

УДК 533.6.011.72 : 532.525

© 1999 г. С.А. ЩЕРБАКОВ

## ПОМПАЖ В РЕГУЛИРУЕМЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СОПЛАХ

На основе исследования устойчивости волновой структуры сверхзвукового потока в регулируемых плоских и осесимметричных соплах с изломом обтекаемой поверхности в трансзвуковой части получено газодинамическое локальное условие, ограничивающее возможность квазистационарного изменения режимов работы сопла. Представлены результаты численного исследования основных характеристик помпажа. Результаты расчета сравниваются с известными экспериментальными данными.

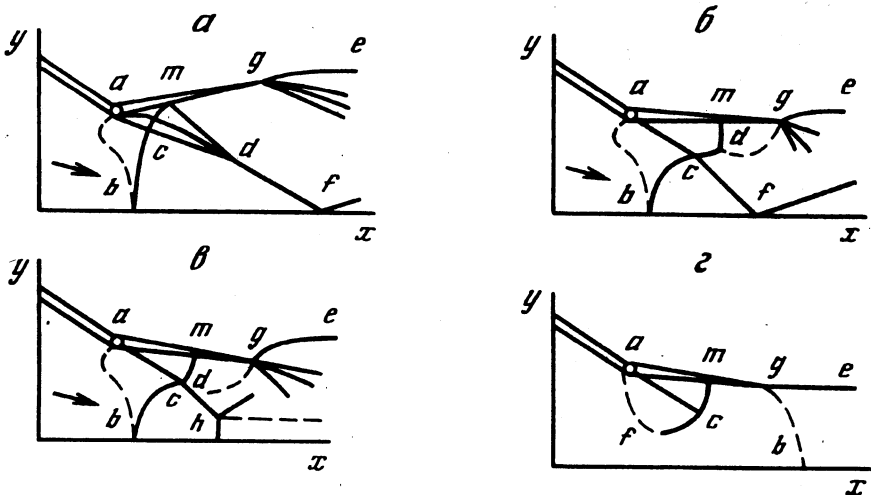
Регулируемое сопло является одним из основных элементов турбореактивного многорежимного двигателя. Поворотом стенок-створок такого сопла осуществляется изменение площади поперечных сечений проточной части с целью обеспечения эффективной работы двигателя на различных режимах. Из-за конструктивных особенностей регулируемое сопло имеет шарнирное соединение створок в критическом (минимальном поперечном) сечении, что приводит к излому обтекаемой поверхности в трансзвуковой части. При обтекании излома возникают бесконечные градиенты газодинамических параметров, формирующие сложную структуру потока в сверхзвуковой части сопла с образованием ударной волны, которая ограничивает область интенсивного разрежения.

С целью устранения значительных потерь тяги двигателя в полете на более низких высотах необходимо уменьшать выходную площадь сопла, не изменяя его площади критического сечения. При этом следует обеспечить квазистационарный (без резких изменений расхода газа и силовых нагрузок) переход между режимами работы двигателя. В противном случае может возникнуть эффект помпажа с периодическим резким изменением расхода и силовых нагрузок на створки. Как правило, помпаж приводит к деформированию и разрушению створок, поэтому определение границы рабочих (непомпажных) режимов регулируемого сопла является важной прикладной задачей.

В данной статье приведены результаты теоретического исследования газодинамических условий возникновения помпажа в сверхзвуковых регулируемых плоских и осесимметричных соплах. Рассмотрены режимы регулирования, которые обеспечивают малые потери тяги сопла с небольшим недорасширением реактивной струи на выходе.

**1. Основные особенности структуры потока.** На фиг. 1, а в декартовой (в плоском случае) или в цилиндрической (в осесимметричном случае) системе координат  $x$ ,  $y$  показан эскиз регулируемого сверхзвукового сопла с шарнирным соединением створок в точке  $a$ . Ось  $x$  – ось симметрии потока, поэтому рассматривается только верхняя полуплоскость. Направление движения газа – по стрелке; пунктирной линией  $ab$  отмечена звуковая линия, слева от которой поток дозвуковой, а справа – сверхзвуковой. Вблизи точки  $b$  (трансзвукового центра) компоненты вектора скорости вычисляются по формулам [1, 2]

$$u = 1 + c_1(x - x_b) + c_2 c_1^2 y^2, \quad v = 2c_2 c_1^2 (x - x_b) y + \frac{2}{3} (c_1 c_2)^2 y^3 \quad (1.1)$$



Фиг. 1. Режимы работы регулируемого сопла

где  $x_b$  – абсцисса точки  $b$ ,  $c_1$  и  $c_2$  – константы.

Здесь и ниже газ предполагается совершенным, не учитываются его вязкие эффекты. В качестве масштаба скорости, плотности и давления используются соответственно критическая скорость звука, критическая плотность и критический скоростной набор.

Согласно (1.1), выходящая из центра характеристика  $bcm$  определяется на начальном участке уравнением  $x = x_b + c_1 c_2 y^2$ . Эта характеристика ограничивает область распространяющихся от звуковой линии  $ab$  волн сжатия и отражается от сверхзвуковой створки сопла  $amg$  в точке  $m$ . На режиме недорасширения потока из сопла концевая кромка  $g$  сверхзвуковой створки обтекает в веере волн разрежения.

В окрестности угловой точки  $a$  потенциальное движение газа определяется автомодельными решениями [3–5]. Согласно этим решениям, распределение давления  $p$  вдоль дозвуковой и сверхзвуковой створок имеет асимптотики

$$p - p_* \propto |x - x_a|^{2/5}, \quad (x - x_a) \rightarrow -0, \quad p - p_{**} \propto |x - x_a|^{2/3}, \quad (x - x_a) \rightarrow +0 \quad (1.2)$$

Здесь  $x_a$  – абсцисса точки  $a$ , константы  $p_*$  и  $p_{**}$  равны соответственно критическому давлению и давлению после поворота потока в центрированной волне разрежения. Из-за бесконечных градиентов (1.2) возникает ударная волна, которая показана на фиг. 1,  $a$  утолщенной линией  $acdf$ . Ударная волна  $acdf$  отделяет область выходящих из излома волн разрежения от области волн сжатия, которая формируется характеристиками второго семейства, отраженными от участка  $am$  стенки. На фиг. 1,  $a$  точка  $c$  расположена на пересечении ударной волны с характеристикой  $bcm$ . Интенсивность выходящей из излома ударной волны  $acdf$  нарастает по квадратичному закону [4, 5]. На начальном участке эта ударная волна совпадает с замыкающей веер волн разрежения характеристикой.

Рассмотрим структуру потока при уменьшении угла раскрытия сверхзвуковой части сопла. В плоском случае из условия сохранения вдоль характеристики  $bcm$  инварианта Прандтля – Мейера (с точностью до малых третьего порядка после пересечения с ударной волной) следует

$$V_m \arctg\left(\frac{1}{V_m} \sqrt{M^2 - 1}\right) - \arctg\left(\sqrt{M^2 - 1}\right) = \vartheta, \quad V_m = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \quad (1.3)$$

где  $M$  и  $\vartheta$  – соответственно число Маха и угол наклона вектора скорости к оси  $x$ ;  $\gamma$  – показатель адиабаты Пуассона. Согласно (1.3), характеристика  $bcm$  пересекается со стенкой  $amg$  лишь при  $\vartheta \geq 0$ , причем  $M = 1$  при  $\vartheta = 0$  в точке  $m$ . Распределение  $M(x)$  вдоль сверхзвуковой створки имеет в точке  $m$  локальный минимум. В осесимметричном случае в условии совместности на характеристике входит еще и ордината  $y$ , поэтому значение угла наклона сверхзвуковой створки, при котором  $M = 1$  в точке  $m$ , несколько меньше нуля.

При дальнейшем уменьшении угла наклона стенки  $amg$  структура потока существенно изменяется. Возникает новая ударная волна  $md$ , как это показано на фиг. 1, б. Вблизи участка  $mg$  створки формируется локальная дозвуковая зона, которая ограничена второй звуковой линией  $dg$ . Эта звуковая линия не может быть расположена слева от характеристики  $bcd$  в области волн сжатия, которые распространяются от первой звуковой линии  $ab$ . Существование показанной на фиг. 1, б устойчивой волновой структуры потока с местной дозвуковой зоны подтверждается стационарным решением [6], в котором учтены особенности (1.1) на характеристике  $bcd$ .

По мере уменьшения угла наклона стенки  $amg$  в потоке происходит квазистационарный переход к структуре с пересечением ударных волн  $md$  и  $acf$  в точке  $c$ , как это показано на фиг. 1, в. Момент пересечения ударных волн определяется известным [7] условием резонанса<sup>1</sup>, которое следует из решения системы двух алгебраических уравнений

$$4s(1-s)(M_2^2-1) = \left( s - \frac{1}{M_1^2} - \frac{(\gamma+1)(1-s)(1+sM_1^2)}{2+(\gamma-1)sM_1^2} \right)^2 \quad (1.4)$$

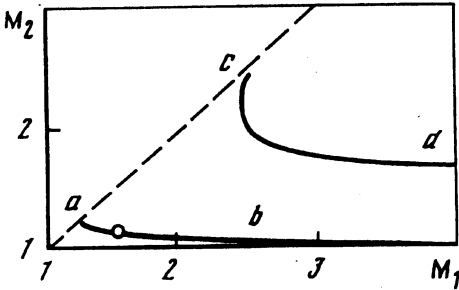
$$M_2^2 = \frac{2+(\gamma-1)M_1^2}{2\gamma s M_1^2 + 1 - \gamma} + \frac{2(1-s)M_1^2}{2+(\gamma-1)sM_1^2}, \quad s \equiv \sin^2 \varphi_1 \quad (1.5)$$

где  $\varphi_1$  – угол между ударной волной и вектором скорости перед ней,  $M_1, M_2$  – соответственно числа Маха перед и за ударной волной. Результаты совместного решения уравнений (1.4), (1.5) приведены на фиг. 2 при  $\gamma = 1,4$  в виде зависимости  $M_2$  от  $M_1$ . Система (1.4), (1.5) имеет два решения, которые показаны кривыми  $ab$  и  $cd$ , расположенными справа от пунктирной прямой в области  $M_1 \geq M_2$ . Физический смысл имеет нижняя кривая  $ab$ , которая монотонна и соответствует решению при  $M_1 \geq 1,25$  и  $M_2 \leq 1,25$ .

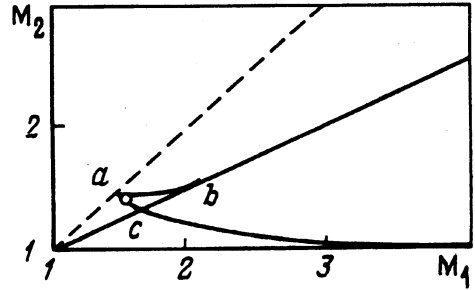
Расход газа через сопло остается неизменным до тех пор, пока возмущения потока, вызванные поворотом сверхзвуковой створки, не попадают на звуковую линию  $ab$ . Область распространения этих возмущений ограничена вверх по потоку ударной волной  $acf$ . По мере уменьшения угла наклона стенки  $amg$  (при фиксированной звуковой линии  $ab$ ) уменьшается область исходящих из угловой точки  $a$  волн разрежения и ударная волна  $acf$  приближается к звуковой линии  $ab$ . Существенно заметить, что невозможен квазистационарный переход к структуре потока с ударной волной  $acf$ , попадающей на звуковую линию  $ab$ . Это связано с необходимым условием строго монотонного увеличения интенсивности ударной волны вдоль ее длины. Интенсивность  $\sigma$  ударной волны определяется отношением давления  $p_2$  за ударной волной к давлению  $p_1$  перед ней

$$\sigma \equiv \frac{p_2}{p_1} - 1 = \frac{2}{\gamma+1} (M_1^2 \sin^2 \varphi_1 - 1) \quad (1.6)$$

<sup>1</sup> Для совершенного газа условие резонанса впервые получено Г.Г. Черным в 1948 г.



Фиг. 2. Зависимости чисел Маха при резонансе ударной волны



Фиг. 3. Границы регулярного (пунктирная и сплошная прямые) и нерегулярного (кривые  $ab$  и  $ac$ ) отражения ударной волны

Дифференцируя (1.6), видим, что при условии существования дифференциала  $d\sigma$  на ударной волне может существовать только минимум интенсивности в точке ее касания с характеристикой. В области волн сжатия, которые распространяются от звуковой линии  $ab$ , нет пересечения с какой-либо другой ударной волной или со слабым разрывом, поэтому дифференциал  $d\sigma$  существует в любой точке рассматриваемой ударной волны. Таким образом, должен возникнуть нестационарный режим работы сопла, причем в момент возникновения этого режима точка  $f$  ударной волны расположена ниже по потоку от центра  $b$ .

Рассмотрим отражение ударной волны  $acf$  от оси  $x$ . Показанное на фиг. 1,  $b$  регулярное отражение становится нерегулярным по мере приближения ударной волны  $acf$  к звуковой линии  $ab$ , поскольку при этом уменьшается  $M_1$  и увеличивается  $\varphi_1$  в точке  $f$  на оси  $x$ . Нерегулярному отражению соответствует фиг. 1,  $a$ . Здесь в точке  $h$  пересекаются три ударные волны. Вниз по потоку за ударной волной  $hf$  существует третья область дозвукового движения газа, которая ограничена тангенциальным разрывом, выходящим из точки  $h$ .

Тройная конфигурация пересечения ударных волн вычисляется из уравнений (1.5), (1.6) и уравнения

$$2(1 + \operatorname{ctg} \varphi_1 \operatorname{ctg}(\varphi_1 - \varphi_2))(M_1^2 \sin^2 \varphi_1 - 1) = (\gamma + 1)M_1^2 \quad (1.7)$$

где  $\varphi_2$  – угол между ударной волной и вектором скорости за ней. Уравнения (1.5), (1.6) и (1.7) решаются совместно в каждой из четырех подобластей, окружающих точку пересечения  $h$ , причем равенство давлений по обе стороны тангенциального разрыва является граничным условием задачи.

Полученные в результате решения зависимости при  $\gamma = 1,4$  построены на фиг. 3. Здесь выходящие из начала координат пунктирная и сплошная линии ограничивают область существования регулярного отражения. Кривые  $ab$  и  $ac$  ограничивают область существования нерегулярного отражения, причем прямому скачку уплотнения, который расположен ниже точки  $h$ , соответствует линия  $ab$ . Линия  $ac$  соответствует случаю, когда прямой скачок уплотнения расположен выше точки  $h$ .

Исследуемая волновая структура в сверхзвуковой части сопла существует до тех пор, пока значения чисел Маха в точке  $h$  или  $f$  на приходящей из излома  $a$  ударной волне принадлежат криволинейному треугольнику  $abc$  на фиг. 3. Координаты вершины  $a$  этого треугольника находятся аналитически и зависят только от показателя адиабаты  $\gamma$

$$M_1 = M_2 = \sqrt{\frac{\gamma + 3}{2}} \quad (1.8)$$

Эта формула получена приравниванием нулю производной от давления на тангенциальном разрыве по углу наклона проходящей в точку пересечения ударной волны при фиксированном числе Маха перед ней и при условии, что  $hf$  – прямой скачок уплотнения.

В квазистационарном случае по мере поворота стенки  $amg$  число Маха на оси  $x$  перед ударной волной  $hf$  не может стать меньше значения (1.8). Физически это объясняется тем, что наступает момент, когда показанные на фиг. 1, в пристеночная и приосевая дозвуковые зоны смыкаются и возникает структура потока с полностью дозвуковым движением газа за ударной волной  $mcdhf$ . Для оценок такая ударная волна может быть заменена прямым скачком уплотнения, который в данном случае расположен в сужающемся канале.

Неустойчивость прямого скачка уплотнения в сужающемся канале по отношению к малым возмущениям, приходящим из области за скачком, доказана в [8]. В этом случае возникает нестационарный режим с ударной волной, которая движется вверх по потоку и вносит возмущения в дозвуковую часть сопла. В связи с этим изменяется расход газа через сопло и затем возникает новая устойчивая структура потока с переходом через скорость звука на срезе сопла, как это показано на фиг. 1, г. Сверхзвуковая область  $afcm$  движения газа становится локальной вблизи излома стенки. Здесь формируется лямбдаобразный вид (остаточной) ударной волны  $acmf$ .

Согласно проведенному исследованию, можно утверждать, что газодинамическим критерием квазистационарного изменения режимов работы регулируемого сверхзвукового сопла является условие

$$M_f \geq \sqrt{\frac{\gamma + 3}{2}} \quad (1.9)$$

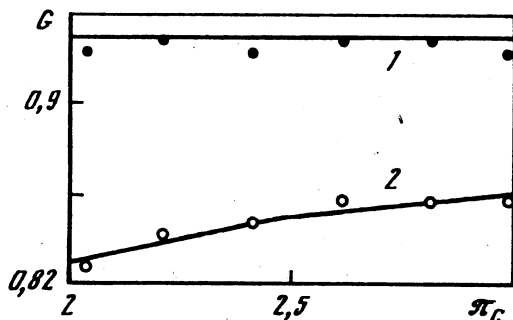
где  $M_f$  – число Маха на оси  $x$  перед ударной волной. Отметим, что рассматривается случай с достаточно короткой сверхзвуковой частью сопла, длина которой ограничена условием непопадания на стенку  $amg$  отраженной от оси  $x$  ударной волны.

**2. Численное моделирование помпажа.** Исследуем нестационарное изменение структуры потока совершенного идеального газа в сверхзвуковой части регулируемого плоского или осесимметричного сопла при различных углах сужения его дозвуковой части. Для численного моделирования движения газа используем интегральную форму [9] полной системы нестационарных уравнений газовой динамики.

В постановке краевой задачи на стенках сопла выполняются граничные условия непротекания. На входе в сопло определяемые по одномерной теории газодинамические параметры используются для постановки граничных условий неотражения возмущений, которые приходят из дозвуковой области потока. Расчетная область справа от сопла дополняется начальным участком реактивной струи, граница которой  $ge$  вычисляется в процессе итераций по времени с заданным внешним давлением. Это позволяет установить реальные сверхзвуковые граничные условия справа.

Для расчета стационарного сверхзвукового режима в качестве начального приближения используется газодинамическое поле, определяемое по одномерной теории. Поворот сверхзвуковой створки осуществляется дискретно (через один градус), при этом в качестве начального поля используется предыдущее (по углу) установившееся поле. С помощью такого подхода определяется положение створок сопла в момент возникновения помпажа и численно исследуются его нестационарные характеристики.

Решение поставленной краевой задачи получено с помощью конечно-разностной модифицированной схемы Годунова [9, 10]. В приведенных ниже результатах показатель адиабаты  $\gamma = 1,4$ , критическому давлению соответствует  $p_* = \gamma^{-1}$ . Режим работы сопла определяется значением  $\pi_c$ , которое равно отношению полного давления (на входе в сопло) к внешнему давлению в окружающей среде. Начало системы координат выбрано в минимальном сечении сопла так, что абсцисса излома в точке  $a$  равна нулю. Линейные размеры отнесены к ординате этой точки.



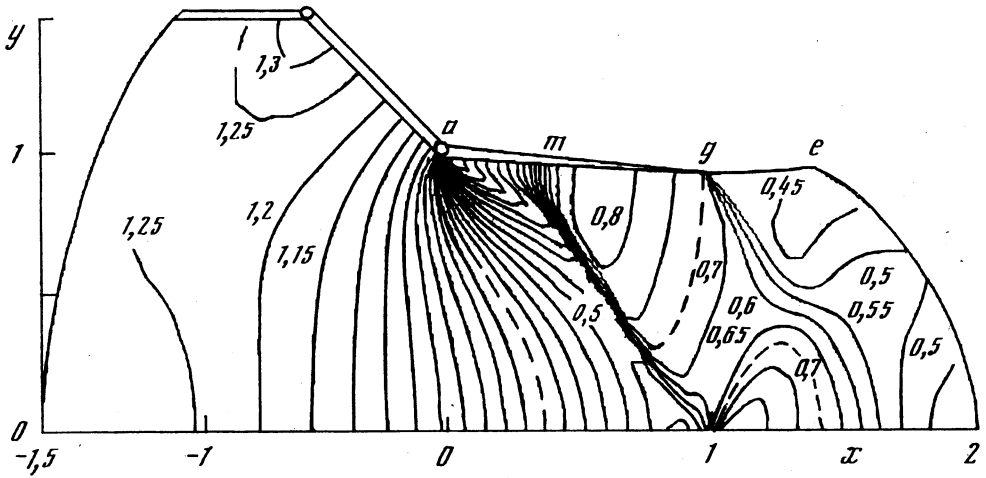
Фиг. 4. Изменение расхода  $G$  воздуха в биконических соплах в зависимости от располагаемого перепада давления  $\pi_c$  (точки – эксперимент [11], кривые 1 и 2 – расчет при углах сужения сверхзвуковой части  $0, -2^\circ 20'$  и  $-5^\circ 20'$  соответственно)

На фиг. 4 приведены результаты расчета расхода  $G$  в биконическом сужающемся сопле при углах наклона сверхзвуковой створки  $0, -2^\circ 20'$  и  $-5^\circ 20'$ . Здесь первым двум углам соответствует кривая 1, а последнему углу – кривая 2. Геометрические размеры сопла с углом сужения дозвуковой части, равным  $50^\circ$ , и длиной сверхзвуковой части, равной  $0,7$ , выбраны с целью сравнения полученных характеристик с экспериментальными данными [11], которые на фиг. 4 отмечены точками. Точки рядом с линией 1 показывают экспериментально обнаруженный [11] эффект блокирования расхода, т.е. равенство  $G = \text{const}$  при положительных и небольших отрицательных углах наклона сверхзвуковой створки. Кривая 2, на которой  $G(\pi_c) \neq \text{const}$ , соответствует изменению расхода в сужающемся насадке с критическим выходным сечением (см. фиг. 1, з).

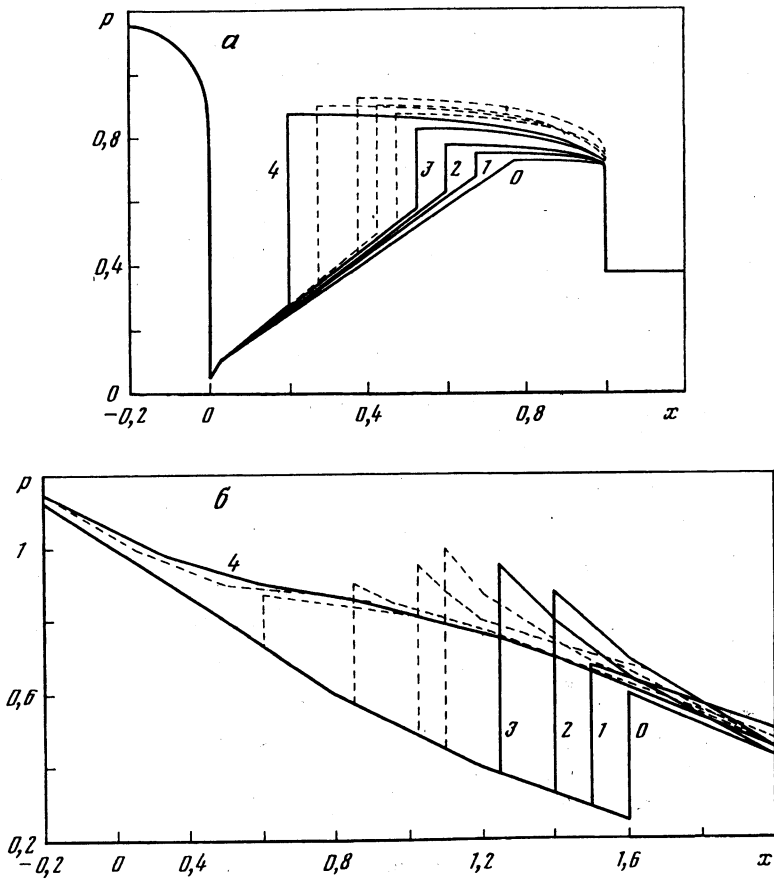
Из сравнения кривых 1 и 2 видно, что в результате поворота сверхзвуковой створки расход газа через биконическое сопло изменяется примерно на 10%, причем это изменение не является строго монотонным в силу эффекта блокирования. Расчетные и экспериментальные данные практически совпадают, что подтверждает правомерность использования уравнений идеального газа для численного решения поставленной задачи. Эффекты вязкости газа здесь, по-видимому, слабо влияют на устойчивость волновой структуры из-за сильного ускорения потока и резкого уменьшения толщины пограничного слоя в изломе стенки. Результаты экспериментального исследования [11] также демонстрируют отсутствие глобального отрыва потока от поверхности биконического сопла.

На фиг. 5 приведены изобары полученного стационарного решения в плоском сопле с углом прикрытия сверхзвуковой части  $3^\circ$ . Штриховыми линиями показаны три звуковые линии, разделяющие области дозвукового и сверхзвукового движения. Отчетливо видна выходящая из излома ударная волна, которая ограничивает пучок выходящих из излома изолиний. За срезом сопла при  $x > 1$  расположен участок струи с давлением на границе  $p_e = 0,4$ . Оценивая числа Маха до и после ударной волны в точке с, получаем на фиг. 2 совпадение с нижней кривой  $ab$  (точка на кривой).

Положение створки  $amg$  на фиг. 5 является предельным. При дальнейшем уменьшении угла наклона створки на  $1^\circ$  возникает движение ударной волны вверх по потоку. Это движение можно проследить по распределениям давления на стенке и оси сопла, которые соответственно показаны пунктирными кривыми на фиг. 6. Сплошными кривыми проведены стационарные распределения для различных углов сужения сверхзвуковой части сопла. Приведенные на фиг. 6, а данные хорошо согласуются с зависимостями (1.2) в окрестности излома стенки. В подтверждение точности полученных результатов локальное максимальное давление на горизонтальной сверх-



Фиг. 5. Изобары в меридиональной плоскости сопла



Фиг. 6. Распределение давления по стенке (а) и оси (б) сопла (цифры у кривых равны значениям углов; сплошные кривые – стационарное решение, пунктирные – нестационарное решение)

звуковой стенке равно критическому. На кривой 3 фиг. 6, б значение давления перед ударной волной равно 0,377, что соответствует  $M_f = 1,483$ . Это значение практически совпадает с координатами точки *a* на фиг. 3 и подтверждает критерий (1.9).

Сравнивая интегралы от распределений 3 и 4 на фиг. 6, а, получаем, что силовая нагрузка на створку *atg* увеличивается в результате нестационарного изменения режима примерно на 30%. Если в системе регулирования положением створок не предусмотрен такой запас демпфирования нагрузок, то произойдет обратное раскрытие сверхзвуковой части сопла с повторением нестационарного режима. В системе регулирования сопла могут возникнуть автоколебания, что приведет к его быстрому выходу из строя. Численное решение нестационарной задачи при движении ударной волны в показанном на фиг. 5 газодинамическом поле позволяет оценить частоту помпажа 10–15 Гц, что согласуется с известными частотами помпажа в других элементах двигателя.

Аналогичные расчеты проведены и для других углов сужения дозвуковой части сопла. Зависимость предельного (до возникновения помпажа) угла сужения сверхзвуковой части от угла сужения дозвуковой части практически линейная, причем углам наклона дозвуковой части  $-45$ ,  $-30$  и  $-15^\circ$  соответствуют предельные углы  $-3$ ,  $-2$  и  $-1^\circ$ .

Расчет помпажа в осесимметричных соплах показал несущественное отличие его характеристик от тех, которые получены на одном и том же режиме для плоских сопел с одинаковым геометрическим контуром в плоскости *x*, *y*. Это является следствием локального характера критерия (1.9). Отметим, что поскольку в осесимметричном случае  $M = 1$  в точке *m* на створке лишь в прикрытом положении сверхзвуковой части, то происходит некоторое запаздывание в формировании пристеночной дозвуковой зоны по сравнению с плоским случаем. Однако в силу осесимметричности движения поток после отклонения вектора скорости за ударной волной вблизи оси *x* сжимается более интенсивно, поэтому осесимметричная ударная волна отражается от оси симметрии нерегулярным образом при меньших углах наклона, опережая тем самым плоскую ударную волну в формировании приосевой дозвуковой зоны.

**Заключение.** Разработанный на основе модифицированной конечно-разностной схемы Годунова [9, 10] численный метод исследования возникновения помпажа позволяет достаточно точно определять его основные газодинамические характеристики в соплах со сложной волновой структурой в транс- и сверхзвуковой областях потока. Полученные расчетом данные и локальное условие (1.9) следует использовать при проектировании плоских и осесимметричных регулируемых сверхзвуковых сопел на переходных режимах.

Результаты работы докладывались в ЦИАМ на семинаре Г.Г. Черного. Автор благодарит участников семинара за весьма полезные замечания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фалькович С.В. К теории сопла Лаваля // ПММ. 1946. Т. 10. Вып. 4. С. 503–512.
2. Рыжов О.С. О течениях в окрестности поверхности перехода в соплах Лаваля // ПММ. 1958. Т. 22. Вып. 4. С. 433–443.
3. Vaglio-Laurin R. Transonic rotational flow over a convex corner // J. Fluid Mech. 1960. V. 9. Pt 1. P. 81–103.
4. Бойченко В.С., Лифшиц Ю.Б. Трансзвуковое течение около выпуклого угла // Учен. зап. ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 2. С. 8–16.
5. Есин А.И., Чернов И.А. О скачке уплотнения при обтекании выпуклого угла // ПММ. 1977. Т. 41. Вып. 2. С. 292–297.
6. Щербаков С.А. Формирование ударной волны при взаимодействии со слабым разрывом на границе местной дозвуковой зоны // Изв. АН СССР. МЖТ. 1990. № 4. С. 152–158.



7. Дьяков С.П. Взаимодействие ударных волн с малыми возмущениями // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. Вып. 4. С. 948–961.
8. Черный Г.Г. Неустановившиеся движения газа в каналах с проницаемыми стенками. Об устойчивости скачка уплотнения в каналах // Тр. ЦИАМ. 1953. № 244. 12 с.
9. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
10. Крайко А.Н., Тилляева Н.И., Щербаков С.А. Метод расчета течений идеального газа в плоских и осесимметричных соплах с изломами контура // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1986. Т. 26. № 11. С. 1679–1694.
11. Hardy J.M. Blocage tri-dimensionnel interne dans une tuyère convergente bi-conique // L'Aeronaut. et L'Astronaut. 1978. V. 6. № 73. P. 28–32.

Москва

Поступила в редакцию  
14.X.1997