

УДК 532.546

© 1999 г. Р.Д. КАНЕВСКАЯ

## О ПРИТОКЕ ЖИДКОСТИ К СКВАЖИНЕ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРЕЩИНОЙ ГИДРОРАЗРЫВА В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ АНИЗОТРОПНОМ ПЛАСТЕ

Рассматривается плоское стационарное течение однородной несжимаемой жидкости в анизотропном по проводимости пласте, содержащем вертикальную трещину гидроразрыва эллиптической формы. Предполагается, что трещина заполнена однородной изотропной пористой средой. Фильтрация в пласте и в трещине подчиняется закону Дарси. Получено точное решение задачи о притоке к трещине конечной проводимости в кусочно-однородном анизотропном пласте. На основе полученного решения оценивается влияние анизотропии пласта на дебит скважины после гидроразрыва.

Гидравлический разрыв пласта является одним из основных способов вовлечения в разработку запасов нефти и газа, приуроченных к плотным низкопроницаемым коллекторам [1]. Такие пласти, как правило, характеризуются трещиноватостью, которая приводит к анизотропии проницаемости. При проведении гидроразрыва в этих коллекторах используются не только химически нейтральные жидкости, но и кислоты, растворяющие породу [2]. В последнем случае вокруг трещины может образоваться так называемая зона проникновения кислотного раствора, отличающаяся от остального пласта более высокой проницаемостью. Загрязнение пласта в процессе вскрытия и проведения гидроразрыва, наоборот, может привести к образованию вокруг скважины с трещиной области с ухудшенными фильтрационными свойствами.

Задача о стационарном притоке к трещине эллиптической формы конечной проводимости в однородном изотропном пласте рассмотрена в [3, 4], где на основе аналитического решения получено распределение давления и введен эффективный радиус скважины с трещиной гидроразрыва как радиус эквивалентной цилиндрической скважины. Показано, что эффективный радиус не может превысить некоторое значение, которое определяется отношением проводимости трещины к проницаемости пласта [4]. В [5] получено аналитическое решение задачи о притоке к трещине конечной проводимости, которая находится в эллиптическом включении, отличающемся по проницаемости от остального пласта. В данной работе эти результаты обобщаются на случай кусочно-однородного анизотропного пласта.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается плоская стационарная фильтрация однородной жидкости в анизотропном пласте, обусловленная точечным источником (стоком) интенсивности  $Q$ , расположенным в центре эллиптического включения с полуосью  $l, w$ . Предполагается, что оси включения, моделирующего трещину, параллельны главным осям тензора проницаемости пласта. Пласт является кусочно-однородным; границы областей, различающихся по проницаемости  $k_j = \sqrt{k_{xj}k_{yj}}$  и коэффициенту анизотропии  $\chi_j = \sqrt{k_{xj}/k_{yj}}$ , представляют собой соосные эллипсы с центром в начале координат и полуосью  $a_j$  и  $b_j$ , причем  $a_j^2 - b_j^2\chi_j^2 = a_{j-1}^2 - b_{j-1}^2\chi_j^2 = f_j^2$ ,

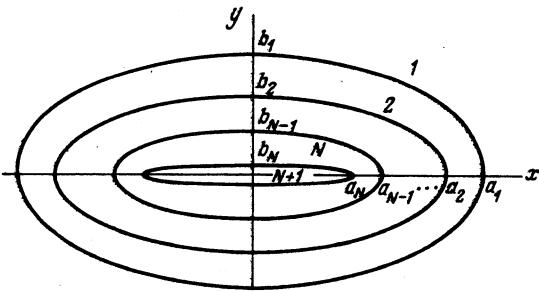


Схема кусочно-однородного анизотропного пласта:  
 $1, 2, \dots, N$  – однородно-анизотропные области;  $N+1$  –  
трещина гидроразрыва

индекс  $j = 1, 2, \dots, N$  соответствует номеру области (см. фигуру);  $k_{xj}, k_{yj}$  – главные значения тензора проницаемости. Предполагается, что пласт имеет постоянную толщину  $h$ . Включение, моделирующее трещину гидроразрыва, характеризуется проницаемостью  $k_f = k_{N+1}$  и полуосами  $l = a_N$  и  $w = b_N$ , соответствующими полудлине и полуширине трещины. Если движение жидкости в пласте и в трещине подчиняется линейному закону фильтрации, то давление  $P_j$  и компоненты скорости  $v_{xj}, v_{yj}$  в каждой области, включая трещину, которой соответствует индекс  $j = N+1$ , определяются уравнениями

$$\chi_j^2 \frac{\partial^2 P_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_j}{\partial y^2} = 0, \quad v_{xj} = \frac{k_{xj}}{\mu} \frac{\partial P_j}{\partial x}, \quad v_{yj} = \frac{k_{yj}}{\mu} \frac{\partial P_j}{\partial y} \quad (1.1)$$

Здесь  $\mu$  – вязкость жидкости. Границы областей задаются уравнениями

$$x_{cj} = a_j \cos t, \quad y_{cj} = b_j \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad 1 \leq j \leq N \quad (1.2)$$

Преобразование координат и компонент скорости

$$X_j = \chi_j^{-0.5} x, \quad Y_j = \chi_j^{0.5} y, \quad V_{xj} = \chi_j^{-0.5} v_{xj}, \quad V_{yj} = \chi_j^{0.5} v_{yj}$$

позволяет перейти в каждой области к эквивалентному течению в изотропной среде с проницаемостью  $k_j$  и ввести комплексный потенциал этого течения  $\Phi_j = \varphi_j + i\psi_j$ . Здесь  $\varphi_j = k_j h P_j / \mu$  – потенциал,  $\psi_j$  – функция тока эквивалентного течения. Выражения для комплексного потенциала в каждой из областей имеют вид [5]

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \frac{Q}{2\pi} \ln Z_1 + k_1 \sum_{n=-\infty}^0 G_{1n} Z_1^{2n} \\ \Phi_j &= \frac{Q}{2\pi} \ln Z_j + k_j \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_{jn} Z_j^{2n}, \quad 2 \leq j \leq N \\ \Phi_{N+1} &= \frac{Q}{2\pi} \ln Z_{N+1} + k_{N+1} \sum_{n=0}^{\infty} G_{N+1n} Z_{N+1}^{2n} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $G_{jn}$  – произвольные вещественные коэффициенты,  $Z_j = X_j + iY_j$  – комплексная переменная в области  $j$ . Пусть  $Z_{cj}, Z_{ej}$  – значения переменной  $Z_j$  соответственно на внутреннем и внешнем контурах области  $j$ . Тогда уравнения контуров (1.2) принимают вид

$$Z_{lj} = \frac{f_j}{2\chi_j^{0.5} q_{lj}} e^{li} (1 + q_{lj}^2 e^{-2li}); \quad l = c, e$$

$$q_{cj} = \sqrt{\frac{a_j - b_j \chi_j}{a_j + b_j \chi_j}}, \quad q_{ej} = \sqrt{\frac{a_{j-1} - b_{j-1} \chi_j}{a_{j-1} + b_{j-1} \chi_j}} \quad (1.4)$$

На линиях раздела областей давление и нормальная компонента скорости  $v_n$  должны быть непрерывны [6]. Пусть  $s$  и  $S_j$  – соответственно длина дуги линии раздела в плоскости  $(x, y)$  и ее образа при преобразовании координат  $(X_j, Y_j)$ . Учитывая, что

$$v_n(x, y) = V_{nj}(X_j, Y_j) dS_j / ds = \partial \psi_j(X_j, Y_j) / \partial s$$

получим условия сопряжения решений (1.3) на границах (1.4)

$$\frac{1}{k_j} \operatorname{Re} \Phi_j(Z_{cj}) = \frac{1}{k_{j+1}} \operatorname{Re} \Phi_{j+1}(Z_{ej+1});$$

$$\operatorname{Im} \Phi_j(Z_{cj}) = \operatorname{Im} \Phi_{j+1}(Z_{ej+1}), \quad 1 \leq j \leq N \quad (1.5)$$

**2. Построение решения.** Вычисление потенциалов (1.3) осуществляется аналогично [5]. В каждой области течения вводится переменная  $v_j$

$$v_j = \frac{Z_j \chi_j^{0.5}}{f_j} - \sqrt{\frac{Z_j^2 \chi_j}{f_j^2} - 1}, \quad Z_j = \frac{f_j}{2\chi_j^{0.5}} \left( v_j + \frac{1}{v_j} \right) \quad (2.1)$$

Так как  $C_{2k}^{k-n} = C_{2k}^{k+n}$  при  $n \leq k$ , имеем

$$Z_j^{2k} = \sum_{n=0}^{2k} C_{2k}^n \left( \frac{f_j}{2\chi_j^{0.5}} \right)^{2k} v_j^{2(k-n)} = \sum_{n=1}^k C_{2k}^{k-n} \left( \frac{f_j}{2\chi_j^{0.5}} \right)^{2k} (v_j^{2n} + v_j^{-2n}) + C_{2k}^k \left( \frac{f_j}{2\chi_j^{0.5}} \right)^{2k}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}; \quad n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$$

Отсюда получим

$$\sum_{k=1}^{\infty} G_{jk} Z_j^{2k} = \sum_{n=1}^{\infty} g_{jn} [v_j^{2n} + v_j^{-2n}] + g_{j0}, \quad (2.2)$$

$$g_{jn} = \sum_{k=n}^{\infty} G_{jk} \left( \frac{f_j}{2\chi_j^{0.5}} \right)^{2k} C_{2k}^{k-n}, \quad 2 \leq j \leq N+1$$

$$g_{j0} = 0, \quad g_{j0} = \sum_{n=1}^{\infty} G_{jn} \left( \frac{f_j}{2\chi_j^{0.5}} \right)^{2n} C_{2n}^n$$

Сумма ряда по отрицательным степеням  $Z_j$  в соответствии с выражением (2.1) может быть представлена в виде

$$\sum_{n=-\infty}^{-1} G_{jn} Z_j^{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} E_{jn} v_j^{2n}, \quad 1 \leq j \leq N, \quad E_{N+1n} = 0 \quad (2.3)$$

Здесь  $E_{jn}$  – вещественные коэффициенты. При  $|v_j| < 1$  справедливо представление

$$\ln Z_j = \ln \frac{f_j}{2\chi_j^{0.5}} - \ln v_j + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} v_j^{2n}, \quad 1 \leq j \leq N+1 \quad (2.4)$$

Вдоль каждой из кривых (1.4) соответствующая величина  $|v_j|$  постоянна, так как

$$v_{lj} = q_{lj} e^{-it}, \quad l = c, e, \quad 1 \leq j \leq N+1 \quad (2.5)$$

Здесь  $j \neq 1$  при  $l = e$  и  $j \neq N + 1$  при  $l = c$ .

Подставляя выражения (2.1) – (2.5) в уравнения (1.5) и приравнивая коэффициенты при  $\sin 2nt$ ,  $\cos 2nt$ , получим систему линейных уравнений для вычисления  $g_{jn}$ ,  $E_{jn}$

$$g_{j-1n} q_{cj-1}^{-2n} q_{ej}^{-2n} \lambda_j (1 + \lambda_{j-1}) - g_{jn} (q_{cj}^{-4n} \lambda_{j-1} + q_{ej}^{-4n} \lambda_j) + \\ + g_{j+1n} q_{cj}^{-2n} q_{ej+1}^{-2n} \lambda_{j-1} (1 - \lambda_j) = 0, \quad 2 \leq j \leq N, \quad g_{1n} = 0 \quad (2.6)$$

$$g_{Nn} q_{cN}^{-2n} q_{eN+1}^{-2n} (1 + \lambda_N) - g_{N+1n} (q_{eN+1}^{-4n} + \lambda_N) = \frac{Q}{2\pi k_{N+1}} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \lambda_N \quad ,$$

$$g_{i0} = \frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{1}{k_1} \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} + \sum_{m=2}^{i-1} \frac{1}{k_m} \ln \frac{q_{em}}{q_{cm}} - \frac{1}{k_i} \ln \frac{f_i}{2\chi_i^{0.5} q_{ei}} \right] + G_{10} - G_{i0}$$

$$g_{20} = \frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{1}{k_1} \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} - \frac{1}{k_2} \ln \frac{f_2}{2\chi_2^{0.5} q_{e2}} \right] + G_{10} - G_{20}, \quad 3 \leq i \leq N + 1$$

$$\lambda_j = \frac{k_j - k_{j+1}}{k_j + k_{j+1}} \quad (2.7)$$

$$E_{mn} \lambda_m = g_{mn} (q_{cm}^{-4n} - \lambda_m) - g_{m+1n} q_{cm}^{-2n} q_{em+1}^{-2n} (1 - \lambda_m) - \frac{Q}{2\pi k_m} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \lambda_m, \quad 1 \leq m \leq N \quad (2.8)$$

Подстановка соотношений (2.2)–(2.4), (2.6)–(2.8) в уравнения (1.3) дает распределение комплексного потенциала эквивалентного течения в каждой из областей пласта

$$\Phi_1 = \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5}} - \frac{Q}{2\pi} \ln v_1 + k_1 G_{10} - k_1 (\lambda_1^{-1} - 1) \sum_{n=1}^{\infty} g_{2n} \left( \frac{v_1}{q_{cl} q_{e2}} \right)^{2n} \\ \Phi_j = \frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{k_j}{k_1} \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} + \sum_{m=2}^{j-1} \frac{k_j}{k_m} \ln \frac{q_{em}}{q_{cm}} + \ln q_{ej} \right] + k_j G_{10} - \frac{Q}{2\pi} \ln v_j + \\ + k_j \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{g_{jn}}{\lambda_j v_j^{2n}} \left[ \left( \frac{v_j}{q_{cj}} \right)^{4n} + \lambda_j \right] - \frac{g_{j+1n}}{\lambda_j} \left( \frac{v_j}{q_{cj} q_{ej+1}} \right)^{2n} (1 - \lambda_j) \right\}, \quad 2 \leq j \leq N \quad (2.9)$$

$$\Phi_{N+1} = \frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{k_{N+1}}{k_1} \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} + \sum_{m=2}^N \frac{k_{N+1}}{k_m} \ln \frac{q_{em}}{q_{cm}} + \ln \frac{2Z_{N+1} \chi_{N+1}^{0.5} q_{eN+1}}{f_{N+1}} \right] + \\ + k_{N+1} G_{10} + k_{N+1} \sum_{n=1}^{\infty} g_{N+1n} (v_{N+1}^{2n} + v_{N+1}^{-2n})$$

Здесь коэффициенты  $g_{jn}$  вычисляются в результате решения системы линейных алгебраических уравнений (2.6) с трехдиагональной матрицей

$$g_{jn} = g_{N+1n} \prod_{m=j}^N \frac{q_{em+1}^{-2n}}{q_{cm}^{-2n}} F_{mn} \\ g_{N+1n} = \frac{Q}{2\pi k_{N+1}} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \frac{1}{q_{eN+1}^{-4n} \left[ (1 + \lambda_N^{-1}) F_{Nn} - \lambda_N^{-1} \right] - 1} \quad (2.10) \\ F_{jn} = \frac{q_{cj}^{-4n} (\lambda_j^{-1} - 1)}{q_{cj}^{-4n} \lambda_j^{-1} - q_{ej}^{-4n} \left[ (1 + \lambda_{j-1}^{-1}) F_{j-1n} - \lambda_{j-1}^{-1} \right]}, \quad F_{1n} = 0, \quad 2 \leq j \leq N$$

В частности, при  $N = 2$ , т.е. когда вокруг трещины имеется только одна область, отличающаяся по проницаемости от остального пласта, имеем

$$\Phi_1 = k_1 G_{10} +$$

$$+ \frac{Q}{2\pi} \left[ \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5}} - \ln v_1 - (1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n q_{cl}^{-2n} q_{e2}^{2n} q_{e3}^{2n} v_1^{2n}}{n [q_{e2}^{4n} \lambda_1 (q_{e3}^{-4n} \lambda_2 + 1) + q_{e3}^{4n} (q_{e3}^{-4n} + \lambda_2)]} \right] \quad (2.11)$$

$$\Phi_2 = k_2 G_{10} +$$

$$+ \frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{k_2}{k_1} \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} + \ln q_{e2} - \ln v_2 + (1 + \lambda_2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n q_{e2}^{2n} q_{e3}^{-2n} (q_{e2}^{4n} \lambda_1 v_2^{-2n} - v_2^{2n})}{n [q_{e2}^{4n} \lambda_1 (q_{e3}^{-4n} \lambda_2 + 1) + q_{e3}^{4n} (q_{e3}^{-4n} + \lambda_2)]} \right]$$

$$\Phi_3 = k_3 G_{10} + \frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{k_3}{k_1} \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} + \frac{k_3}{k_2} \ln \frac{q_{e2}}{q_{e3}} + \ln \frac{2Z_3 \chi_3^{0.5} q_{e3}}{f_3} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (q_{e2}^{4n} \lambda_1 + q_{e2}^{4n} \lambda_2) (v_{N+1}^{2n} + v_{N+1}^{-2n})}{n [q_{e2}^{4n} \lambda_1 (q_{e3}^{-4n} \lambda_2 + 1) + q_{e3}^{4n} (q_{e3}^{-4n} + \lambda_2)]} \right]$$

При  $N = 1$  в случае трещины гидроразрыва в однородном анизотропном пласте распределение потенциала эквивалентного течения (2.9) принимает вид

$$\Phi_1 = k_1 G_{10} + \frac{Q}{2\pi} \left[ \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5}} - \ln v_1 - (1 + \lambda_1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n q_{cl}^{-2n} q_{e2}^{2n} v_1^{2n}}{n (q_{e2}^{4n} \lambda_1 + 1)} \right]$$

$$\Phi_2 = k_2 G_{10} + \frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{k_2}{k_1} \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} + \ln \frac{2Z_2 \chi_2^{0.5} q_{e2}}{f_2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n q_{e2}^{4n} \lambda_1 (v_{N+1}^{2n} + v_{N+1}^{-2n})}{n (q_{e2}^{4n} \lambda_1 + 1)} \right] \quad (2.12)$$

В случае изотропного пласта  $\chi_j = 1$ ,  $f_j = f$ ,  $q_{ci} = q_{ej+1}$  при любых  $j$  и выражения для потенциалов (2.9)–(2.12) упрощаются, в частности соотношения (2.11), (2.12) совпадают с полученными в [5].

**3. Приток к одиночной трещине конечной проводимости, расположенной в центре анизотропного пласта с удаленным контуром питания.** Формула притока от удаленного контура к скважине, расположенной в центре кусочно-однородного анизотропного пласта, может быть получена на основе распределения потенциала (2.9) эквивалентного течения в изотропной среде с учетом равенства соответствующих значений давления в обеих средах.

Пусть  $r_w$  – радиус скважины. Предположим, что  $r_w \ll f_N$  и  $r_w \chi_N \ll f_N$ . Учитывая, что полураскрытие трещины гидроразрыва  $b_N \sim (1-3) \cdot 10^{-3}$  м меньше радиуса скважины  $r_w \sim 0,05-0,1$  м, предположим, что основная часть контура скважины  $z_w = r_w e^{i\phi}$  расположена в зоне  $N$ . Давление на этом контуре определяется из выражения (2.9) при  $j = N > 2$  и в силу малости величины  $r_w$  не зависит от полярного угла  $\phi$

$$P_w = \frac{\mu}{k_N h} \operatorname{Re}(\Phi_N) = \frac{Q\mu}{2\pi k_1 h} \ln r_e + \frac{\mu}{h} G_{10}$$

$$\ln r_e = \left[ \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} + \sum_{m=2}^N \frac{k_1}{k_m} \ln \frac{q_{em}}{q_{cm}} \right] - \quad (3.1)$$

$$-\prod_{j=1}^N \frac{1+\lambda_j}{1-\lambda_j} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{cN}^{-2n} q_{eN+1}^{2n} \left[ F_{Nn} \left( 1 + q_{cN}^{4n} \lambda_N \right) - 1 + \lambda_N \right]}{n \left[ F_{Nn} \left( 1 + \lambda_N \right) - 1 - q_{eN+1}^{4n} \lambda_N \right]}$$

Здесь  $r_e$  – эффективный радиус скважины с трещиной гидроразрыва. При  $N = 2$  имеем

$$\begin{aligned} \ln r_e = & \left[ \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} + \frac{k_1}{k_2} \ln \frac{q_{e2}}{q_{e2}} \right] + \\ & + \frac{1+\lambda_1}{1-\lambda_1} (1+\lambda_2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{c2}^{2n} q_{e3}^{-2n} \left[ q_{e2}^{4n} \lambda_1 - 1 \right]}{n \left[ q_{e2}^{4n} \lambda_1 \left( q_{e3}^{-4n} \lambda_2 + 1 \right) + q_{e2}^{4n} \left( q_{e3}^{-4n} + \lambda_2 \right) \right]} \end{aligned}$$

В однородно-анизотропном пласте ( $N = 1$ ) эффективный радиус скважины с трещиной гидроразрыва определяется выражением

$$\ln r_e = \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} - (1+\lambda_1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{c1}^{-2n} q_{e2}^{2n}}{n \left[ 1 + q_{e2}^{4n} \lambda_1 \right]} \quad (3.2)$$

В случае трещины бесконечной проводимости  $k_{N+1} \rightarrow \infty$  и  $\lambda_N = -1$ , поэтому выражение для эффективного радиуса скважины после гидроразрыва (3.1) принимает вид

$$\ln r_e = \ln \frac{f_1}{2\chi_1^{0.5} q_{cl}} + \sum_{m=2}^N \frac{k_1}{k_m} \ln \frac{q_{em}}{q_{cm}} \quad (3.3)$$

Пусть на удаленном эллиптическом контуре с полуосами  $x_c = R_c \chi_1^{0.5}$ ,  $y_c = R_c \chi_1^{-0.5}$ , где  $R_c \gg f_1$ , задано постоянное давление  $P_c$ . В координатах  $Z_1$  этот контур представляет собой окружность  $Z_c = R_c e^{i\varphi}$ , для которой имеем

$$P_c = \frac{\mu}{k_1 h} \operatorname{Re}(\Phi_1) = \frac{Q\mu}{2\pi k_1 h} \ln R_c + \frac{\mu}{h} G_{10} \quad (3.4)$$

Вычитая (3.1) из (3.4), получим формулу притока к одиночной трещине конечной проводимости от удаленного контура в кусочно-однородном анизотропном пласте

$$Q = Q_0 \frac{\ln R_c / r_w}{\ln R_c / r_e}, \quad Q_0 = \frac{2\pi k_1 h}{\mu} \frac{P_c - P_w}{\ln R_c / r_w} \quad (3.5)$$

Здесь  $Q_0$  – дебит скважины без трещины гидроразрыва в однородном изотропном пласте с проницаемостью  $k_1$ . В однородном анизотропном пласте с эллиптическим контуром дебит скважины вычисляется по формуле

$$Q = Q_0 \frac{\ln R_c / r_w}{\ln [2R_c / (r_w \chi_1^{0.5} + r_w \chi_1^{-0.5})]} \quad (3.6)$$

Для оценки влияния анизотропии на эффективность гидроразрыва пласта в таблице представлены значения безразмерного дебита  $Q/Q_0$  в однородном анизотропном пласте в зависимости от полудлины трещины  $a_1$ , соотношения проницаемостей пласта и трещины  $\lambda_1$  и коэффициента анизотропии пласта  $\chi_1$ . Расчеты проведены по формулам (3.2), (3.5), (3.6) в предположении, что радиус контура  $R_c = 500$  м, радиус скважины  $r_w = 0,05$  м, половина раскрытия трещины  $b_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  м, коэффициент анизотропии трещины  $\chi_2 = 1$ .

$a_1, \text{м}$	$\chi_1 = 10$	3	1	0,33	0,1
$\lambda_1 = -0,998$					
0	1,06	1,02	1	1,02	1,06
20	1,38	1,46	1,57	1,71	1,92
50	1,39	1,47	1,59	1,74	1,95
100	1,4	1,48	1,59	1,74	1,96
150	1,4	1,48	1,59	1,75	1,96
200	1,4	1,48	1,6	1,75	—
250	1,4	1,48	1,6	1,75	—
$\lambda_1 = -0,9995$					
0	1,06	1,02	1	1,02	1,06
20	1,53	1,66	1,82	2,04	2,34
50	1,58	1,72	1,90	2,13	2,47
100	1,6	1,74	1,93	2,17	2,52
150	1,61	1,75	1,94	2,18	2,55
200	1,61	1,75	1,94	2,19	—
250	1,61	1,75	1,94	2,2	—
$a_1, \text{м}$	$\chi_1 = 10$	3	1	0,33	0,1
	$\lambda_1 = -0,9997$				
0	1,06	1,02	1	1,02	1,06
20	1,6	1,75	1,95	2,2	2,56
50	1,68	1,85	2,07	2,36	2,78
100	1,72	1,9	2,13	2,43	2,9
150	1,73	1,91	2,15	2,46	2,96
200	1,73	1,92	2,16	2,47	—
250	1,74	1,93	2,16	2,48	—
$\lambda_1 = -1$					
0	1,06	1,02	1	1,02	1,06
20	1,82	2,06	2,35	2,74	3,34
50	2,22	2,6	3,07	3,77	4,99
100	2,67	3,23	3,4	5,25	8
150	3,02	3,77	4,86	6,83	12,35
200	3,34	4,23	5,72	8,69	—
250	3,63	4,76	6,64	11	—

Представленные результаты показывают, что гидроразрыв в анизотропном пласте приводит к максимальному увеличению дебита скважины, если трещина параллельна оси наименьшей проницаемости пласта, т.е. при  $\chi_1 < 1$ . Такая ситуация имеет место, например, в случае, когда трещина гидроразрыва ортогональна системе естественных трещин. При  $\chi_1 < 1$  особенно важен учет конечной проводимости трещины гидроразрыва, так как значения дебита, полученные для идеальной трещины ( $\lambda_1 = -1$ ), оказываются значительно выше, чем рассчитанные при  $|\lambda_1| < 1$  и соответствующие реальным условиям.

При использовании стандартных технологий проведения гидроразрыва направления создаваемой трещины и естественных трещин пласта обычно совпадают, т.е.  $\chi_1 > 1$ . В анизотропных пластах при  $\chi_1 > 1$  эффективность гидроразрыва ниже, чем в изотропных. Для получения такого же прироста дебита, что и в изотропной среде, при наличии анизотропии требуется создание более длинных трещин. Из приведенной таблицы видно, что увеличение дебита с ростом длины трещины в анизотропных

пластах происходит тем медленнее, чем больше  $\chi_1$ . Причем при  $\chi_1 > 1$  для трещин конечной проводимости снижается предельная длина, т.е. такая длина трещины, превышение которой не приводит к приросту дебита скважины [5]. Поэтому, даже увеличивая длину трещины гидроразрыва, в анизотропном пласте не всегда удается достичь той же величины дебита, что и в изотропном.

При увеличении  $-\lambda_1$ , т.е. при сильном различии проницаемостей пласта и трещины, влияние коэффициента анизотропии на дебит скважины после гидроразрыва возрастает. При  $\lambda_1 = -1$  эффективный радиус скважины с трещиной гидроразрыва определяется как  $a_1 \chi_1^{-0.5} / 2$ , т.е. в анизотропных пластах его величина сокращается пропорционально  $\chi_1^{-0.5}$ .

**Заключение.** Анализ влияния анизотропии на дебит скважины с трещиной гидроразрыва показал, что наилучшие результаты достигаются в случае, когда трещина гидроразрыва ортогональна системе естественных трещин пласта. В случае, когда ось трещины совпадает с направлением естественных трещин, анизотропия оказывает неблагоприятное действие на эффективность гидроразрыва. В анизотропных пластах увеличение дебита скважины с ростом длины трещины происходит тем медленнее, чем больше коэффициент анизотропии. Для трещин конечной проводимости при  $\chi_1 > 1$  уменьшается длина, при которой практически достигается максимально возможный дебит скважины, причем этот дебит оказывается ниже, чем в изотропном пласте. Величина эффективного радиуса скважины с трещиной бесконечной проводимости в анизотропном пласте в  $\sqrt{\chi_1}$  раз меньше, чем в изотропном.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Economides M.J., Nolte K.G. Reservoir stimulation.* Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1989. 300 p.
2. *Mader D. Hydraulic proppant fracturing and gravel packing.* Elsevier: Sci. Publ, 1989. 1239 p.
3. *Prats M. Effect of vertical fractures on reservoir behavior – incompressible fluid case // Soc. Petrol. Eng. Journal.* 1961. V. 1. № 2. P. 105–118.
4. *Кадет В.В., Селяков В.И. Фильтрация флюида в среде, содержащей эллиптическую трещину гидроразрыва // Изв. вузов. Нефть и газ.* 1988. № 5. С. 54–60.
5. *Каневская Р.Д., Кац Р.М. Аналитические решения задач о притоке жидкости к скважине с вертикальной трещиной гидроразрыва и их использование в численных моделях фильтрации // Изв. РАН. МЖГ.* 1996. № 6. С. 69–80.
6. *Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод.* М.: Наука, 1977. 664 с.

Москва

Поступила в редакцию  
5.XII.1997