

УДК 532.546:536.42

© 1999 г. А.В. КОНДРАШОВ, Г.Г. ЦЫПКИН

О РЕЖИМАХ ИНЖЕКЦИИ ВОДЫ В ГЕОТЕРМАЛЬНЫЙ ПЛАСТ, НАСЫЩЕННЫЙ ПАРОМ

Исследована математическая модель процесса закачки воды в высокотемпературный геотермальный резервуар, насыщенный паром. Области воды и пара разделены подвижной границей – фронтом фазового перехода, положение которого определяется в процессе решения. Показано, что для высоких проницаемостей необходимо учитывать в уравнении энергии члены, отвечающие за конвективный перенос тепла. Построена нейтральная кривая, разделяющая области существования различных режимов фазового перехода: кипения и конденсации.

В работе [1] была предложена математическая модель закачки воды в геотермальный пласт, насыщенный паром, учитывающая взаимосвязь процессов переноса массы и энергии. Области, насыщенные паром и водой, разделены подвижной границей, на которой осуществляются фазовые превращения. Аналитическое решение задачи было получено в линейном приближении, когда возмущения давления и температуры малы по сравнению с абсолютными величинами. При этом не учитывался конвективный перенос тепла, который может быть доминирующим в высокопроницаемых пластовых системах. В настоящей работе были проведены оценки, показывающие, что для описания рассматриваемого режима, который характеризуется наличием фронта испарения, необходимо принимать во внимание конвективные слагаемые в уравнении энергии, что сделает его нелинейным. Было получено аналитическое решение соответствующей задачи.

1. Предположим, что гидротермальный резервуар представляет собой неподвижную, несжимаемую пористую среду, насыщенную паром. Закачка воды в пласт приводит к образованию подвижного фронта фазового перехода, разделяющего области существования воды и пара. Для описания процессов теплопереноса с равновесными фазовыми переходами воспользуемся системой, состоящей из законов сохранения масс, энергии, закона Дарси [2], уравнения равновесия пар – вода [3], а также уравнений состояния воды, пара и термодинамических соотношений. Тогда в областях воды ($i = 2, j = w$) и пара ($i = 1, j = v$), расположенных соответственно за и перед поверхностью фазовых переходов, система основных уравнений имеет вид ($j = s$ – скелет пористой среды) [1]

$$m \frac{\partial}{\partial t} \rho_j + \operatorname{div} \rho_j v_j = 0, \quad v_j = -\frac{k}{\mu_j} \operatorname{grad} P, \quad j = v, w \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e)_i + \operatorname{div} (\rho_j h_j v_j) = \operatorname{div} ((\lambda)_i \operatorname{grad} T), \quad i = 1, 2$$

$$\rho_w = \rho_{w0} (1 + \alpha(P - P_0) - \beta(T - T_0))$$

$$P = \rho_v RT, \quad de_j = c_j dT, \quad j = v, w, s, \quad h_j = e_j + \frac{P}{\rho_j}, \quad j = v, w$$

$$dh_v = c_{v2} dT, (\lambda)_i = m\lambda_i + (1-m)\lambda_s, (\rho e)_i = m\rho_j e_j + (1-m)\rho_s e_s$$

Здесь T – температура, P – давление, v – скорость фильтрации, k – проницаемость, μ – вязкость, α – коэффициент сжимаемости воды, β – коэффициент теплового расширения воды, ρ – плотность, e – плотность внутренней энергии, h – плотность энтальпии, m – пористость, c – теплоемкость.

Система уравнений (1.1) после тождественных преобразований приводится к системам уравнений относительно температуры и давления в областях воды и пара соответственно [1]

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\beta}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{k}{m\mu_2} \frac{\beta}{\alpha} \text{grad } T \text{ grad } P = \frac{k}{m\mu_2} \frac{\beta}{\alpha} \Delta P \quad (1.2)$$

$$(\rho c)_2 \frac{\partial T}{\partial t} - m\beta \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{k}{\mu_w} \rho_w c_w \text{ grad } P \text{ grad } T + \frac{k}{\mu_w} \beta T (\text{grad } P)^2 = (\lambda)_2 \Delta T$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{P}{T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{k}{m\mu_v} \frac{P}{T} \text{ grad } P \text{ grad } T - \frac{k}{\mu_v} (\text{grad } P)^2 = \frac{k}{m\mu_v} P \Delta P \quad (1.3)$$

$$(\rho c)_1 \frac{\partial T}{\partial t} - m \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{k c_p P}{\mu_v R T} \text{ grad } P \text{ grad } T = (\lambda)_1 \Delta T$$

$$(\rho c)_i = m\rho_j c_j + (1-m)\rho_s c_s \quad (1.4)$$

Условия на поверхности раздела вода – пар имеют вид [2]

$$\ln(P_*/P_a) = A + \frac{P}{T_*}, \quad A = 12,512, \quad B = -4611,73 \text{ К}, \quad P_a = 10^5 \text{ Па} \quad (1.5)$$

$$P_- = P_+ = P_*, \quad T_- = T_+ = T_* \quad (1.6)$$

$$m \left(1 - \frac{\rho_{2*}}{\rho_{w*}} \right) V_n = \frac{k}{\mu_v} \frac{\rho_{v*}}{\rho_{w*}} (\text{grad } P)_{n+} - \frac{k}{\mu_2} (\text{grad } P)_{n-} \quad (1.7)$$

$$m\rho_{w*} q V_n = (\lambda)_2 (\text{grad } T)_{n-} - (\lambda)_1 (\text{grad } T)_{n+} - \rho_{w*} q \frac{k}{\mu_w} (\text{grad } P)_{n-} \quad (1.8)$$

Здесь V – скорость скачка, индекс плюс – значение величины на фронте в области перед ним, минус – в области за ним, $q = h_v - h_w$ – удельная теплота фазового перехода вода – пар, "*" – значение величин на фронте. Эволюционность данной границы и устойчивость, по Петровскому, системы (1.2)–(1.3) были показаны в [1].

Приведем систему (1.2)–(1.3) к безразмерному виду ($\Pi = P/P_0$, $\Theta = T/T_0$, P_0 , T_0 – давление и температура однородного состояния равновесия в области пара).

В области существования воды

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} - \frac{\beta T_0}{\alpha P_0} \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{k}{m\mu_w} \frac{\beta T_0}{\alpha} \text{grad } \Pi \text{ grad } \Theta = \frac{k}{m\alpha\mu_w} \Delta \Pi \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} - \frac{mP_0\beta\Theta}{(\rho c)_2} \frac{\partial \Pi}{\partial t} - \kappa_2 \frac{m\rho_w c_w}{(\rho c)_2} \text{ grad } \Pi \text{ grad } \Theta + \kappa_2 \frac{mP_0\beta}{(\rho c)_2} (\text{grad } \Pi)^2 = a_2 \Delta \Theta \quad (1.10)$$

В области существования пара

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} - \frac{\Pi}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \kappa_1 \frac{\Pi}{\Theta} \text{ grad } \Pi \text{ grad } \Theta - \kappa_1 (\text{grad } \Pi)^2 = \kappa_1 \Pi \Delta \Pi \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} - \frac{mP_0}{(\rho c)_1 T_0} \frac{\partial \Pi}{\partial t} - \kappa_1 \frac{mP_0 c_p \Pi}{(\rho c)_1 R T_0 \Theta} \text{grad } \Pi \text{ grad } \Theta = a_1 \Delta \Theta \quad (1.12)$$

$$a_i = \frac{(\lambda)_i}{(\rho c)_i}, \quad \kappa_i = \frac{kP_0}{m\mu_j}, \quad i=1, j=v; \quad i=2, j=w$$

Оценим члены в уравнениях для характерных значений параметров пласта: $\rho_w = 800 \text{ кг/м}^3$; $\rho_s = 800 \text{ кг/м}^3$; $\lambda_w = 0,58 \text{ Вт/(мК)}$; $\lambda_v = 0,02 \text{ Вт/(мК)}$; $\lambda_s = 2,0 \text{ Вт/(мК)}$; $c_w = 4,2 \text{ кДж/(кг К)}$; $c_v = 1540 \text{ Дж/(кг К)}$; $c_s = 0,9 \text{ кДж/(кг К)}$; $\alpha = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$; $\beta = 10^{-3} \text{ К}^{-1}$; $R = 461 \text{ Дж/(кг К)}$; $q = 1,85 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$; $\mu_w = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ Па}\cdot\text{С}$; $\mu_v = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{С}$, $T_0 = 400 \text{ К}$, $P_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

В уравнении (1.9) отношения второго и первого слагаемых в левой части и третьего в правой части дают (здесь $\delta \Pi$ и $\delta \Theta$ – характерные вариации давления и температуры): $\beta T_0 / (\alpha P_0) \sim 10^3 \gg 1$, $\beta T_0 \delta \Theta \sim 10^{-2} \ll 1$.

Это означает, что можно пренебречь сжимаемостью воды по сравнению с ее тепловым расширением и изменением массы внутри объема за счет неоднородности плотности по сравнению с притоком массы в объем.

В уравнении (1.10) для отношения первого и второго, третьего и четвертого слагаемых в левой части и третьего в левой части к правой части (проницаемость $k \geq 10^{-14} \text{ м}^2$) имеем оценки

$$\beta P_0 / (\rho_w c_w) \sim 10^{-4} \ll 1, \quad \kappa_2 m \rho_w c_w / (\lambda)_2 \sim \kappa_2 / a_2 \sim 1$$

Следовательно, для высоких проницаемостей ($k \geq 10^{-14}$ и выше) можно пренебречь работой сил давления по сравнению с теплопроводностью, но необходимо учитывать конвективный перенос тепла наряду с кондуктивным.

В силу проведенных оценок для водонасыщенной области система основных уравнений имеет вид

$$-\frac{\beta T_0}{\alpha P_0} \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{k}{m\alpha\mu_w} \Delta \Pi, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial t} - \kappa_2 \frac{m\rho_2 c_2}{(\rho c)_2} \text{grad } \Pi \text{ grad } \Theta = a_2 \Delta \Theta$$

В задаче нет характерных размеров длины и времени и для сравнения членов по порядку их величины в первом уравнении выразим $\partial \Theta / \partial t$ из второго уравнения и подставим в первое, так же как и ранее, определим порядки полученных безразмерных комбинаций:

$$\beta T_0 a_2 / \kappa_2 \sim 10^{-2} \ll 1, \quad [m\rho_w c_w / (\rho c)_2] \beta T_0 \sim 10^{-2} \ll 1.$$

Следовательно, для высоких проницаемостей ($k \geq 10^{-14} \text{ м}^2$) можно считать воду несжимаемой жидкостью.

Для области, насыщенной паром, в уравнении (1.11) рассмотрим характерные значения отношений третьего и четвертого слагаемых в левой части к правой части: $\delta \Theta / \Theta \sim 10^{-2} \ll 1$, $\delta \Pi / \Pi \sim 10^{-2} - 10^{-1} \ll 1$.

Здесь можно пренебречь изменением массы пара в объеме за счет неоднородности температуры и давления по сравнению с притоком массы в объем.

В уравнении (1.12) отношение второго к первому и третьего к четвертому слагаемых в левой части дает

$$\frac{mP_0}{(\rho c)_1 T_0} \sim 10^{-4} \ll 1, \quad \frac{m c_{pv} P_0}{(\rho c)_1} \left(\frac{\kappa_1}{a_1} \right) \sim 10^{-3} \ll 1$$

Это означает, что в области пара можно пренебречь работой сил давления по сравнению с теплопроводностью и конвективным переносом тепла по сравнению с кондуктивным.

Таким образом, в области, насыщенной паром, можно воспользоваться системой уравнений, линеаризованной относительно однородного равновесного состояния (P_0, T_0).

Основная система уравнений в областях, насыщенных водой и паром соответственно, имеет вид

$$\Delta\Pi = 0, \quad \frac{\partial\Theta}{\partial t} - \kappa_2 \frac{m\rho_w c_w}{(\rho c)_2} \text{grad}\Pi \text{ grad}\Theta = a_2 \Delta\Theta$$

$$\frac{\partial\Pi}{\partial t} - \frac{\partial\Theta}{\partial t} = \kappa_1 \Delta\Pi, \quad \frac{\partial\Theta}{\partial t} = a_1 \Delta\Theta$$

2. Рассмотрим геотермальный резервуар, насыщенный в начальный момент паром с давлением P_0 и температурой T_0 . На неподвижной границе $x = 0$, моделирующей нагнетающую скважину, подается вода под давлением $P^\circ > P_0$ и температурой $T^\circ < T_0$. Рассмотрим одномерный случай. Предположим, что $x = X(t)$ – закон движения поверхности фазового перехода, разделяющей области существования воды ($0 < x < X(t)$) и пара ($x > X(t)$). Если $T_0, T^\circ, P_0, P^\circ$ – постоянные величины, то в каждой из областей задача допускает автомодельное решение

$$\Theta = \Theta(\xi), \quad \Pi = \Pi(\xi), \quad \xi = 0,5x(\kappa_2 t)^{-1/2}, \quad X(t) = 2\gamma(\kappa_2 t)^{1/2}$$

Используя условие (1.6) непрерывности давления и температуры на подвижной границе, проинтегрируем полученную систему уравнений.

$$0 < x < X(t): \quad \Theta(\xi) = (\Theta_* - \Theta_0) \frac{\text{erf}(\sigma_2(\xi + \alpha)) - \text{erf}(\sigma_2\alpha)}{\text{erf}(\sigma_2(\gamma + \alpha)) - \text{erf}(\sigma_2\alpha)} + \Theta_0 \quad (2.1)$$

$$\Pi(\xi) = (\Pi_* - \Pi_0) \frac{\xi}{\gamma} + \Pi_0$$

$$x > X(t): \quad \Theta(\xi) = 1 + (\Theta_* - 1) \frac{\text{erfc}(\sigma_1 \xi)}{\text{erfc}(\sigma_1 \gamma)} \quad (2.2)$$

$$\Pi(\xi) = 1 - \frac{v^2}{\sigma_1^2 - v^2} (\Theta_* - 1) \frac{\text{erfc}(\sigma_1 \xi)}{\text{erfc}(\sigma_1 \gamma)} + [(\Pi_* - 1) + \frac{v^2}{\sigma_1^2 - v^2} (\Theta_* - 1)] \frac{\text{erfc}(v\xi)}{\text{erfc}(v\gamma)}$$

$$\Theta_* = \frac{T_*}{T_0}, \quad \Theta_0 = \frac{T^\circ}{T_0}, \quad \Pi_* = \frac{P_*}{P_0}, \quad \Pi_0 = \frac{P^\circ}{P_0}, \quad \sigma_i = \left(\frac{\kappa_2}{a_i} \right)^{1/2}, \quad v = \left(\frac{\mu_v}{\mu_w} \right)^{1/2}$$

Решение сформулированной задачи свелось к решению системы трансцендентных уравнений относительно переменных γ, Θ_*, Π_* , которые получаются в результате подстановки в граничные условия (1.5), (1.7), (1.8) выражений (2.1), (2.2). Система трансцендентных уравнений решалась численно при следующих характерных значениях параметров: $\rho_w = 800 \text{ кг/м}^3$; $\rho_s = 800 \text{ кг/м}^3$; $\lambda_w = 0,58 \text{ Вт/(мК)}$; $\lambda_v = 0,02 \text{ Вт/(мК)}$; $\lambda_s = 2,0 \text{ Вт/(мК)}$; $c_w = 4,2 \text{ кДж/(кг К)}$; $c_v = 1540 \text{ Дж/(кг К)}$; $c_s = 0,9 \text{ кДж/(кг К)}$; $\alpha = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$; $\beta = 10^{-3} \text{ К}^{-1}$; $R = 461 \text{ Дж/(кг К)}$; $q = 1,85 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$; $\mu_w = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ Па}\cdot\text{С}$; $\mu_v = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{С}$.

Для проницаемостей $k = 1 \cdot 10^{-14}$ и $1 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ проведен сравнительный анализ полученного нелинейного решения и решения линейной задачи, рассмотренной в [1], но без учета сжимаемости воды, результаты которого приведены в таблице и на фиг. 1, 2.

Тип решения	$k = 10^{-14} \text{ м}^2$			$k = 10^{-15} \text{ м}^2$		
	γ	T_* , К	P_* , Па	γ	T_* , К	P_* , Па
Нелинейное	1,86	397,22	$2,46 \cdot 10^5$	1,015	379	$1,47 \cdot 10^5$
Линейное	1,66	398,77	$2,56 \cdot 10^5$	0,92	382	$1,66 \cdot 10^5$

Учет членов, связанных с конвективным переносом тепла, увеличивает скорость распространения фронта фазовых переходов, но понижает температуру и давление кипения (конденсации) на фронте.

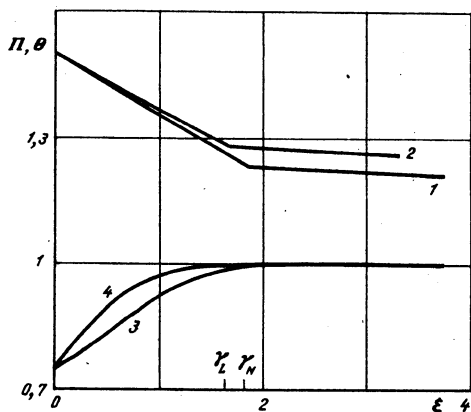
Для определения характера фазового перехода (кипение или конденсация), происходящего на фронте, рассмотрим функцию

$$J = \int_0^{X(t)} \rho_{v0} dx - \int_{X(t)}^{\infty} (\rho_{v0} - \rho_v(\xi)) dx \quad (2.3)$$

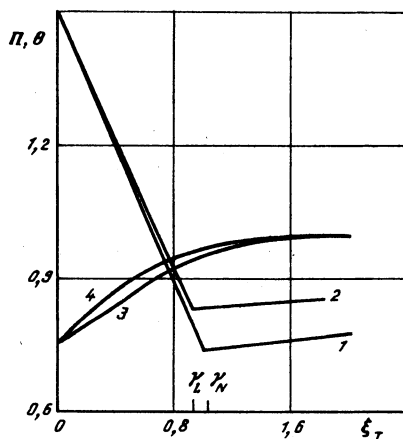
Здесь ρ_{v0} – начальное распределение плотности; $X(t)$ – закон движения поверхности фазового перехода. Функция (2.3) определяет изменение количества объема пара в пласте, т.е. характеризует режим распространения фронта фазового перехода: $J > 0$ – фронт испарения; $J < 0$ – фронт конденсации; $J = 0$ соответствует "поршневому" вытеснению пара водой (фазового перехода не происходит). Используя автомодельное решение, получим условие "поршневого" вытеснения (фиг. 3)

$$(\Theta_* - 1) \left(1 + \frac{v^2}{\sigma_1^2 - v^2} \right) \frac{dtr(\sigma_1 \gamma)}{2\sigma_1} + (\Pi_* - 1 + \Theta_*) \gamma - \left[(\Pi_* - 1) + \frac{v^2}{\sigma_1^2 - v^2} (\Theta_* - 1) \right] \frac{dtr(v\gamma)}{2v} = 0$$

$$dtr(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp(-x^2)}{\operatorname{erfc}(x)}$$



Фиг. 1

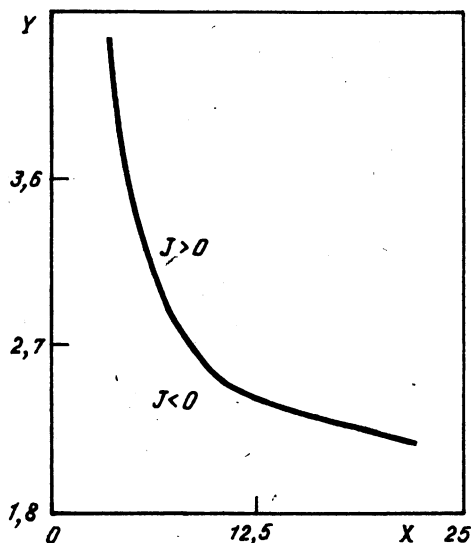


Фиг. 2

Фиг. 1. Распределения безразмерных функций давления $\Pi_{N,L}$ (линии 1 и 2 соответственно) и температуры $\Theta_{N,L}$ (линии 3 и 4) по $\xi_T = \xi \sigma_1 (\gamma_T = \gamma \sigma_1)$, рассчитанные по нелинейной (индекс N) и линейной (без учета сжимаемости воды) модели для пластов с проницаемостью $k = 10^{-14} \text{ м}^2$

Фиг. 2. То же, что на фиг. 1, для пластов с проницаемостью $k = 10^{-15} \text{ м}^2$

Фиг. 3. Нейтральная кривая режимов фазового перехода. $J = 0$ (при $J > 0$ имеет место фронт кипения, при $J < 0$ – фронт конденсации); $X = k(P^\circ - P_0)\rho_w/m\mu_w^2$, $Y = (T^\circ - T_0)100/B$. Здесь B определяется из формулы (1.5)



Термодинамическая непротиворечивость однофронтного решения задачи закачки воды в пористый пласт, насыщенный паром, заключается в том, что локальная температура пара должна быть не ниже, а локальная температура воды не выше локальной температуры фазового перехода, вычисленной по полученному распределению давления в соответствующих областях [1]. В противном случае в области перед фронтом пар будет находиться в переохлажденном состоянии, а вода в области за фронтом – в перегретом и данный физический процесс не может быть описан при помощи предложенной модели. Применение полученных в [1] критериев показывает, что в рассматриваемом диапазоне параметров построенное решение непротиворечиво.

Заключение. При закачке воды в геотермальный высокопроницаемый пласт, насыщенный паром, в случае высоких проницаемостей необходимо учитывать конвективный перенос тепла, что делает задачу нелинейной. Построенное аналитическое решение показало, что учет нелинейности приводит к повышению скорости распространения фронта фазового перехода и уменьшению давления и температуры на фронте по сравнению с линейным случаем. Определены условия, позволяющие в пространстве параметров выделить области режимов распространения фронтов кипения и конденсации.

Авторы выражают благодарность А.А. Бармину за полезные обсуждения и О.Э. Мельнику за консультации, связанные с проводимыми расчетами.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01082).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бармин А.А., Цыпкин Г.Г. Математическая модель инъекции воды в геотермальный пласт, насыщенный паром // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 6. С. 92–98.
2. O'Sullivan M.J. Geothermal reservoir simulation // Intern. J. Energy Res. 1985. V. 9. № 3. P. 319–332.
3. Вукалович М.П. Термодинамические свойства воды и водяного пара. М.: Машгиз, 1955. 92 с.

Москва

Поступила в редакцию
17.X.1997