

УДК 532.526.2:533.6.011.72

© 1999 г. Н.А. ОСТАПЕНКО

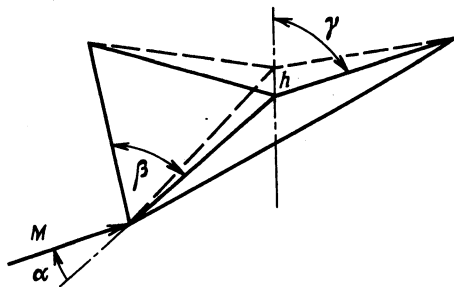
РЕЖИМЫ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ V-ОБРАЗНЫХ КРЫЛЬЕВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Проведен полный анализ возможных режимов сверхзвукового обтекания V-образного крыла заданной геометрии в плоскости параметров: число Маха невозмущенного потока, угол атаки, с использованием разработанной ранее модели толщины вытеснения пограничного слоя в конических угловых конфигурациях. Изучено видоизменение взаимного расположения характеристических кривых и режимов обтекания V-образного крыла – нижней поверхности эквивалентных волнолетов с заданными удельным объемом и коэффициентом подъемной силы при уменьшении угла раскрытия.

В [1, 2] с использованием результатов комплексных теоретических и экспериментальных исследований аэродинамических характеристик пространственных тел со звездобразным поперечным сечением при сверх- и гиперзвуковых скоростях предложена модель толщины вытеснения пограничного слоя для пирамидальных тел, состоящих из целого числа симметричных циклов с плоскими гранями. Определена область изменения геометрических параметров, в которой моделирование вязкого взаимодействия в угловых конфигурациях коническим телом вытеснения позволяет получать расчетные значения полного сопротивления указанных пространственных тел, удовлетворительно согласующиеся с экспериментальными данными, полученными в холодных аэродинамических трубах, как при ламинарном, так и турбулентном состоянии пограничного слоя.

В [3] реализована первая попытка использования модели вязкого взаимодействия [1, 2] в изопериметрической задаче оптимизации несущей конфигурации – волнолета с нижней поверхностью в форме V-образного крыла при гиперзвуковых скоростях полета с целью достижения максимальных значений аэродинамического качества. Полученные в [3] результаты оказались весьма неожиданными. Они указали, что при больших сверхзвуковых скоростях влияние вязкого взаимодействия как на форму волнолета максимального аэродинамического качества, так и на величину превышения аэродинамического качества волнолета с нижней поверхностью в форме V-образного крыла по сравнению с аэродинамическим качеством эквивалентного волнолета с плоской нижней поверхностью является принципиальным. При некоторых наборах констант изопериметрических условий (заданы удельный объем и коэффициент подъемной силы) указанное превышение может достигать 18% – величины достаточно большой и непривычной при оптимизации несущих форм. Причем эта величина не является характеристикой оптимального волнолета, а получена в некоторой окрестности границы режимов обтекания с присоединенной ударной волной на передних кромках, т.е. внутри области изменения параметров, где метод, использованный в [3], обеспечивал определение аэродинамических характеристик V-образного крыла. Последний вывод был сделан на основании косвенных данных о зависимости интенсивности внутренних ударных волн в ударном слое от параметра – угла раскрытия крыла, по которому осуществлялось движение в расчетах.

В целом результаты исследования [3] свидетельствуют, что величина аэродинамического качества волнолета при указанном наборе изопериметрических условий связана с режимом обтекания его нижней поверхности – V-образного крыла, изменяющимся вместе с его углом раскрытия. Таким образом, изучение режимов обтекания крыла при наличии вязкого взаимодействия, имеющее самостоятельный интерес, приобретает значение и для установления закономерностей, хотя бы качественного характера, позволяющих в изопериметрической задаче прогнозировать направление изменения аэродинамического качества компоновки в зависимости от



Фиг. 1. V-образное крыло с конической моделью толщины вытеснения пограничного слоя (штриховые линии). h – параметр модели вязкого взаимодействия; β и γ – угол при вершине консоли и полуугол раскрытия крыла; M – число Маха невозмущенного потока; α – угол атаки (угол между направлением скорости невозмущенного потока и центральной хордой крыла)

определяющих параметров. Ниже изложены результаты анализа влияния вязкого взаимодействия на режимы обтекания крыла с заданной геометрией, а также данные о взаимном расположении характеристических кривых режимов обтекания [4] в изопериметрической задаче [3].

1. Выпишем основные соотношения в рамках модели вязкого взаимодействия [1, 2] для определения характеристических кривых режимов обтекания V-образного крыла в плоскости параметров M, α (M – число Маха невозмущенного потока, α – угол атаки крыла, см. фиг. 1), изученных в случае идеального газа в [4]. Ограничимся кривыми расчетных [5, 6] (ударная волна располагается в плоскости передних кромок крыла) и звуковых (образующая конуса Маха однородного потока за плоским скачком уплотнения, присоединенным к передней кромке, совпадает с кромкой крыла) режимов обтекания, поскольку их взаимное расположение дает полное представление о характере течения в различных подобластях плоскости (M, α) , тем более что при $M > 6$ кривые звукового режима течения и режима отсоединения скачка уплотнения от передних кромок практически совпадают.

Коническое тело вытеснения около V-образного крыла задается одним параметром h (фиг. 1), который, согласно модели [1, 2], определяется углом раскрытия крыла 2γ и толщиной вытеснения пограничного слоя, рассчитанной по параметрам в ударном слое в отсутствие вязких эффектов [7], как на пластине с длиной, равной длине центральной хорды V-образного крыла. Соответствующие формулы, в том числе для коэффициента трения, и сведения о пределах применимости модели вязкого взаимодействия могут быть найдены в [3]. Таким образом, волновая составляющая нагрузки на исходное крыло определяется как нагрузка на новое крыло, рассчитываемая в рамках конического течения идеального газа. Последнее является решающим фактором, допускающим постановку и решение оптимизационных задач с изопериметрическими условиями, так как избавляет от необходимости использования трехмерных уравнений движения вязкого газа и делает реальными затраты машинного времени.

Геометрические параметры нового эффективного крыла β_n, γ_n и соответствующий ему угол атаки α_n определяется по формулам

$$\operatorname{tg} \beta_n = \frac{\operatorname{tg} \beta}{1 + h \operatorname{tg} \beta \cos \gamma}, \operatorname{tg} \gamma_n = \frac{\sin \gamma \sqrt{1 + h^2}}{\cos \gamma - h \operatorname{ctg} \beta}, \operatorname{tg} \alpha_n = \frac{\operatorname{tg} \alpha + h}{1 - h \operatorname{tg} \alpha}, \quad (1.1)$$

$$R = \sqrt{1 - 2h \operatorname{ctg} \beta \cos \gamma + h^2 (\sin^2 \gamma + \operatorname{ctg}^2 \beta)}$$

Из условия непротекания на новом крыле с использованием (1.1) и тождества $\omega_n + \alpha_n = \omega + \alpha$, где $\text{tg } \omega = \text{tg } \beta \cos \gamma$ (ω_n определяется по аналогичной формуле через параметры с индексом n) найдем основное соотношение, определяющее кривую расчетных режимов обтекания

$$M = \frac{1}{\sin(\omega + \alpha)} \sqrt{\frac{(1 - \varepsilon)(1 + h \text{tg } \omega)}{\text{tg } \omega \text{ctg}(\omega + \alpha)(1 - h \text{ctg } \omega) - \varepsilon(1 + h \text{tg } \omega)}}, \quad \varepsilon = \frac{k - 1}{k + 1} \quad (1.2)$$

Здесь k – отношение удельных теплоемкостей газа.

Согласно (1.2), при учете толщины вытеснения пограничного слоя ($h \neq 0$) расчетный режим обтекания некоторого крыла при заданном угле атаки осуществляется при большем числе Маха, чем расчетный режим обтекания того же крыла при $h = 0$, а при заданном числе Маха – при меньшем угле атаки. Значит, если при учете вязкого взаимодействия соответствующие режимы обтекания существуют, то кривая (1.2) располагается внутри области, ограниченной кривой $M = M(\omega, \alpha, h = 0)$. Последняя всегда существует при $\omega > 0$, ограничивая слева и сверху некоторую, отвечающую данному крылу полубесконечную область с параметрами $1 < M < \infty, 0 < \alpha < \alpha_m$, где реализуются режимы обтекания крыла с маховской и более сложными конфигурациями ударных волн [4]. Здесь α_m отвечает нулю знаменателя дроби под радикалом (1.2) при $h = 0$ и определяется по формуле

$$\text{tg } \alpha_m = \frac{(1 - \varepsilon) \text{tg } \omega}{\varepsilon + \text{tg}^2 \omega}$$

Вопрос о существовании расчетных режимов обтекания V-образного крыла поставлен не случайно. При учете вязкого взаимодействия из (1.2) нетрудно найти условие, при выполнении которого расчетные режимы обтекания заведомо не реализуются

$$h) \frac{\text{tg } \omega - \varepsilon \text{tg}(\omega + \alpha)}{1 + \varepsilon \text{tg } \omega \text{tg}(\omega + \alpha)} \quad (1.3)$$

Так как при любых конечных числах Рейнольдса $h > 0$, то всегда найдутся такие значения параметра формы ω , что условие (1.3) будет удовлетворяться при любых углах атаки.

Для ответа на вопрос, является ли область, ограниченная кривой (1.2), если таковая существует, бесконечной, как в случае отсутствия вязкого взаимодействия [4], или конечной, необходимо привлечь к рассмотрению зависимость параметра h от определяющих параметров задачи. Рассмотрим две асимптотики для h , предполагая ударные волны, присоединенные к передним кромкам, соответственно имеющими большую ($M^2 \sin^2 \theta \gg 1$, здесь θ – угол между направлением скорости невозмущенного потока и ее проекцией на плоскость скачка уплотнения, присоединенного к передней кромке крыла) и малую ($M^2 \sin^2 \theta \sim 1$) интенсивность, а также полагая $\varepsilon M^2 \gg 1$. Используя соотношения, определяющие величину h в случае ламинарного пограничного слоя [1–3], в указанных двух приближениях найдем

$$h = \frac{1,74}{\sqrt{\text{Re}}} \frac{f^{1/2(1+\sigma)}}{\sqrt{\cos \theta}} \frac{(\sqrt{1 + \varepsilon} M \sin \theta)^\sigma}{\sin \gamma} \left(1 + \frac{\varepsilon \sqrt{\text{Pr}}}{(1 - \varepsilon^2)} \frac{\text{ctg}^2 \theta}{f} \right)^{-1/2(1-\sigma)} \times \quad (1.4)$$

$$\times \left[1 + \frac{\varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)} \left(\sqrt{\text{Pr}} + \frac{13}{35} \right) \frac{\text{ctg}^2 \theta}{f} \right]$$

$$h = 1,74 \left(1 + \frac{13}{35 \sqrt{\text{Pr}}} \right) \left(\frac{\varepsilon \sqrt{\text{Pr}}}{1 - \varepsilon} \right)^{1/2(1+\sigma)} \frac{M^{1+\sigma}}{\sqrt{\text{Re}} \sin \gamma} \equiv \frac{0,526 M^{1+\sigma}}{\sqrt{\text{Re}} \sin \gamma} \quad (1.5)$$

В (1.4), (1.5) Re – число Рейнольдса, вычисленное по параметрам невозмущенного потока и длине центральной хорды крыла; σ – показатель степени в зависимости вязкости от температуры; Pr – число Прандтля; f – отношение величин плотности газа в невозмущенном потоке и за скачком уплотнения на передней кромке. Так как h определяется по параметрам течения в ударном слое, реализующимся при тех же величинах M и α , но в отсутствие вязкого взаимодействия, то в выражении (1.4) на расчетных режимах обтекания $\theta \ll \omega + \alpha$. Дальнейшего упрощения в указанном выражении можно достичь, предположив, что $tg^2\theta \ll 1$. Такая асимптотика не вносит качественных изменений в зависимость h от параметров, но в силу своей простоты может быть полезной при проведении некоторых оценок. В указанном приближении соотношение (1.4) перепишем в виде

$$h = \frac{1,74}{\sqrt{1+\varepsilon}} \left(1 + \frac{13}{35\sqrt{Pr}}\right) \left(\frac{\varepsilon\sqrt{Pr}}{1-\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}(1+\sigma)} \frac{M^\sigma}{\sqrt{Re \sin \theta \sin \gamma}} \equiv \frac{0,487M^\sigma}{\sqrt{Re \sin \theta \sin \gamma}} \quad (1.6)$$

Константы в последнем тождестве (1.6), а также в выражении (1.5) вычислены для воздуха $\varepsilon = 1/6$, $Pr = 0,7$ и $\sigma = 0,75$. Интересно отметить, что асимптотика для h (1.6) при формальной подстановке $\sin \theta = 1/M$, которая отвечает $\alpha = 0$ и не удовлетворяет асимптотическому условию $M^2 \sin^2 \theta \gg 1$, с точностью до несущественного в такого рода оценках множителя совпадает с асимптотикой для h (1.5). В связи с этим асимптотика (1.6) может быть использована для проведения оценок при любой интенсивности ударных волн, необходимо лишь, чтобы выполнялось условие $\varepsilon M^2 \gg 1$.

Согласно приближенным соотношениям (1.5) и (1.6), h является степенной функцией числа Маха невозмущенного потока с положительным показателем степени. Поэтому в соответствии с (1.2), (1.3) кривая расчетных режимов обтекания V-образного крыла при учете вязкого взаимодействия, если она существует, будет располагаться на ограниченном отрезке изменения числа Маха. Действительно, для любых $\omega = \text{const}$ и $\alpha = \text{const}$ всегда найдется такое число M_{\max} , что при $M > M_{\max}$ условие (1.3) будет выполняться.

Для получения приближенного критерия пересечения кривой расчетных режимов обтекания (1.2) с осью абсцисс M , подставим (1.5) в (1.2). Полагая для простоты $\sigma = 1$, получим биквадратное уравнение относительно M , решение которого запишем в виде

$$M^2 = \frac{(1-\varepsilon)}{2\Delta \text{ctg} \omega (1+\varepsilon \text{tg}^2 \omega)} \left[\left(1 - \frac{\Delta}{\sin \omega \cos \omega}\right) \pm \sqrt{D} \right], \quad \Delta = \frac{0,526}{\sqrt{Re \sin \gamma}} \quad (1.7)$$

$$D = \frac{1}{(1-\varepsilon)} \left[\left(1 - \frac{\Delta}{\sin \omega \cos \omega}\right)^2 - \varepsilon \left(1 + \frac{\Delta}{\sin \omega \cos \omega}\right)^2 - 4 \frac{\Delta \text{ctg} \omega}{\sin^2 \omega} \right]$$

Согласно (1.7), в приближении $\Delta \ll 1$ найдем соотношение, при выполнении которого кривая расчетных режимов обтекания не будет иметь общих точек с осью M

$$\text{tg} \omega < q \left[1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon}{3}\right) q^2 \right], \quad q = \sqrt[3]{\frac{4\Delta}{1-\varepsilon}} \quad (1.8)$$

При проведении оценок в некоторых случаях можно не учитывать второй член в квадратных скобках (1.8), принимая во внимание приближение, в котором получено выражение для h (1.5).

Поиск кривой расчетных режимов обтекания крыла $M(\alpha)$ (1.2) может осуществляться, например, путем итераций по M при любом допустимом $0 < \alpha < \alpha_m$ (см. (1.3)).

Число Маха M_n составляющей скорости невозмущенного потока, нормальной передней кромке, и угол α_k между указанной составляющей скорости и ее проекцией на плоскость крыла связаны с условиями обтекания и геометрическими параметрами

крыла (фиг. 1) соотношениями

$$M_n^2 = M^2 [\sin^2 \alpha \sin^2 \gamma + (\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma)^2], \quad \operatorname{tg} \alpha_k = \frac{\operatorname{tg} \alpha \sin \gamma}{\sin \beta + \operatorname{tg} \alpha \cos \beta \cos \gamma} \quad (1.9)$$

С использованием (1.9) по известным формулам рассчитываются параметры течения за скачком уплотнения, присоединенным к передней кромке, а по соответствующим выражениям из [1–3] определяется h , что и позволяет найти корни M уравнения (1.2) при заданном α .

Выпишем соотношения, определяющие характеристическую кривую звуковых режимов течения на передней кромке крыла. Как будет видно, они представляют относительно простую систему уравнений благодаря обнаруженному явному параметрическому способу задания искомой кривой в случае идеального газа [4]. При изложенном в [4] подходе к описанию кривой звуковых режимов число Маха M_n и угол α_k на соответствующих режимах обтекания нового крыла, образованного поверхностью вытеснения, определяются по формулам

$$M_n = \sqrt{\frac{(1-\varepsilon)(1+z^2)}{f-\varepsilon}}, \quad \operatorname{tg} \alpha_k = \frac{(1-f)z}{f+z^2} \quad (1.10)$$

$$f = \frac{1}{2} [1 \pm \sqrt{1-4(1-\varepsilon)z^2}], \quad z \equiv \operatorname{ctg} \theta_k \in \left[0, \frac{1}{2\sqrt{1-\varepsilon}} \right]$$

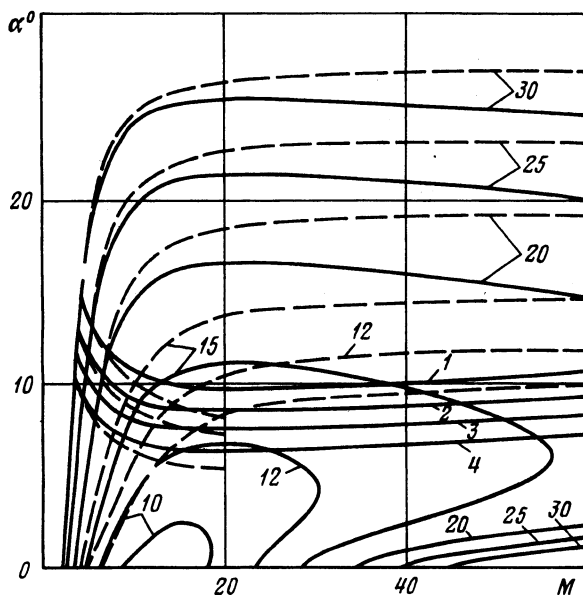
В (1.10) θ_k – угол между составляющей скорости, нормальной передней кромке крыла, и ее проекцией на скачок уплотнения, присоединенный к передней кромке нового крыла на звуковых режимах течения. Согласно [4], при $z \in [0, 1/(2\sqrt{1-\varepsilon})]$ перед радикалом в выражении для f следует выбирать знак плюс, а при $z \in [1/(2\sqrt{1-\varepsilon}), \sqrt{\varepsilon}]$ (интервал убывания параметра) – минус.

Из геометрического смысла величины M_n , связанной с числом Маха M невозмущенного потока соотношением (1.9), ясно, что она не изменится при замене параметров α, β, γ на соответствующие параметры для нового крыла (1.1). Изменится только связь между α и α_k (1.9), которая после замены параметров α, β, γ на их выражения для нового крыла (1.1) примет форму

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha_0 - h(1 + 2 \operatorname{tg} \alpha_0 \operatorname{ctg} \beta \cos \gamma)}{1 + h \operatorname{tg} \alpha_0 (\sin^2 \gamma + \operatorname{ctg}^2 \beta)}, \quad \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_k \sin \beta}{\sin \gamma - \operatorname{tg} \alpha_k \cos \gamma \cos \beta} \quad (1.11)$$

В (1.11) α_0 – угол атаки крыла при звуковом режиме течения на кромке в отсутствие вязкого взаимодействия (см. второе соотношение в (1.9) и (1.10)). Первое из соотношений (1.11) указывает, что соответствующий режим течения при учете толщины вытеснения пограничного слоя реализуется, как и должно быть согласно физическому смыслу, при углах атаки α , меньших α_0 .

Так как в рассматриваемой задаче из-за способа определения параметра толщины вытеснения пограничного слоя h [1–3] углы атаки крыла $\alpha < 0$ не имеют смысла, то, учитывая зависимость h от M (1.5), (1.6), из (1.11) можно сделать вывод, что кривая звуковых режимов течения располагается на конечном отрезке изменения числа Маха M , а ограниченная ею область – внутри области, ограниченной кривой звуковых режимов течения $\alpha_0(M)$ в отсутствие вязкого взаимодействия, поскольку $\alpha < \alpha_0$. Из ограниченности отрезка изменения числа Маха следует, что параметр z (1.10) на интервале убывания $[1/(2\sqrt{1-\varepsilon}), \sqrt{\varepsilon}]$ не достигает величины $z = \sqrt{\varepsilon}$, при которой $M_n = \infty$. Анализ показывает также, что точкам пересечения кривой звуковых режимов течения с осью абсцисс M отвечают два значения параметра z . Одно располагается на



Фиг. 2. Кривые звуковых режимов конического течения за плоскими присоединенными скачками уплотнения на передних кромках плоских треугольных крыльев с углом при вершине консоли крыла $\beta = 10, 12, 15, 20, 25$ и 30° для воздуха ($k = 1,4$) с учетом (сплошные линии) и без учета (штриховые линии) толщины вытеснения пограничного слоя. Кривые 1-4 – звуковые режимы течения на передних кромках волнолетов с плоской нижней поверхностью и удельным объемом $\tau = 0,1127; 0,1; 0,09$ и $0,08$

интервале $(\sqrt{\epsilon/[2(1-\epsilon)]}, \sqrt{\epsilon})$ и соответствует знаку плюс в формуле для f (1.10), другое – на интервале убывания параметра z и соответствует знаку минус в той же формуле. При величинах параметра z , меньших второго из названных значений, система соотношений, определяющая кривую звуковых режимов течения, имеет два решения.

Поиск точек кривой звуковых режимов течения (1.11) при текущих значениях параметра z может производиться итерациями по $\alpha < \alpha_0$ с использованием (1.9), (1.10) для определения h по соответствующим параметрам в сжатом слое в отсутствие вязких эффектов.

Соотношения, определяющие характеристическую кривую режимов отсоединения ударной волны от передних кромок крыла, могут быть построены по аналогии с соотношениями для кривой звуковых режимов течения с использованием соответствующей явной параметрической формы представления искомой кривой в случае идеального газа [4].

2. Влияние вязкого взаимодействия в рамках модели [1, 2] на существование режима обтекания крыла заданной геометрии с присоединенной ударной волной на передних кромках, которое в [3] устанавливалось непосредственно в расчете, может быть прослежено в результате сравнения штриховых ($h = 0$) и соответствующих сплошных ($h \neq 0$) кривых (фиг. 2), отвечающих звуковым режимам течения на передних кромках и рассчитанных для плоского треугольного крыла с различным углом β при вершине консоли (фиг. 1) при обтекании потоком воздуха с числом Рейнольдса $Re = 5 \cdot 10^5$ (ламинарный пограничный слой). Величины остальных параметров, определяющих вязкое взаимодействие, были даны выше. Области изменения параметров

M , α , ограниченные кривыми звуковых режимов течения (номер кривой указывает величину угла β в градусах), в которых реализуется обтекание соответствующих крыльев со смешанным типом конического течения в ударном слое, при учете толщины вытеснения пограничного слоя являются замкнутыми в отличие от их аналога в случае модели идеального газа.

На семейства сплошных и штриховых кривых звуковых режимов течения нанесены соответствующие пары кривых с различными значениями удельного объема треугольного в плане волнолета

$$\tau = \frac{1}{3} \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\frac{\cos \alpha - \sin \alpha \operatorname{tg} \omega}{\operatorname{tg} \omega \operatorname{tg} \gamma}} \quad (2.1)$$

с плоской нижней поверхностью ($\gamma = \pi/2$, $\omega = 0$, $\operatorname{tg} \omega \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \beta \sin \gamma$). Они ограничивают снизу области изменения параметров, в которых реализуется режим обтекания с присоединенной ударной волной на передних кромках крыла при различных значениях $\tau = \operatorname{const}$. Каждая пара кривых для $\tau = 0,1127$; $0,1$; $0,08$ (кривые 1, 2 и 4 на фиг. 2) начинается практически из одной точки, что обусловлено малой толщиной вытеснения пограничного слоя при соответствующих значениях определяющих параметров. Для $\tau = 0,09$ кривая 3 нанесена только на сплошные кривые звуковых режимов течения.

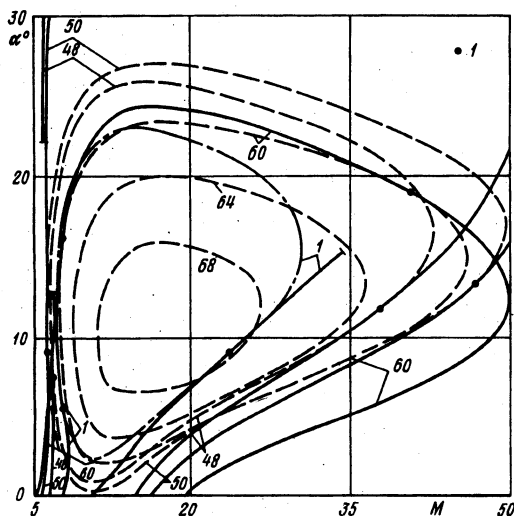
Из результатов, представленных на фиг. 2, следует важный качественный вывод. В рамках идеального газа при любой допустимой паре значений параметров τ , β и соответствующем угле атаки α (2.1) волнолета с нижней поверхностью в форме треугольной пластины всегда найдется такое число Маха невозмущенного потока M_τ , что при $M > M_\tau$ будет реализовываться режим обтекания с присоединенной ударной волной на передних кромках. С учетом вязкого взаимодействия сделанное утверждение уже неверно.

Действительно, например, пары сплошных кривых 1, 15 и 4, 12 (фиг. 2) имеют по две точки пересечения, ограничивающие интервал изменения числа Маха, где при соответствующих τ , β и α будет иметь место режим обтекания плоского треугольного крыла с присоединенной ударной волной на передних кромках. Причем длина указанного интервала при фиксированном β с уменьшением τ ведет себя немонотонно, а при фиксированном удельном объеме с уменьшением угла β стремится к нулю. Так при $\tau = 0,08$ и приблизительно $\beta < 12^\circ$ (см. сплошные кривые для $\beta = 12$ и 10°) около соответствующих крыльев с учетом вязких эффектов осуществляются только режимы с отсоединенной ударной волной на передних кромках.

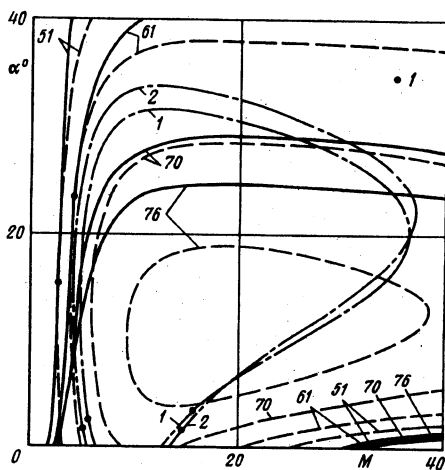
Обнаруженное видоизменение области существования режимов обтекания крыла с присоединенной ударной волной на передних кромках в условиях вязкого взаимодействия особенно важно учитывать в изопериметрических задачах. Например, при необходимости исследования зависимости аэродинамического качества волнолета от угла раскрытия V-образного крыла на указанных режимах обтекания следует строить кривые звуковых режимов течения $\beta = \operatorname{const}$, $\tau = \operatorname{const}$, подобные изображенным на фиг. 2, для фиксированных $\gamma < \pi/2$.

В качестве иллюстрации взаимного расположения кривых, отвечающих расчетным режимам обтекания и звуковым режимам течения при учете вязкого взаимодействия, приведем динамику указанных характеристических кривых для некоторых значений угла раскрытия V-образного крыла – нижней поверхности волнолета [3] с заданными удельным объемом $\tau = 0,1127$ (2.1) и коэффициентом подъемной силы, имеющим место при числе $M = 20$, $C_y = 0,09261$ (фиг. 3) и $0,1347$ (фиг. 4) при обтекании потоком воздуха с приведенными выше значениями определяющих параметров.

На фиг. 3 и 4 сплошными и штриховыми линиями соответственно изображены кривые звуковых режимов течения и расчетных режимов обтекания для значений угла γ в градусах, указанных номерами кривых. Точками 1 обозначены точки пересечения кривых, где реализуются расчетные режимы обтекания со звуковым режи-

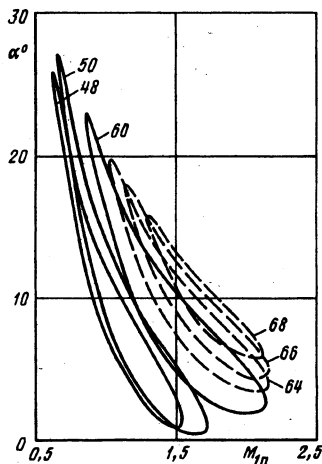


Фиг. 3. Характеристические кривые режимов обтекания V-образных крыльев – нижней поверхности волнолетов с удельным объемом $\tau = 0,1127$ и коэффициентом подъемной силы $C_y = 0,09261$ ($M = 20$) при полуугле раскрытия $\gamma = 68, 64, 60, 50$ и 48° : кривые звуковых режимов течения на передних кромках крыла – сплошные линии, кривые расчетных режимов обтекания с плоской ударной волной, лежащей на передних кромках, – штриховые линии. Точки 1 – точки пересечения характеристических кривых (звуковые режимы течения при расчетных режимах обтекания). Кривые 1 соответствуют волнолету с параметрами $\beta = 10,15^\circ, \gamma = 44,61^\circ$, около которого при $M = 20$ и $C_y = 0,09261$ реализуется режим обтекания, близкий к режиму отсоединения ударной волны от передних кромок крыла



Фиг. 4

Фиг. 4. Те же кривые, что и на фиг. 3, для коэффициента подъемной силы $C_y = 0,1347$ при полуугле раскрытия $\gamma = 76, 70, 61$ и 51° . Кривые 1 и 2 соответствуют волнолетам с параметрами $\beta = 12,4^\circ, \gamma = 32^\circ$ и $\beta = 13,5^\circ, \gamma = 28,65^\circ$, около которых при $M = 20$ и $C_y = 0,1347$ реализуется режим обтекания, близкий к режиму отсоединения ударной волны от передних кромок крыла



Фиг. 5

Фиг. 5. Распределение числа Маха нормальной к передней кромке составляющей скорости газа за плоским присоединенным скачком уплотнения около V-образных крыльев – нижней поверхности волнолетов на расчетных режимах обтекания (фиг. 3) при $\gamma = 68, 66, 64, 60, 50$ и 48° . Коническое течение в ударном слое смешанного типа (штриховые линии)

мом течения на передних кромках. Величины других геометрических параметров соответствующих волнолетов могут быть найдены в [3]. На фиг. 5 в качестве примера представлены распределения числа Маха M_{in} нормальной к передней кромке составляющей скорости за присоединенным скачком уплотнения, реализующиеся на расчетных режимах обтекания V-образных крыльев с теми же значениями угла γ , что и на фиг. 3 (здесь кривая расчетных режимов обтекания для $\gamma = 66^\circ$ отсутствует). Штриховыми кривыми нанесены значения числа M_{in} , отвечающие тем характеристическим кривым расчетных режимов обтекания крыльев, которые не пересекаются с соответствующими кривыми звуковых режимов течения (см. фиг. 3) и для параметров вдоль которых всюду реализуются конически сверхзвуковые режимы течения на передних кромках за присоединенным скачком уплотнения.

Указанные пары констант изопериметрических условий $\tau = \text{const}$, $C_y = \text{const}$ имеют место при обтекании эквивалентных волнолетов с плоским треугольным крылом в качестве нижней поверхности соответственно при $\beta = 15^\circ$, $\alpha = 10^\circ$ и $\beta = 22,77^\circ$, $\alpha = 12,5^\circ$ [3].

Кривые звуковых режимов течения для $\gamma = 68$ и 64° на фиг. 3 не приведены, чтобы не загромождать рисунок. Они, как и сплошные кривые для $\gamma = 76$ и 70° на фиг. 4, не имеют общих точек с соответствующими кривыми расчетных режимов обтекания. В подобных случаях в областях, ограниченных кривыми расчетных режимов обтекания, как правило, реализуется обтекание с маховской конфигурацией ударных волн, а в областях между характеристическими кривыми двух типов – обтекание с одной выпуклой в сторону невозмущенного потока головной ударной волной.

При увеличении угла раскрытия V-образного крыла для обоих значений коэффициента подъемной силы волнолета кривые расчетных режимов обтекания перестают существовать. В этих случаях в областях, ограниченных кривыми звуковых режимов течения, всюду реализуется обтекание с головной ударной волной, выпуклой в сторону набегающего потока, как при обтекании плоских треугольных крыльев, а вне их (с учетом сказанного выше о положении кривых режимов отсоединения при больших сверхзвуковых скоростях) – обтекание с отошедшей ударной волной на передних кромках вплоть до границы существования конического течения.

При уменьшении угла раскрытия крыла кривые звуковых режимов течения и расчетных режимов обтекания начинают пересекаться, причем в двух точках (точки 1; фиг. 3 – $\gamma = 60, 50, 48^\circ$; фиг. 4 – $\gamma = 61, 51^\circ$), а не в одной, как в случае идеального газа [4]. Между указанными точками, за исключением их малой окрестности, на верхней части кривой расчетных режимов обтекания реализуются режимы со скачками уплотнения, принадлежащими в плоскостях, нормальных передним кромкам, к сильному семейству. С уменьшением угла раскрытия крыла происходит относительное увеличение области изменения параметров (относительная длина дуги кривой расчетных режимов обтекания), при которых осуществляется обтекание с сильными скачками уплотнения на передних кромках, поскольку точки 1 перемещаются в нижнюю часть соответствующих кривых (см. фиг. 3, 4).

При рассматриваемом взаимном расположении характеристических кривых обтекание крыла с присоединенной к передним кромкам ударной волной будет существовать лишь внутри области, ограниченной кривой расчетных режимов обтекания, за исключением некоторых окрестностей попадающих в нее отрезков кривой звуковых режимов течения [4] (выше точек 1), а также между характеристическими кривыми, вниз от точек их пересечения, где будет реализовываться обтекание с головной волной, расположенной выше плоскости передних кромок.

Обращает внимание сближение точек пересечения кривой звуковых режимов течения с осью абсцисс при уменьшении угла раскрытия крыла (фиг. 3, 4), связанное с немонотонным изменением максимальных поперечных размеров $\Delta\alpha$ и ΔM области, ограниченной кривой расчетных режимов обтекания, при уменьшении угла раскрытия крыла (см. фиг. 3). Заметим также, что отсутствие точек пересечения с осью абсцисс кривой расчетных режимов обтекания (штриховые кривые на фиг. 3, а также

на фиг. 4 при $\gamma > 70^\circ$ удовлетворительно согласуется с критерием (1.8). Данные о величинах параметров, входящих в критерий (1.8), для некоторых наборов значений угла γ , отвечающих геометрическим параметрам крыльев, реализующихся при $\tau = 0,1127$, $C_y = 0,09261$ и $C_y = 0,1347$, представлены ниже:

$C_y = 0,09261$							
γ°	80	70	68	64	60	50	48
$\text{tg}\omega$	0,043	0,081	0,092	0,105	0,12	0,14	0,136
q	0,154	0,156	0,157	0,159	0,161	0,167	0,169
$C_y = 0,1347$							
γ°	80	76	70	61	51		
$\text{tg}\omega$	0,069	0,099	0,141	0,218	0,336		
q	0,154	0,155	0,156	0,160	0,166		

При $C_y = 0,09261$ критерий (1.8) выполняется при всех значениях угла γ , чему отвечает отсутствие точек пересечения оси M кривыми с расчетными режимами обтекания (штриховые кривые на фиг. 3). При $C_y = 0,1347$ критерий (1.8) нарушается при $\gamma \approx 70^\circ$, что и отражается на фиг. 4 наличием пересечения кривых расчетных режимов обтекания с осью абсцисс приблизительно при $\gamma \approx 70^\circ$.

На фиг. 3 штрихпунктирной линией и отрезками сплошной кривой I нанесены кривые расчетных режимов обтекания и звуковых режимов течения, соответствующие крылу с углами $\beta = 10,15^\circ$, $\gamma = 44,61^\circ$. Приведенные геометрические параметры являются "предельными", так как они отвечают V-образному крылу – нижней поверхности волнолета с $\tau = 0,1127$, $C_y \approx 0,09261$, около которого при числе $M = 20$ и соответствующем $\alpha \approx 7^\circ$ (2.1) реализуется режим обтекания, близкий к режиму отсоединения ударной волны от передних кромок. Последний режим имеет место при дальнейшем уменьшении угла раскрытия крыла в рассматриваемой изопериметрической задаче. Согласно расположению точек I – точек пересечения характеристических кривых I (фиг. 3), точка ($M = 20$, $\alpha \approx 7^\circ$), соответствующая указанному режиму обтекания, находится между сплошной и штрихпунктирной кривыми, вне области, ограниченной кривой расчетных режимов обтекания.

Суммируя приведенные данные о видоизменении характеристических кривых режимов обтекания V-образного крыла – нижней поверхности эквивалентных волнолетов в изопериметрической задаче $\tau = 0,1127$, $C_y = 0,09261$ [3], можно заключить, что при изменении угла γ от 90° (плоское треугольное крыло; $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 15^\circ$, фиг. 2) до $44,61^\circ$ ($\alpha \approx 7^\circ$, $\beta = 10,15^\circ$, фиг. 3) около крыла дважды реализуется расчетный режим обтекания, прежде чем ударная волна отсоединится от передних кромок. Это обусловлено тем, что точка ($M = 20$ ($\alpha(\gamma)$ – монотонно убывающая функция в указанных выше пределах изменения γ) характеризующая условия обтекания эквивалентных волнолетов, принадлежит областям присоединения ударной волны к передним кромкам крыла (см. фиг. 2, 3), дважды пересекает (с внешней и с внутренней стороны) кривые расчетных режимов на участках, где скачки уплотнения на кромках принадлежат слабому семейству, и, наконец, попадает на кривую звуковых режимов (фиг. 3, сплошная кривая I).

Похожим образом, за исключением этапа, предшествующего отсоединению ударной волны от передних кромок крыла, происходит преобразование режимов обтекания нижней поверхности эквивалентных волнолетов в изопериметрической задаче при $C_y = 0,1347$. Согласно фиг. 2, волнолет с плоской нижней поверхностью и с геометрическими параметрами α , β , отвечающими такому коэффициенту подъемной силы обтекает при $M = 20$ с ударной волной, присоединенной к передним кромкам. Этот же режим обтекания имеет место и при угле $\gamma < 90^\circ$ (фиг. 4), так как в соответствии с результатами [3] $\alpha(\gamma)$, будучи в этом случае немонотонной функцией, не превышает 13° .

На фиг. 4 штрихпунктирными линиями нанесены кривые расчетных режимов обте-

кания двух крыльев с "предельными" геометрическими параметрами: $1 - \beta = 12,4^\circ$, $\gamma = 32^\circ$ и $2 - \beta = 13,5^\circ$, $\gamma = 28,65^\circ$. Соответствующие им волнолеты имеют одинаковый удельный объем $\tau = 0,1127$, близкие к указанному значения коэффициента подъемной силы и режимы обтекания при числе $M = 20$ и $\alpha \approx 6,7^\circ$ (2.1), практически совпадающие с режимом отсоединения ударной волны от передних кромок эквивалентных крыльев, реализующимся при дальнейшем уменьшении угла раскрытия. Кривые звуковых режимов течения, чтобы не перегружать рисунок, не приведены.

Точки 1 , отвечающие звуковым режимам течения на расчетных режимах обтекания (см. кривые 1 и 2 на фиг. 4), для обоих наборов геометрических параметров крыла располагаются при $M < 20$ в отличие от случая, имеющего место в изопериметрической задаче при $C_y = 0,09261$ (см. кривые 1 на фиг. 3). Это значит, что при $\tau = 0,1127$, $C_y = 0,1347$ режимы обтекания с присоединенной ударной волной на передних кромках крыла перестают существовать не из-за выхода точки ($M = 20$, $\alpha(\gamma)$), характеризующей условия обтекания эквивалентных крыльев при уменьшении угла γ , из области, ограниченной кривой звуковых режимов течения (режимов отсоединения ударной волны от передних кромок), а по причине отсутствия решения возникающей здесь краевой задачи.

Действительно, в некоторой правой окрестности точек 1 внутри областей, ограниченных кривыми $1, 2$ расчетных режимов обтекания (фиг. 4, $M > 14$), располагаются соответствующие отрезки кривых звуковых режимов течения. Если точка ($M = 20$; $\alpha(\gamma)$) оказывается между указанным отрезком кривой звуковых режимов течения и границей области расчетных режимов обтекания, то в этих условиях присоединенный к передней кромке крыла скачок уплотнения слабого семейства является дозвуковым и располагается ниже плоскости передних кромок крыла. При таком краевом условии на передней кромке не может существовать режим обтекания с маховской системой ударных волн. Не может существовать и обтекание с гладкой, вогнутой к поверхности крыла ударной волной, так как вырабатываемый положительный градиент давления в сторону плоскости симметрии течения в конической дозвуковом потоке в ударном слое вызовет отсоединение ударной волны от передней кромки крыла.

Можно показать, что и при положении точки ($M = 20$, $\alpha(\gamma)$) в некоторой окрестности указанного выше отрезка кривой звуковых режимов течения внутри области, ограниченной этой кривой, режим обтекания с присоединенной ударной волной на передних кромках не может существовать [4]. Он перестанет реализовываться и при переходе точки ($M = 20$, $\alpha(\gamma)$) через участок кривой расчетных режимов обтекания со скачком уплотнения на передних кромках, принадлежащим сильному семейству [8].

Приведенные на фиг. 3 и 4 характеристические кривые (штрихпунктирные линии), отвечающие рассмотренным "предельным" значениям пар геометрических параметров V -образных крыльев, подчеркивают немонотонную зависимость поперечных размеров $\Delta\alpha$ и ΔM области, ограниченной кривой расчетных режимов обтекания, от угла раскрытия крыла в изопериметрической задаче $\tau = \text{const}$, $C_y = \text{const}$.

Отметим принципиальную особенность в динамике режимов обтекания V -образного крыла заданной геометрии при изменении условий обтекания. Если в рамках модели идеального газа звуковые режимы течения и режимы отсоединения могли быть достигнуты только при увеличении угла атаки крыла [4], то при наличии вязкого взаимодействия эти режимы могут быть реализованы при фиксированном числе Маха невозмущенного потока и при уменьшении угла атаки (фиг. 2–4). Это обусловлено тем, что при уменьшении угла атаки падает интенсивность ударных волн, присоединенных к передним кромкам крыла, растет число Маха потока в ударном слое при одновременном уменьшении числа Маха M_n (1.9) составляющей скорости, нормальной передней кромке, что приводит к увеличению параметра толщины вытеснения пограничного слоя h (см. (1.4)–(1.6)) и к отсоединению ударной волны от передней кромки.

Использованная модель толщины вытеснения пограничного слоя, согласно [1,2], адекватно отражает структуру течения и аэродинамические нагрузки, реализующиеся в эксперименте при сверх- и гиперзвуковом обтекании конических угловых конфигураций с рассмотренными значениями геометрических параметров в отсутствие внутренних ударных волн с интенсивностью, достаточной для образования отрыва пограничного слоя. Это позволяет заключить, что результаты проведенного анализа режимов обтекания V-образных крыльев, базирующиеся на данных о взаимном расположении характеристических кривых режимов обтекания без внутренних скачков уплотнения в ударном слое, должны достаточно близко отражать реальные эволюции в режимах обтекания крыла при изменении числа Маха и угла атаки.

Заключение. При учете вязкого взаимодействия область изменения числа Маха невозмущенного потока и угла атаки, при которых реализуется обтекание V-образного крыла с присоединенной ударной волной на передних кромках, не существует или ограничена. В плоскости указанных параметров характеристические кривые расчетных режимов обтекания, а также звуковых режимов течения и режимов отсоединения ударной волны на передних кромках, если существуют, то либо не пересекаются, либо пересекаются в двух точках. Поперечные размеры области, ограниченной кривой расчетных режимов обтекания, немоноотонны по углу раскрытия крыла в изопериметрической задаче с заданными удельным объемом и коэффициентом подъемной силы. Отсоединение ударной волны от передних кромок крыла может реализоваться при фиксированном числе Маха невозмущенного потока как при увеличении, так и при уменьшении угла атаки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-01-00099).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Остапенко Н.А.* Аэродинамическое сопротивление пространственных тел со звездообразным поперечным сечением при сверхзвуковых скоростях и проблемы его расчета // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 1. С. 57–69.
2. *Зубин М.А., Остапенко Н.А., Чулков А.А.* Моделирование аэродинамического сопротивления пространственных тел со звездообразным поперечным сечением при гиперзвуковых скоростях // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 5. С. 69–79.
3. *Зубин М.А., Остапенко Н.А., Чулков А.А.* Аэродинамическое качество треугольного в плане волнолета при гиперзвуковых скоростях // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 6. С. 74–87.
4. *Остапенко Н.А.* Режимы сверхзвукового обтекания V-образных крыльев // Тр. МИАН. 1998. Т. 223. С. 238–247.
5. *Майкапар Г.И.* О волновом сопротивлении неосесимметричных тел в сверхзвуковом потоке // ПММ. 1959. Т. 23. Вып. 2. С. 376–378.
6. *Noweiler T.* Aerodynamic problems of manned space vehicles // J. Roy. Aeronaut. Soc. 1959. V. 63. № 585. P. 521–528.
7. *Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф.* Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.
8. *Зубин М.А., Остапенко Н.А.* Экспериментальное исследование некоторых особенностей сверхзвукового обтекания V-образных крыльев // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 4. С. 130–135.

Москва
Институт механики МГУ

Поступила в редакцию
17.И.1998