = \sqrt{\cos^2(\varphi_A - \psi) + h_{z0}^2} (\cos(\nu_H + \nu) - \sin \nu_H)$$

Верно и обратное: задание токов  $i$  и  $i_{\tau}$  в (2.8), удовлетворяющих условию неизменности модуля магнитного поля в альфвеновском разрыве, однозначно определяет поворот магнитного поля. Таким образом, в неплоскополяризованном случае состояние за альфвеновским разрывом определяется токами  $i$  и  $i_{\tau}$ , текущими по его фронту, которые однозначно задаются углом поворота магнитного поля  $\nu$ . Компоненты скорости определяются из (1.16)–(1.18), куда нужно подставить  $\varphi = \varphi_A$ ,  $\eta = 1$ ,  $p = 1$ , а также  $i$  и  $i_{\tau}$  из (2.8).

При  $\varphi = \varphi_A$  уравнение (1.24) кроме корня  $\eta = 1$  имеет еще два корня, один из которых больше, а другой меньше единицы. Как и в плоскополяризованном случае, последний корень определяет медленную выключаящую ударную волну, за которой магнитное поле перпендикулярно фронту.

**3. Наклонное неплоскополяризованное взаимодействие быстрых МГД ударных волн.** Рассмотрим квазистационарную [8] постановку задачи о взаимодействии сильных разрывов. Пусть навстречу друг другу со скоростями  $V_1$  и  $V_1'$  движутся плоские фронты быстрых ударных волн  $S_1$  и  $S_1'$ , двугранный угол между которыми равен  $\theta$  (фиг. 1). Будем считать заданным начальное состояние невозмущенной неподвижной среды (0) перед  $S_1$  и  $S_1'$ : давление  $p_0$ , плотность  $\rho_0$  и напряженность магнитного



Фиг. 1. Регулярное взаимодействие неплоскополяризованных быстрых МГД ударных волн  $S_1$  и  $S_1'$ , сталкивающихся под углом  $\theta$ . Магнитное поле  $\mathbf{H}$  имеет компоненту  $H_z \neq 0$  вдоль линии пересечения  $S_1$  и  $S_1'$

поля  $\mathbf{H}$ . Будем предполагать, что начальное состояние неплоскополяризовано, т.е. вектор  $\mathbf{H}$  не ортогонален линии пересечения фронтов  $S_1$  и  $S_1'$ .

Рассмотрим регулярное взаимодействие  $S_1$  и  $S_1'$ , когда в течении есть только одна особенность на линии  $L$  пересечения  $S_1$  и  $S_1'$ . Выберем декартову систему координат  $XYZ$ , в которой ось  $Z$  направлена по линии  $L$  (фиг. 1). Предположим, что возникающее при взаимодействии течение в окрестности  $L$  не меняется со временем, так что в системе координат  $XYZ$ , движущейся вместе с линией  $L$  со скоростью  $\mathbf{V}_{st}$ , задача стационарна. Будем считать, что скорости  $\mathbf{V}_1$  и  $\mathbf{V}_1'$  лежат в плоскости  $XY$ , тогда скорость газа  $|\mathbf{V}_{st}|$  определяется скоростями  $S_1$  и  $S_1'$  и углом  $\theta$  между ними

$$|\mathbf{V}_{st}| = \frac{(|\mathbf{V}_1|^2 + 2|\mathbf{V}_1||\mathbf{V}_1'| \cos \theta + |\mathbf{V}_1'|^2)^{1/2}}{\sin \theta}, \quad \sin \theta_1 = \frac{|\mathbf{V}_1|}{|\mathbf{V}_{st}|}, \quad \sin \theta_1' = \frac{|\mathbf{V}_1'|}{|\mathbf{V}_{st}|} \quad (3.1)$$

где  $\theta_1$  и  $\theta_1'$  – углы между  $-\mathbf{V}_{st}$  и фронтами  $S_1$  и  $S_1'$  соответственно ( $\theta_1 + \theta_1' = \theta$ ). В этой системе координат разрывы неподвижны, а скорость набегающей среды (0) равна  $-\mathbf{V}_{st}$  (фиг. 1).

Ось  $X$  направим по вектору скорости  $-\mathbf{V}_{st}$ , а ось  $Y$  выберем перпендикулярно оси  $X$  так, чтобы система координат  $XYZ$  была правой. В выбранной системе координат вектор скорости набегающего потока  $\mathbf{V} = (V_{st}, 0, 0)$ , напряженность магнитного поля  $\mathbf{H} = (H_{x0}, H_{y0}, H_{z0})$ ,  $\psi$  – угол между скоростью и магнитным полем в плоскости  $XY$ ,  $H_0 = |\mathbf{H}_{xy}| = \sqrt{H_{x0}^2 + H_{y0}^2}$  – абсолютная величина напряженности магнитного поля в этой плоскости (фиг. 1). В дальнейшем будем использовать безразмерные переменные, определенные формулами (1.5).



Задача определяется шестью безразмерными параметрами (не считая показателя адиабаты  $\gamma = 5/3$  и  $V_z = 0$ ): числами Маха ударных волн  $M_1$  и  $M'_1$ , числом Альфвена  $N = a_A/a_0$ , углами  $\psi$ ,  $\theta$  и отношением  $h_{z0} = H_{z0}/H_0$ , которое при  $h_{z0} \neq 0$  делает рассматриваемую задачу неплоскополяризованной.

Сформулированная задача автомодельна, поскольку она не содержит характерного линейного размера, и ее регулярное решение как функция  $x/y$  строится в виде двух комбинаций автомодельных стационарных решений, расходящихся от линии пересечения  $S_1$  и  $S'_1$ , каждое из которых состоит из быстрой ударной волны  $S^+$  (или центрированной волны разрежения  $R^+$ ), альфвеновского (вращательного) разрыва  $A$  и медленных волн ( $S^-$  или  $R^-$ ). Состояния за медленными волнами разделяются контактным разрывом  $C$ , на котором должны выполняться граничные условия непрерывности всех величин, кроме плотности и температуры [6–8] (фиг. 1).

Появление среди неизвестных величин дополнительно  $Z$ -компонент скорости и магнитного поля приводит к шести условиям на контактном разрыве по сравнению с четырьмя условиями в плоскополяризованной постановке [8]. Решение задается шестью аргументами: углом наклона  $\phi^+$  ударной волны  $S^+$  (или углом наклона заднего фронта волны разрежения  $R^+$ ), углом поворота магнитного поля в альфвеновском разрыве  $v$  и углом  $\phi^-$  для медленных волн  $S^-$  или  $R^-$  по обе стороны от  $C$ .

Решение строилось методом Ньютона. Уравнения для  $R^\pm$  [7] были модифицированы с учетом наличия  $Z$ -компонент скорости и магнитного поля. В качестве нулевого приближения использовалось решение аналогичной плоскополяризованной задачи [8] с теми же  $M_1$ ,  $M'_1$ ,  $N$ ,  $\psi$ ,  $\theta$ , в котором в силу  $h_{z0} = 0$  дополнительно задавалось  $v = 0$  (или  $v = \pi$ , если в плоскополяризованном решении присутствовал альфвеновский разрыв), и методом вариации параметра находилось решение для заданного  $h_{z0}$ . Задача тестировалась на плоскополяризованном решении: при  $h_{z0} = 0$  удавалось, варьируя  $\psi$ , построить решение при постоянных остальных определяющих параметрах. Сходимость итерационного процесса была очень высокой (2–3 итерации) всюду, за исключением значений  $\psi$ , при которых в локальных или глобальных катастрофах [8] появлялся альфвеновский разрыв конечной интенсивности. Однако и в этих ситуациях за большое число итераций удавалось получить решение с  $v = \pi$ .

Задача решалась в широком диапазоне значений параметров  $N$ ,  $M_1$ ,  $M'_1$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  и  $h_{z0}$ , который позволяет выявить характерные особенности взаимодействия и рассмотреть в дальнейшем ситуации, представляющие интерес для анализа явлений в солнечном ветре и ближнем космосе [3–5].

Расчет проводился при  $N = 0,7; 1,1; 1,5; 2,0$  и  $2,5$ . Числа Маха ударных волн задавались равными  $1,5; 2,0; 3,0; 5,0$  и  $8,0$ ,  $\psi$  варьировалось от  $0$  до  $180^\circ$  с шагом  $1^\circ$ , угол  $\theta$  изменялся от  $10$  до  $60^\circ$  с шагом  $10^\circ$ . "Поперечная" компонента магнитного  $h_{z0}$  варьировалась в широких пределах.

Прежде чем переходить к результатам расчетов, остановимся несколько подробнее на постановке задачи и влиянии магнитного поля в невозмущенной среде на сталкивающиеся ударные волны и процесс их взаимодействия.

Трехмерная задача о падении быстрой магнитогидродинамической ударной волны на тангенциальный разрыв была впервые решена в [19] для случая регулярного взаимодействия без каких-либо априорных предположений о типе разрывов, входящих в решение. В этом случае специальными движениями системы координат вдоль линии пересечения разрывов удается свести задачу к ситуации с параллельным скорости магнитным полем. Вследствие этого, как и в газовой динамике, в течении присутствуют одна отраженная и одна преломленная волна.

Рассматриваемая задача о взаимодействии двух быстрых ударных волн существенно сложнее. Наличие компоненты магнитного поля вдоль линии пересечения  $S_1$  и  $S'_1$  не позволяет найти единую систему координат, в которой течение удовлетворяло бы теореме компланарности.

В отличие от газовой динамики [16, 17], где интенсивность ударных волн, под которой понимается скачок давления, монотонно растет вместе с числом Маха, в проводящей среде наличие магнитного поля и генерация электрических токов на фронте ударной волны существенно усложняют эту зависимость. Из-за магнитного поля среда, в которой распространяются ударные волны, анизотропна: при одной и той же скорости ударной волны и газодинамическом состоянии среды перед ней при варьировании напряженности магнитного поля скачок давления в ударной волне изменяется согласно формуле (1.19), где  $M \sin \varphi$  равно газодинамическому числу Маха по нормали к ударной волне.

Касательное и нормальное к фронту разрыва магнитные поля по-разному влияют на его свойства. Квадрат касательной компоненты магнитного поля входит в баланс давлений по нормали к разрыву (первая формула в (1.2)), поэтому "в нулевом приближении" можно сказать, что влияние касательного магнитного поля аналогично газодинамическому давлению (статическому и динамическому). В (1.19) это влияние определяется членами, пропорциональными  $N^2$ , и в случае  $S^+$  с учетом знака перед соответствующей скобкой добавка отрицательна, а в случае  $S^-$  – положительна, т.е. в  $S^+$  касательное магнитное поле непосредственно уменьшает изменение статического давления, а в  $S^-$  – увеличивает его.

На самом деле влияние более сложное, так как касательное магнитное поле входит и в другие законы сохранения. Например, произведение нормального магнитного поля на скачок его касательной компоненты определяет скачок касательной скорости на разрыве (вторая формула в (1.2)). Касательное магнитное поле определяет также проекцию вектора Умова – Пойтинга  $(\mathbf{E} \times \mathbf{H})_n / 4\pi$  (два последних слагаемых в (1.3)), благодаря которой имеется приток электромагнитной энергии к ударной волне. В уравнении ударной адиабаты (1.24) поток электромагнитной энергии определяется слагаемыми, пропорциональными  $N^2 (\cos^2(\varphi - \psi) + h_{z0}^2)$ . Это выражение имеет смысл квадрата безразмерной касательной компоненты магнитного поля (отнесенной к статическому давлению) в среде перед ударной волной.

Таким образом, помимо указанной выше непосредственной зависимости газодинамического давления (1.19) от касательного магнитного поля последнее влияет на течение также через перепад плотности на ударной волне  $\eta(\varphi)$ , определяемый уравнением (1.24), которое отличается от уравнения газодинамической адиабаты (1.25) слагаемыми, пропорциональными  $N^2$ . Во всех проведенных расчетах для быстрых МГД ударных волн уравнение (1.24) определяло меньший перепад плотности по сравнению с соответствующими газодинамическими ударными волнами (уравнение (1.25)), в которые они переходят при  $N \rightarrow 0$ , т.е.  $\eta_{MHD} > \eta_{GD}$  при прочих равных значениях параметров.

Нормальное магнитное поле, не меняясь на разрыве, вносит свой вклад в изменение касательной скорости и поток электромагнитной энергии (см. (1.2), (1.3)) и самосогласованно определяет скачок касательной компоненты магнитного поля (см. (1.4)).

Таким образом, при варьировании магнитного поля интенсивность ударной волны меняется сложным образом. Вероятно, более физическим был бы расчет при фиксированном числе Маха  $M_+$  ударной волны, рассчитанном по быстрой магнитозвуковой скорости. В этом случае ударной волне нулевой интенсивности соответствует  $M_+ = 1$ . Однако при изменении  $\mathbf{H}$  пришлось бы менять скорость ударной волны и, вероятно, интенсивность  $S_1$  также менялась бы, хотя и в менее широких пределах, чем при фиксированном числе  $M$ , рассчитанном по  $a_0$ . Для простоты в дальнейшем ограничимся случаем фиксированных газодинамических чисел Маха, что соответствует фиксированной скорости ударной волны.

Для лучшего понимания и более рельефной демонстрации эффектов трехмерности и ориентации магнитного поля на рассматриваемый процесс были проведены две серии расчетов. В первой серии к магнитному полю  $\mathbf{H}_{xy}$  в плоскости  $XY$  (плоскополяризованная постановка  $h_{z0} = 0$  [8]) было добавлено магнитное поле  $H_{z0}$  вдоль ли-

нии пересечения  $S_1$  и  $S'_1$  (касательное к фронтам  $S_1$  и  $S'_1$ ) так, чтобы дополнительное магнитное давление  $H_{z0}^2/8\pi$  в среде перед взаимодействующими ударными волнами было одинаковым во всей серии расчетов и составляло одну и ту же долю газодинамического давления (связь между магнитным и газодинамическим давлениями и определяющими параметрами задается формулой  $p_{\text{mag}} = 0,5\gamma N^2 p$ ). В этой серии расчетов, которую в дальнейшем будем называть случаем  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$ , число Альфвена, вычисленное по  $H_{z0}$ , постоянно, однако безразмерное магнитное поле  $h_{z0}$  переменное и большому числу Альфвена  $N$ , вычисленному по магнитному полю в плоскости  $XU$ , соответствует меньшее значение  $h_{z0}$ . Эта серия призвана выявить эффект именно касательной компоненты магнитного поля, которая по своему смыслу, как указано выше, оказывает на  $S_1$  и  $S'_1$  влияние, аналогичное газодинамическому давлению.

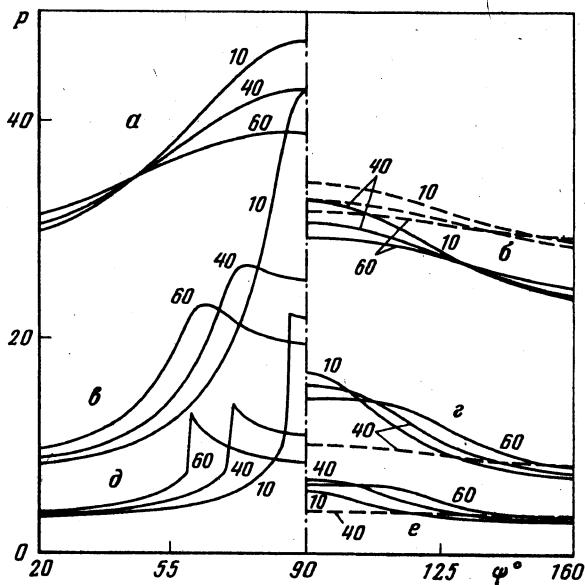
Из-за наличия дополнительного магнитного давления в невозмущенной среде интенсивности  $S_1$  и  $S'_1$  заведомо уменьшаются, поэтому во второй серии расчетов напряженность магнитного поля по абсолютной величине была неизменной и совпадала со случаем  $h_{z0} = 0$ , но вектор  $\mathbf{H}$  был повернут относительно плоскости  $XU$  на один и тот же угол (случай  $h_{z0} = \text{const}$ ,  $h_{z0}$  равно тангенсу угла наклона вектора напряженности магнитного поля к плоскости  $XU$ ). В этом случае при вращении  $\mathbf{H}$  вокруг оси  $Z$  менялись только компоненты магнитного поля в плоскости  $XU$  (переменный угол  $\psi$ ), однако  $h_{z0}$  оставалось неизменным. Конечно, при изменении  $\psi$ , как и в плоскополяризованной постановке, интенсивности  $S_1$  и  $S'_1$  также изменялись, однако сравнение результатов двух серий расчетов с результатами, полученными в плоскополяризованной постановке [8], и между собой позволит более наглядно выявить эффекты трехмерности магнитного поля.

Течение, возникающее при взаимодействии неплоскополяризованных быстрых ударных волн, имеет весьма сложный характер: в течении всегда присутствуют два альфвеновских разрыва, преломленные быстрые ударные волны и медленные волны (ударные или центрированные автомодельные) (фиг. 1). В случае сильных магнитных полей, когда интенсивности  $S_1$  и  $S'_1$  резко уменьшаются, возможна трансформация быстрых ударных волн в быстрые волны разрежения. Для простоты изложения результатов ограничимся рассмотрением поведения физических характеристик среды и магнитного поля на результирующем контактом разрыве  $S$ .

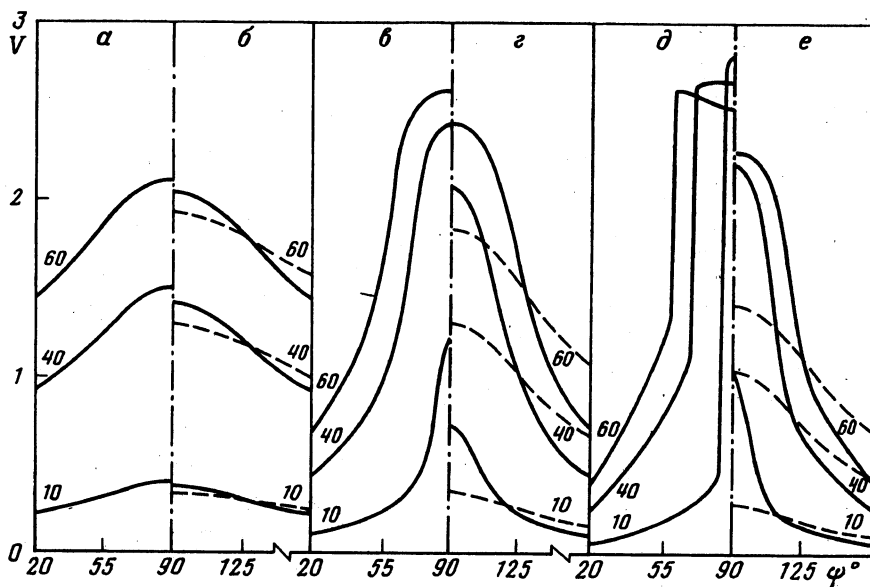
Проведем анализ решения задачи в неплоскополяризованной постановке ( $h_{z0} \neq 0$ ) по сравнению с плоскополяризованной [8]. Для простоты рассмотрим случай ударных волн с равными скоростями ( $M_1 = M'_1$ ). На фиг. 2–4 для  $M_1 = M'_1 = 3$  приведены зависимости  $P(\psi)$ ,  $|\mathbf{V}_{xy}(\psi)|$  и  $|\mathbf{H}_{xy}(\psi)|$  на контактном разрыве для  $\theta = 10, 40$  и  $60^\circ$  (значения  $\theta$  проставлены у кривых). Поскольку в силу  $M_1 = M'_1$  решения симметричны относительно  $\psi = 90^\circ$ , то зависимости приведены для  $\psi \in [0, 90^\circ]$  при  $h_{z0} = 0$  и для  $\psi \in [90, 180^\circ]$  при  $h_{z0} \neq 0$ . Число Альфвена, вычисленное по  $H_{z0}$ , в случае  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$  равняется 0,5. При этом дополнительное магнитное давление  $H_{z0}^2/8\pi$  составляет приблизительно 20% газодинамического давления. Число Альфвена, вычисленное по суммарному магнитному полю, равняется 0,858; 1,581; 2,062 соответственно.

Для  $M_1 = M'_1 = 3$  значения напряженности магнитного поля при  $N = 0,7; 1,5; 2$  характерны для слабого ( $M_A > 3$ ), умеренного ( $M_A \approx 2$ ) и сильного магнитных полей (здесь  $M_A = M/N$  – число Маха – Альфвена).

Поперечное магнитное поле наиболее сильно влияет на газодинамическое давление (фиг. 2) в окрестности  $\psi = 90^\circ$ , тип взаимодействия в которой в плоскополяризованной постановке была назван [8] квазиперпендикулярным в отличие от окрестности  $\psi = 0$  или  $180^\circ$  (квазипараллельное взаимодействие). Такая терминология связана с ориентацией магнитных силовых линий относительно фронтов взаимодействующих



Фиг. 2. Давление на контактном разрыве, отнесенное к давлению среды перед  $S_1$  и  $S_1'$ , при различных  $N$  и  $h_{z0}$ . Значения  $\theta$  проставлены у кривых. Случаи  $a, b, d$  соответствуют  $N = 0,7; 1,5; 2$  и  $h_{z0} = 0$ , а случаи  $b, z, e$  — тем же значениям  $N$  и  $h_{z0} = 0,71; 0,33; 0,25$  (сплошные кривые,  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$ ). Штриховые кривые соответствуют  $h_{z0} = 1$  и  $N = 0,495; 1,061; 1,414$  (случай  $h_{z0} = \text{const}$ )



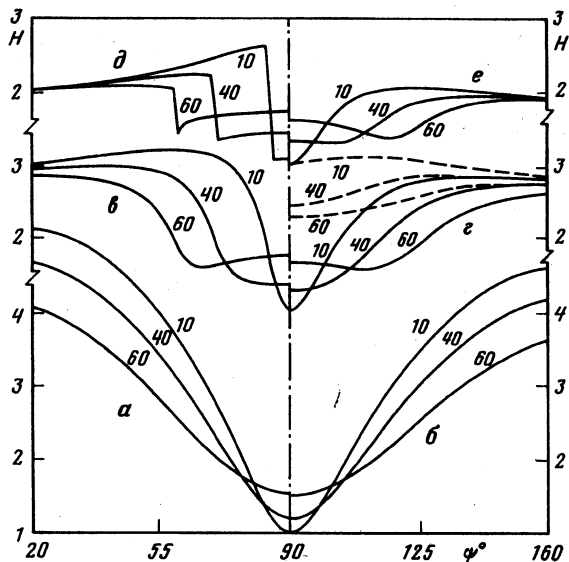
Фиг. 3. Абсолютная величина скорости в плоскости  $XU$  на контактном разрыве, отнесенная к газодинамической скорости звука в среде перед  $S_1$  и  $S_1'$ . Обозначения такие же, как на фиг. 2

ударных волн. Проводящую среду в магнитном поле можно представлять себе как анизотропный композит: сжимаемый газ с "вклеенными" в него упругими нитями – силовыми линиями магнитного поля. Почти параллельные фронту силовые линии оказывают существенно большее сопротивление движению ударных волн и приводят к их ослаблению. В плоскополяризованном случае столь существенные (пятишестикратные в случае умеренного и сильного магнитного поля) перепады давления на контактном разрыве при вращении вектора напряженности магнитного поля в плоскости  $XU$  обусловлены также эффектами сжатия среды в медленных ударных волнах при  $\psi \approx 90^\circ$  за счет ее увлечения силовыми линиями магнитного поля, что наиболее интенсивно происходит при малых  $\theta$  (фиг. 2, в, д). В неплюскополяризованных ударных волнах "поперечное" магнитное поле, параллельное фронтам  $S_1$  и  $S'_1$ , достаточно сильно ослабляет взаимодействующие ударные волны при любой ориентации "продольного" магнитного поля и определяет наблюдаемое понижение давления по сравнению с плоскополяризованным случаем. Характерным является появление "полочки" в зависимости  $P(\psi)$  при  $\theta = 60^\circ$  в окрестности  $\psi = 90^\circ$  при умеренном и сильном полях в случае  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$ .

В плоскополяризованной постановке при  $N = 1,5$  в зависимостях  $P(\psi)$  (фиг. 2, в) при  $\psi \neq 90^\circ$  имеется максимум, связанный с локальной катастрофой  $K_L$ , перестройкой течения и появлением альфвеновских разрывов, которые обуславливают наблюдаемые изменения давления за счет перераспределения электрических токов в волнах, составляющих решение, хотя в самих альфвеновских разрывах давление не изменяется. При  $N = 2$  зависимости  $P(\psi)$  разрывны (фиг. 2, д) из-за глобальной катастрофы  $K_G$ , в которой волновая картина течения полностью меняется. При  $h_{z0} \neq 0$  зависимости  $P(\psi)$  непрерывны, волновая картина течения не изменяется, альфвеновские разрывы присутствуют в течении при любом  $\psi$  и их интенсивности достигают максимумов в окрестностях тех значений  $\psi$ , где они возникают при  $h_{z0} = 0$ . Максимум давления достигается при  $\psi = 90^\circ$ .

В случае  $h_{z0} = \text{const}$  поворот магнитного поля относительно плоскости  $XU$  ( $h_{z0} = 1$  соответствует повороту на  $45^\circ$ ) приводит к уменьшению давления и существенно более пологим зависимостям  $P(\psi)$  как по сравнению с  $h_{z0} = 0$ , так по сравнению с случаем  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$ . В слабом магнитном поле ( $N = 0,7$ , фиг. 2, б) давление при  $h_{z0} = \text{const}$  выше, чем при  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$ , за счет меньшего ослабления  $S_1$  и  $S'_1$  (в последнем случае  $|N|$  увеличивается почти на четверть). В умеренном и сильном магнитном полях при  $h_{z0} = \text{const}$  газодинамическое давление слабо зависит от ориентации поля (фиг. 2, г, е). Более того, практически исчезает влияние двумерности взаимодействия на давление: зависимости  $P(\psi)$  при различных  $\theta$  почти совпадают, поэтому на фиг. 2, г и е соответствующие кривые построены только для  $\theta = 40^\circ$ . При  $h_{z0} = \text{const}$  из-за поворота  $N$  относительно плоскости  $XU$  появляется постоянное касательное магнитное поле и продольное магнитное поле ослабляется, поэтому при вращении  $N_{xy}$  (варьировании  $\psi$ ) исходные ударные волны меняются в гораздо меньшей степени и одновременно ослабленное продольное магнитное поле существенно меньше сжимает среду. Кроме того, в течении, возникающем при столкновении  $S_1$  и  $S'_1$ , наряду с быстрыми ударными волнами и альфвеновскими разрывами содержатся медленные волны разрежения  $R^-$  (фиг. 1), что приводит к дополнительному падению газодинамического давления и ослаблению сжатия среды по сравнению с плоскополяризованным случаем. Из сравнения зависимостей  $P(\psi)$  на фиг. 2, г и е при  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$  и  $h_{z0} = \text{const}$  видно, насколько существенно наличие достаточно сильного продольного магнитного поля для сжатия среды.

На фиг. 3 построены графики  $|V_{xy}(\psi)|/a_0$ , где  $|\vartheta_{xy}|$  – абсолютная величина скорости газа на  $C$  в плоскости  $XU$  относительно неподвижной среды перед  $S_1$  и  $S'_1$ . Зависимости, полученные при  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$ , по характеру к плоскополяризованному слу-

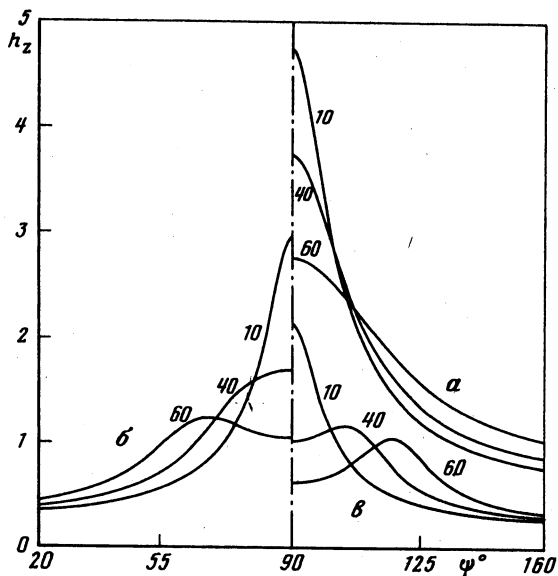


Фиг. 4. Абсолютная величина напряженности магнитного поля в плоскости  $XY$  на контактном разрыве, отнесенная к соответствующему значению в среде перед  $S_1$  и  $S'_1$ . Обозначения такие же, как на фиг. 2. Штриховые кривые ( $з$ ) описывают безразмерную абсолютную величину напряженности магнитного поля с учетом  $Z$ -компоненты

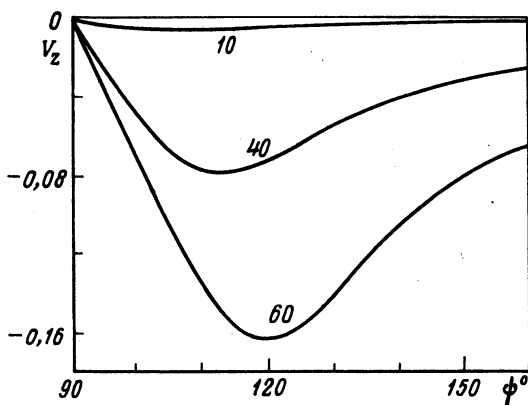
чаю с некоторым уменьшением скорости газа из-за ослабления ударных волн, описанного выше. Только при  $N = 2$ ,  $h_{z0} = 0,25$ ,  $\theta = 10^\circ$  (фиг. 3,  $e$ ) не наблюдается столь резкого ускорения среды, как при  $h_{z0} = 0$  в окрестности  $\psi = 90^\circ$ . Таким образом, как и в случае квазиперпендикулярного взаимодействия при  $H_{z0} = 0$ , при наличии  $H_{z0} \neq 0$  почти перпендикулярное  $S_1$  и  $S'_1$  магнитное поле, лежащее в плоскости  $XY$ , ускоряет газ за счет силы Лоренца  $-(1/c)\mathbf{j} \times \mathbf{H}$ .

Необходимость достаточно сильного продольного магнитного поля для ускорения проводящего газа иллюстрирует ситуация с  $h_{z0} = \text{const}$ : в этом случае все зависимости  $|V_{xy}(\psi)|/a_0$  более пологие как по сравнению с  $h_{z0} = 0$ , так и по сравнению с  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$ . Отсутствие ускорения среды при  $\psi \approx 90^\circ$  за счет силы Лоренца наиболее наглядно проявляется при малых  $\theta$ . Это обусловлено тем, что основной ускоряющий механизм во всех случаях связан с двумерностью взаимодействия: скорость среды на результирующем контактном разрыве растет в большей мере при увеличении угла между сталкивающимися ударными волнами, чем при изменении ориентации магнитного поля. Даже относительно слабые ударные волны  $S_1$  и  $S'_1$  (существенное уменьшение их интенсивности иллюстрирует  $\rho(\psi)/\rho_0$  (фиг. 2,  $e$ , штриховая кривая)) за счет сильного магнитного поля существенно ускоряют среду при  $\theta > 40^\circ$  (фиг. 3,  $e$ ).

Зависимости  $|H_{xy}(\psi)|/H_0$  для  $h_{z0} \neq 0$  достаточно близки к случаю  $h_{z0} = 0$ , но имеют более плавный характер (фиг. 4). Обращает внимание наличие в умеренном и сильном полях слабо выраженных экстремумов примерно при тех же значениях  $\psi$ , что и при  $h_{z0} = 0$ . Такое поведение магнитного поля связано с усилением альфвеновских разрывов и изменением типа медленных волн в результирующем течении. На фиг. 4 кривые  $|H_{xy}(\psi)|$  для  $h_{z0} = \text{const}$  не были построены, чтобы не загромождать рисунок, так как они близки к зависимостям для  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$  и отличаются только более плавным характером и отсутствием локальных экстремумов при  $\psi \neq 90^\circ$ .



Фиг. 5. Зависимости  $h_z(\psi)$  на контактном разрыве для  $M_1 = M'_1 = 3$ ,  $\theta = 10, 40$  и  $60^\circ$  (значения  $\theta$  проставлены у кривых);  $N = 0,7$ ;  $h_{z0} = 0,71$  (а);  $N = 1,5$ ;  $h_{z0} = 0,33$  (б);  $N = 2$ ;  $h_{z0} = 0,25$  (в) (случай  $\Delta p_{\text{mag}} = \text{const}$ )



Фиг. 6. Зависимость  $V_z(\psi)/a_0$  на  $C$  для  $M_1 = M'_1 = 3$ ,  $N = 1,5$ ;  $h_{z0} = 0,33$ ;  $\psi = 10, 40$  и  $60^\circ$  (значения  $\theta$  проставлены у кривых)

На фиг. 5 приведены графики зависимостей  $h_z(\psi)$  на контактном разрыве для  $\theta = 10, 40$  и  $60^\circ$  (значения  $\theta$  проставлены у соответствующих кривых). Ввиду симметрии относительно  $\psi = 90^\circ$  графики приведены на интервалах  $[0, 90^\circ]$  и  $[90, 180^\circ]$ . Поперечное магнитное поле резко усиливается (и тем сильнее, чем меньше  $N$ ) в окрестности  $\psi = 90^\circ$  при малых  $\theta$ . При достаточно сильном поле и/или большом  $\theta$  максимум  $h_z$  достигается при  $\psi \neq 90^\circ$  (фиг. 5, б, в). Зависимости суммарного магнитного поля  $(H_x^2 + H_y^2 + H_z^2)^{1/2}$ , отнесенного к  $H_0(1 + h_{z0}^2)^{1/2}$ , от  $\psi$  построены на фиг. 4 для случая  $N = 1,5$ ;  $h_{z0} = 0,33$  штриховыми линиями (значения  $\theta$  указаны у кривых). Суммарное магнитное поле как функция  $\psi$  изменяется в достаточно узких пределах и его усиление или ослабление в существенно большей степени зависят от  $\theta$ . При  $h_{z0} = \text{const}$

зависимости  $h_z(\psi)$  имеют приблизительно такой же вид с несколько большими значениями  $h_z$ , локальные экстремумы на них отсутствуют и они близки по форме к кривым  $h_z(\psi)$ , построенным на фиг. 5, а; суммарное магнитное поле на  $C$  практически не зависит от  $\psi$ , его изменение при варьировании  $\psi$  не превосходит 1–2%.

Несмотря на то, что  $V_z = 0$ , в среде перед  $S_1$  и  $S'_1$ , за счет токов  $j_z$ , текущих в волнах, образующих течение, возникает движение среды в направлении оси  $Z$ . На фиг. 6 построена зависимость  $V_z(\psi)/a_0$  на  $C$ . При  $\psi < 90^\circ$   $V_z$  имеет те же абсолютные значения с противоположным знаком. Зависимость  $V_z(\psi)$  немонотонная, максимальная абсолютная величина  $V_z$  достигается при тех же значениях  $\psi$ , что и максимум  $h_z$ , что обусловлено усилением альфвеновских разрывов и двумерным характером взаимодействия при достаточно большом  $\theta$ . По величине поперечная скорость более чем на порядок меньше скорости в плоскости  $XU$  (фиг. 3, з).

**Заключение.** При наличии компоненты магнитного поля вдоль линии пересечения фронтов взаимодействующих быстрых МГД ударных волн в возникающем течении всегда присутствуют два альфвеновских разрыва различной интенсивности с круговой поляризацией. При непрерывном изменении определяющих параметров волновая картина течения изменяется непрерывно, т.е. в отличие от плоскополяризованного случая нет скачкообразных перестроек течения. Давление и скорость среды на контактном разрыве при вращении вектора напряженности магнитного поля вокруг оси, параллельной линии пересечения фронтов ударных волн, изменяются более плавно, их значения в области, соответствующей квазиперпендикулярному взаимодействию, существенно меньше по сравнению с плоскополяризованными ударными волнами. Для этой области характерно существенное усиление компоненты магнитного поля вдоль линии пересечения фронтов ударных волн. Соответствующая компонента скорости меняется немонотонно, ее экстремум обусловлен усилением различия между интенсивностями неплюскополяризованных альфвеновских разрывов и двумерным характером взаимодействия.

Автор искренне благодарен А.А. Бармину за полезные замечания, сделанные при чтении рукописи, которые способствовали улучшению статьи и привели к большей ясности изложения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01928).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962. 246 с.
2. Пушкарь Е.А. О косых магнитогидродинамических ударных волнах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 4. С. 106–116.
3. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Магнитогидродинамическое описание процесса столкновения ударного возмущения солнечного ветра и головной ударной волны // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 4. С. 140–155.
4. Baranov V.B., Barmin A.A., Pushkar' E.A. Interaction of interplanetary shocks with the heliospheric termination shock: Two-dimensional magnetohydrodynamic model // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. № A12. P. 27465–27481.
5. Пушкарь Е.А. Столкновение альфвеновского разрыва солнечного ветра с околоземной головной ударной волной // Письма в Астрон. журн. 1998. Т. 24. № 6. С. 461–473.
6. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Наклонное взаимодействие сильных разрывов в магнитной гидродинамике // Механика. Современные проблемы. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 100–105.
7. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Наклонное взаимодействие альфвеновского и контактного разрывов в магнитной гидродинамике // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 1. С. 131–142.
8. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Пересечение ударных волн в магнитной гидродинамике // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 3. С. 132–143.



9. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Нерегулярное взаимодействие ударных волн в магнитной гидродинамике // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 184–198.
10. Пушкарь Е.А. Регулярное наклонное взаимодействие догоняющих ударных волн в проводящей среде с магнитным полем // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 6. С. 127–143.
11. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Встречное наклонное взаимодействие альфвеновского разрыва с быстрой магнитогидродинамической ударной волной // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 6. С. 120–136.
12. Пушкарь Е.А. Обобщенные поляры плоскополяризованных стационарных автомодельных течений в магнитной гидродинамике // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 3. С. 111–119.
13. Pushkar' E.A. The numerical simulation methods of the oblique shock wave interaction in magnetized conducting media // Third Russian-Japanese Joint Sympos. on Computational Fluid Dynamics. Russia, Vladivostok, 1992. Book Abstr. Владивосток: Дальнаука, 1992. V. 2. P. 158–159.
14. De Hoffman F., Teller E. Magneto-hydrodynamic shocks // Phys. Rev. 1950. V. 80. № 4. P. 692–703.
15. Бармин А.А. Исследование поверхностей разрыва с выделением (поглощением) энергии в магнитной гидродинамике // ПММ. 1962. Т. 26. № 5. С. 801–810.
16. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
17. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
18. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Наклонное взаимодействие альфвеновского и контактного разрывов в магнитной гидродинамике // Отчет НИИ Механики МГУ, 1986. № 3283. 86 с.
19. Бармин А.А., Сазонова В.Н. Взаимодействие быстрой магнитогидродинамической ударной волны с тангенциальным разрывом // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 2. С. 159–168.

Москва

Поступила в редакцию  
15.VI.1998