

УДК 533.6.011.55:533.7

© 1999 г. В.Н. ГУСЕВ, И.В. ЕГОРОВ, А.И. ЕРОФЕЕВ, В.П. ПРОВОТОРОВ

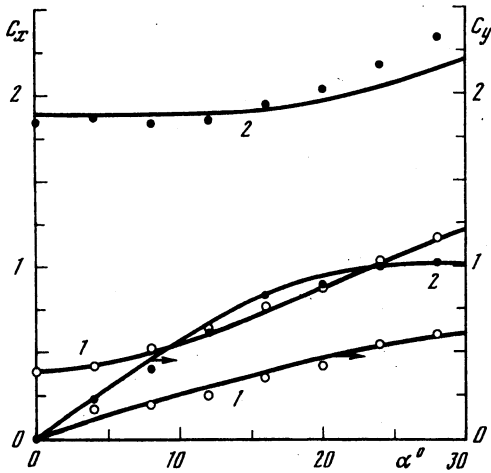
**ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ В ДИНАМИКЕ РАЗРЕЖЕННЫХ ГАЗОВ**

Анализируются результаты экспериментальных и теоретических исследований гиперзвуковых течений разреженного газа. На примерах одномерных течений и гиперзвукового обтекания тел простой формы проведена верификация применяемых в динамике разреженных газов экспериментальных и вычислительных методов. Рассмотрены особенности обтекания различных тел (сфера, цилиндр, пластина и др.), изучено влияние на течение граничных условий на твердой поверхности и учета вращательных степеней свободы молекул. Проведено обобщение полученных экспериментальных и расчетных результатов, выявлены основные закономерности зависимостей аэродинамических и тепловых характеристик тел от параметров подобия. Установлены связи между используемыми критериями подобия, оценена целесообразность их применения в различных комбинациях при моделировании гиперзвуковых течений газа в режимах обтекания от континуального до свободномолекулярного.

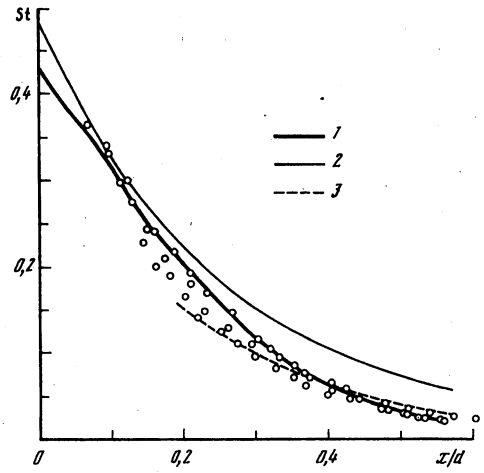
В экспериментальных исследованиях гиперзвуковых течений разреженного газа широко используются различные аэродинамические трубы: вакуумные, ударные, импульсные и другие. Эффективным оказалось использование в эксперименте сильно недорасширенных струй [1]. При больших значениях нерасчетности удастся получить практически весь спектр гиперзвуковых режимов обтекания тела – от континуального до свободномолекулярного – путем перемещения модели вдоль оси перерасширенной области струи до замыкающего скачка уплотнения. При этом максимальные значения числа Кнудсена  $Kn \sim M/Re$  могут быть достигнуты либо при  $M \rightarrow \infty$  и умеренно больших значениях числа  $Re$  (гиперзвуковые трубы), либо при  $Re \rightarrow 0$  и умеренных числах  $M$  (вакуумные трубы). Анализируемые ниже экспериментальные данные, как правило, получены в вакуумных аэродинамических трубах.

Среди численных методов наибольшее развитие в динамике разреженных газов получил метод прямого статистического моделирования Монте-Карло. В данной работе использован один из вариантов метода, в котором столкновения частиц в каждой ячейке на временном шаге  $dt$  проводились перебором всех пар, а вероятность столкновения пары определялась соотношением  $p = \sigma(g)gd t/W$ , где  $\sigma(g)$  – полное сечение взаимодействия,  $g$  – относительная скорость,  $W$  – объем ячейки [2]. Применение этого варианта метода позволяет проводить расчеты с минимальным числом моделирующих частиц. Обмен энергией между поступательной и вращательной модами описывался моделью Ларсена – Боргнакке [3].

Наряду с методом Монте-Карло в вычислительной аэротермодинамике при малых числах  $Re$  широко используется модель континуальной среды, описываемая уравнениями Навье – Стокса. Строго говоря, эти уравнения применимы при числах  $Kn \ll 1$ . Поскольку при гиперзвуковых скоростях последнее условие не всегда выполняется, по-прежнему актуально сравнение полученных с помощью этой модели результатов с экспериментальными данными и численными результатами, основанными на других моделях. Расчеты на основе уравнений Навье – Стокса прово-



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимость коэффициентов сопротивления  $C_x$  и подъемной силы  $C_y$  пластины (1) и клина с  $\theta = 20^\circ$  (2) от угла атаки  $\alpha$ : кривые – расчет методом Монте-Карло, точки – эксперимент

Фиг. 2. Распределение числа  $St$  по наветренной поверхности сферы (точки – эксперимент, 1 – расчет методом Монте-Карло, 2 – решение уравнений Навье – Стокса без скольжений, 3 – решение уравнений Навье – Стокса со скольжением)

дильсь неявным конечно-разностным методом с использованием интегроинтерполяционного подхода [4]. На поверхности обтекаемых тел использовались граничные условия прилипания и скольжения.

Использование в динамике разреженных газов перечисленных выше моделей и методов требует их верификации.

В переходной области при  $Kn = O(1)$  из-за размытия ударных волн времена релаксации таких энергоемких процессов, как диссоциация, химические реакции и ионизация, существенно больше характерного газодинамического времени. Неравновесные физико-химические процессы в этих условиях определяются внутренними степенями свободы молекул. Их вклад в процесс передачи импульса и энергии потока элементу поверхности обтекаемого тела незначителен [5]. В этом случае при определении аэродинамических и тепловых характеристик обтекаемого тела течение в возмущенной области можно считать "замороженными" поскольку свойства газа мало отличаются от свойств термодинамически совершенного газа.

Условия подобия течений при  $Kn = O(1)$  будут выполнены при равенстве следующих критериев подобия: числе  $M_\infty$ ,  $Re_\infty$ , числа Прандтля  $Pr$ , температурного фактора  $t_w = T_w/T_0$  ( $T_w$  – температура поверхности обтекаемого тела,  $T_0$  – температура торможения набегающего потока), отношения удельных теплоемкостей  $\gamma = C_p/C_v$ , а также физических констант, определяющих переносные свойства газа и его взаимодействие с поверхностью тела. Вместо числа  $Re_\infty$  в эту систему может быть включено число  $Kn_\infty = \lambda_\infty/L \sim M_\infty/Re_\infty$ . Очевидно, что при верификации различных моделей и методов в переходной области экспериментальные и расчетные исследования должны проводиться при одних и тех же параметрах подобия.

При сопоставлении данных, полученных методом прямого статистического моделирования Монте-Карло, с экспериментальными целесообразно использовать газы с изученными законами взаимодействия между молекулами. Выбор гелия в качестве рабочего газа объясняется прежде всего постоянством  $\gamma$  и  $n$  (коэффициент вязкости  $\mu \sim T^n$ ) в широком диапазоне изменения температуры.

1. Для пластины с относительной толщиной  $\delta/L = 0,06$  и клина с углом раствора  $2\theta = 40^\circ$ , установленных под углом атаки  $\alpha$ , сопоставление экспериментальных значений коэффициентов сопротивления  $C_x$  и подъемной силы  $C_y$  с расчетными приведено на фиг. 1. Эксперименты проводились в потоке гелия ( $\gamma = 5/3$ ) при температурном факторе  $t_w = 1$  ( $T_0 = 295$  К) [6]. В случае пластины  $M_\infty = 9$ ,  $Re_\infty = 22,9$ , в случае клина  $M_\infty = 9,9$ ,  $Re_\infty = 42$ . При этих же параметрах подобия аэродинамические характеристики пластины и клина были рассчитаны методом Монте-Карло. Согласие между расчетными и экспериментальными данными вполне удовлетворительно, максимальное различие составляет 10%.

Аналогичные сравнения проведены для локальных характеристик обтекания сферы. На фиг. 2 дано распределение числа Стантона  $St$  на наветренной поверхности сферы. Так как эксперименты проводились в воздухе ( $\gamma = 7/5$ ) при температуре  $T_0 = 1000$  К, выбор исследуемой области обтекаемого тела, как и прежде, определялся условием постоянства  $\gamma$  и  $n$ . Значения остальных параметров подобия:  $M_\infty = 6,5$ ,  $Re_\infty = 80,4$ ,  $t_w = 0,31$ .

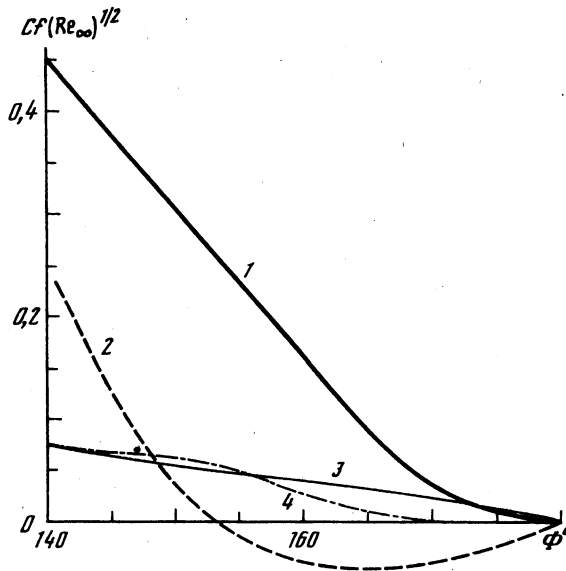
При измерении локальных тепловых потоков в эксперименте при малых числах  $Re$  использовался метод двухслойных термоиндикаторных покрытий [7]. Экспериментальные значения числа  $St$  согласуются с результатами расчета методом Монте-Карло с точностью 15%.

Уравнения Навье – Стокса несправедливы в областях, характерный размер которых соизмерим с длиной свободного пробега молекул (фронт ударной волны, кнудсенский слой вблизи поверхности тела) и течение в которых описываются уравнением Больцмана. Исследования [5] показали, что данные метода Монте-Карло дают наибольшие отличия от уравнений Навье – Стокса в распределении параметров потока во внешней части ударного слоя. Вблизи тела, особенно при малых значениях  $t_w$ , соответствие между этими данными сравнительно лучше. Это значит, что уравнения Навье – Стокса сохраняют удовлетворительную точность при малых числах  $Re$  для таких характеристик, как тепловой поток и трение на поверхности тела. Останемся на некоторых примерах.

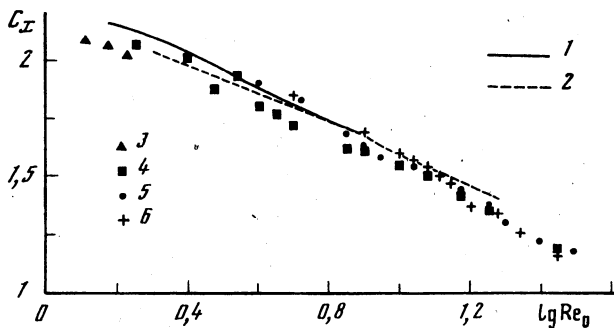
Эффекты разреженности особенно существенны при обтекании тонких тел. Например, при обтекании бесконечно тонкой пластины при малых числах  $Re$  в окрестности ее передней кромки формируется течение с размытым скачком уплотнения и большой скоростью скольжения на поверхности. Трение и давление на пластине в этой области изменяются немонотонно. Начиная с сечения, в котором максимальное увеличение плотности близко к предельному, вдоль пластины развивается взаимодействующий с внешним потоком пограничный слой. Учет граничных условий скольжения и скачка температуры при решении уравнений Навье – Стокса приводит к качественному согласованию с данными, полученными методом Монте-Карло, однако в окрестности передней кромки количественное различие все же существенно [5].

На разгонных участках течения учет граничных условий скольжения и скачка температуры расширяет возможности использования уравнений Навье – Стокса при малых числах  $Re$ . Например, при обтекании сферы распределение числа  $St$  на ее поверхности в области расширения потока ( $s/R \geq 0,2$ ), полученное из решения уравнений Навье – Стокса с граничными условиями скольжения, лучше согласуется с экспериментальными данными и результатами расчета методом Монте-Карло (фиг. 2), чем с решением, в котором используются граничные условия прилипания. В то же время в лобовой части сферы ( $s/R \leq 0,2$ ) все рассматриваемые экспериментальные и расчетные данные хорошо согласуются между собой.

Учет условий скольжения и скачка температуры в граничных условиях для уравнений Навье – Стокса может приводить к значительным изменениям не только локальных аэродинамических характеристик, но и к заметному изменению структуры течения, например, в донной области сферы. Скольжение приводит к размытию следа и хвостового скачка уплотнения и к ликвидации отрыва в донной области. Это пока-



Фиг. 3. Зависимость коэффициента трения  $C_f$  от азимутального угла  $\phi$  для донной области сферы (кривые 1, 2 –  $Re_\infty = 10^4$ , кривые 3, 4 –  $Re_\infty = 10^2$ ; 1, 3 – условия скольжения, 2, 4 – условия прилипания)



Фиг. 4. Зависимость коэффициента сопротивления  $C_x$  от  $Re_0$  для клина с углом полураствора  $\theta = 20^\circ$  (кривые – расчет методом Монте-Карло, точки – эксперимент; 1 –  $\gamma = 5/3$ ,  $n = 0,67$ ; 2 –  $\gamma = 5/3$ ,  $n = 0,87$ ; 3 – гелий, 4 – воздух, 5 – аргон, 6 – углекислый газ)

зано на фиг. 3, где представлены распределения местного коэффициента трения  $C_f$  в донной части сферы при  $M_\infty = 6,5$ ,  $t_w = 0,3$ ,  $Re_\infty = 10^4, 10^2$ .

Уравнения Навье – Стокса широко используются при исследовании струйных течений, характерной особенностью которых является наличие на начальном участке области, в которой течение не зависит от внешних условий и соответствует истечению газа в вакуум. В отличие от непрерывного режима течения при конечных числах  $Re$  эта область при неограниченном возрастании перепада давления остается ограниченной. Несмотря на то что на ее границе длина свободного пробега молекул соизмерима с характерным размером струи, уравнения Навье – Стокса в этой области остаются справедливыми [1].

2. На режимах гиперзвуковой стабилизации, когда температура газа  $T_\infty \rightarrow 0$ , из критериев подобия исключается число  $M_\infty$ , а вместо числа  $Re_\infty$  в критерии подобия входит число  $Re_0 = \rho_\infty U_\infty L / \mu_0(T_0)$ . В [8] показано, при каких условиях критерий  $Re_0$  строго следует из уравнений Больцмана.

Целесообразность использования на режимах гиперзвуковой стабилизации числа  $Re_0$  подтверждается многочисленными экспериментальными и расчетными данными по аэродинамическим характеристикам и тепловым потокам для тел различной конфигурации. На фиг. 4 приведены расчетные и экспериментальные значения коэффициента сопротивления  $C_X$  клина с углом раствора  $2\theta = 40^\circ$ , установленного под нулевым углом атаки, в зависимости от числа  $Re_0$  при  $M_\infty = 8-20$ . Как показывают приведенные данные, использование критерия  $Re_0$  позволяет скоррелировать результаты не только при изменении числа  $M_\infty$ , но и при изменении других параметров подобия, например  $n$  и  $\gamma$ .

Однако не всегда моделирование по одному критерию  $Re_0$  исключает влияние остальных критериев подобия. В этом случае при корреляции расчетных и экспериментальных данных используются параметры, представляющие собой комбинации исходных критериев подобия.

Группа таких комбинаций параметров получена при рассмотрении области, примыкающей к свободномолекулярной. В этой области характерной длиной свободного пробега молекул является длина пробега  $\lambda_{w\infty}$  отраженных от тела молекул относительно набегающих [9]. Определенное по  $\lambda_{w\infty}$  число Кнудсена

$$Kn_{w\infty} = \frac{\lambda_{w\infty}}{L} \sim \frac{|\xi_w|}{\rho_\infty \sigma |g| L}, \quad g = \xi_\infty - \xi_w$$

где  $\xi$  – скорость молекул,  $\sigma \sim \sqrt{T/\mu}$  – их сечение столкновения. При  $\sigma = \text{const}$  вязкость  $\mu \sim \sqrt{T}$ , а при  $\sigma \sim 1/\sqrt{T}$  имеем  $\mu \sim T$ . Тогда

$$Kn_{w\infty} \sim \frac{\sqrt{T_w}}{\rho_\infty \sigma(T_0) U_\infty L} \sim \frac{\sqrt{t_w}}{\rho_\infty \sigma(T_0) L} \sim \sqrt{t_w} Kn_\infty \frac{\sigma(T_\infty)}{\sigma(T_0)} \sim \sqrt{t_w} \frac{M_\infty^{1-2n}}{Re_0} \frac{\sigma(T_\infty)}{\sigma(T_0)}$$

и независимо от закона изменения сечения столкновения  $Kn_{w\infty} \sim \sqrt{t_w} / Re_0$ .

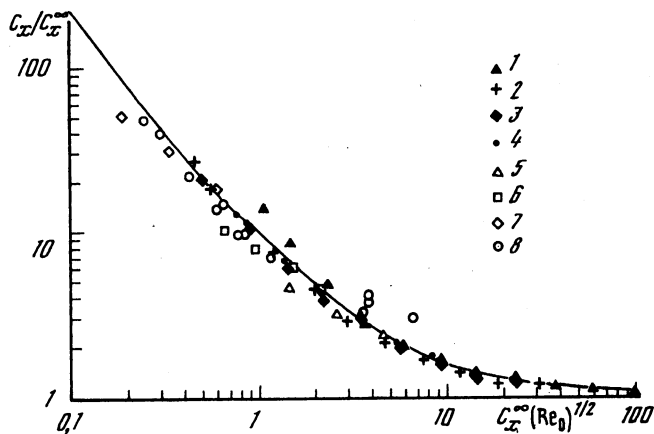
В этом случае использование параметра  $Kn_{w\infty}$  позволяет исключить из полной системы критериев подобия параметр  $n$ .

В области, примыкающей к сплошной среде, широко применяется параметр взаимодействия  $\chi_\infty = M_\infty \sqrt{C/Re_\infty}$ , где  $C = \mu_* T_\infty / (\mu_\infty T_*)$  – постоянная Чепмена – Рубезина, определяемая при некоторой характерной температуре  $T_*$ . Этот параметр пропорционален отношению длины свободного пробега молекул  $\lambda_\infty$  в невозмущенном потоке к характерной толщине пограничного слоя  $\delta$

$$\frac{\lambda_\infty}{L} \sim \frac{M_\infty}{Re_\infty}, \quad \frac{\delta}{L} \sim \frac{1}{\sqrt{Re_\infty}}, \quad \frac{\lambda_\infty}{\delta} \sim \frac{M_\infty}{\sqrt{Re_\infty}} \sim \chi_\infty$$

Связь  $\chi_\infty$  с параметрами подобия зависит от выбора характерной температуры  $T_*$ . Последняя, как правило, определяется эмпирически и ограничена крайними значениями  $T_0$  и  $T_w$ . При  $T_* = T_0$  параметр  $\chi_\infty \sim Re_0^{-1/2}$ , при  $T_* = T_w$  параметр  $\chi_\infty \sim t_w^{(n-1)/2} Re_0^{-1/2}$ .

Очевидно, что применение комбинаций из критериев подобия оправдано при исчезающем влиянии на конечные результаты входящих в них отдельных критериев подобия. В [10] показано, что полученные при различных значениях  $t_w$  коэффициенты сопротивления  $C_X$  некоторых тел, нормированные относительно своих предельных значений для свободномолекулярных и континуальных течений  $C_X^0$  и  $C_X^\infty$ , достаточно



Фиг. 5. Зависимость относительного коэффициента сопротивления  $C_x^\infty/C_x$  от обобщенного параметра подобия  $C_x^\infty(Re_0)^{1/2}$  (кривая – расчет для степенного тела  $r = x^{3/4}$ ; точки 1–4 – расчет затупленного конуса: 1 –  $K^* = 0,5$ , 2 – 1, 3 – 2, 4 – 5; точки 5–7 – экспериментальные данные для затупленного конуса с  $K^* = 0,5$ –1: 5 –  $\theta = 15^\circ$ , 6 –  $10^\circ$ , 7 –  $5^\circ$ , 8 – расчет обтекания острого конуса методом Монте-Карло)

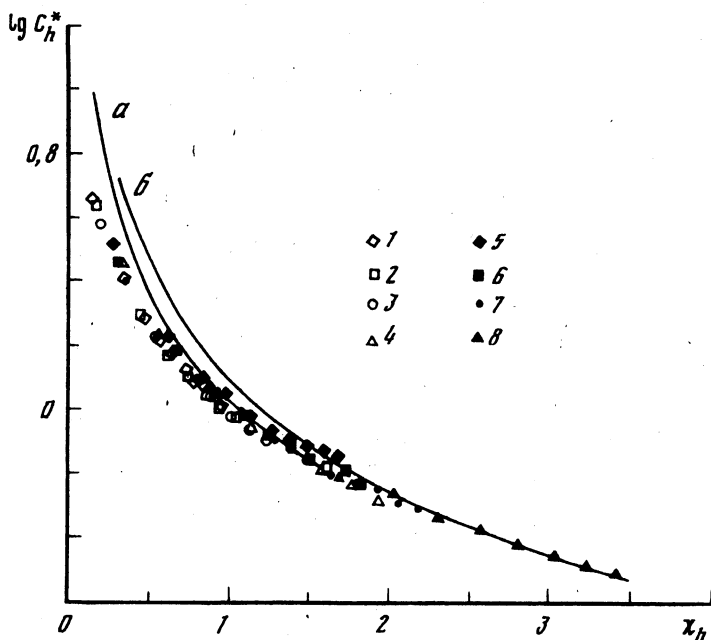
хорошо согласуются друг с другом, если в качестве основного параметра использовать  $t_w^{-0,1} Re_0$ . Столь малое значение показателя степени при  $t_w$  говорит о том, что при не очень больших изменениях температурного фактора последний в системе критериев подобия несуществен.

Подход [10] обобщен на случай тела произвольной конфигурации, обтекаемого под углом атаки, путем использования параметра  $\Delta = t_w^{-0,1} Re_0 \sin \alpha_*$ . Нормированная относительно предельных значений зависимость  $F = (C_x - C_x^\infty)/(C_x^0 - C_x^\infty)$  от параметра  $\Delta$  оказалась "универсальной" для широкого класса неподобных тел [11].

В некоторых случаях целесообразно использовать корреляционные параметры, включающие помимо критериев подобия предельные значения искомых функций. Большая группа таких параметров предложена для вязких гиперзвуковых течений. Например, при определении максимальной величины аэродинамического качества  $K_{\max}$  тонких затупленных крыльев с различными углами стреловидности и относительными радиусами затупления  $r$  в [12] использовался параметр  $N = \varphi(t_w, T_0)(K_{\max}^\infty)^2 / \sqrt{Re_0}$ , в котором величина  $(K_{\max}^\infty)^2 / \sqrt{Re_0}$  – аналог известного параметра подобия  $\alpha^2 \sqrt{Re_0}$ , а  $\varphi(t_w, T_0)$  – функция, определенная в [12].

Сравнение расчетных значений  $K_{\max} / K_{\max}^\infty$  в зависимости от параметра  $N$  с экспериментальными данными [12] указывает на удовлетворительное согласие между ними при  $N \leq 0,4$ . В этой области зависимость  $K_{\max} / K_{\max}^\infty$  универсальна и не зависит от геометрии обтекаемого тела. При  $N > 0,4$  это соответствие нарушается вследствие определяющего влияния разреженности. Вклад затупления в общий баланс сил на этих режимах пренебрежимо мал и аэродинамические характеристики затупленного крыла практически совпадают с соответствующими характеристиками крыла с острыми передними кромками.

Аналогична корреляция данных по сопротивлению тонких острых и притупленных осесимметричных тел [13]. На фиг. 5 приведены расчетные и экспериментальные



Фиг. 6. Зависимость коэффициента теплопередачи  $C_h^*$  от корреляционного параметра  $\chi_h$  ( $a, b$  – аппроксимационные кривые:  $a - t_w = 0,05$ ,  $b - 0,4$ ; точки – расчет методом Монте-Карло:  $1-4 - Re_0 = 300$ ;  $5-8 - 10^3$ ;  $1, 5 - t_w = 0,05$ ;  $6 - 0,1$ ;  $3, 7 - 0,2$ ;  $4, 8 - 0,4$ )

зависимости относительного коэффициента сопротивления затупленных конусов от  $C_x^\infty Re_0^{1/2}$  при различных значениях параметра подобия  $K^* = \theta(2S/C_{x0}S_0)^{1/2}$ , где  $C_{x0}$  – коэффициент сопротивления затупления, а  $S_0$  и  $S$  – соответственно площади затупления и миделя тела.

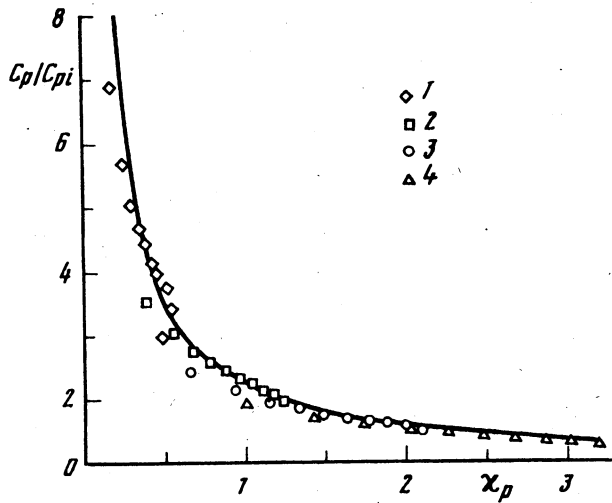
В выбранной системе корреляционных параметров при  $K^* > 0,5$  влияние этого параметра на сопротивление тонких притупленных тел практически отсутствует.

3. Перечисленные выше параметры, как правило, использовались для корреляции интегральных аэродинамических характеристик на режимах гиперзвуковой стабилизации. Однако если для сильно затупленных тел этот режим достигается при умеренных значениях числа  $M_\infty \approx 5$ , то при обтекании тонких тел ( $\theta \ll 1$ ) условие существования этого режима более жесткое, а именно  $K = M_\infty \theta \gg 1$ . При нарушении последнего условия параметр  $K$  не может быть исключен из общей системы критериев подобия. Особенно важен его учет при корреляции локальных характеристик.

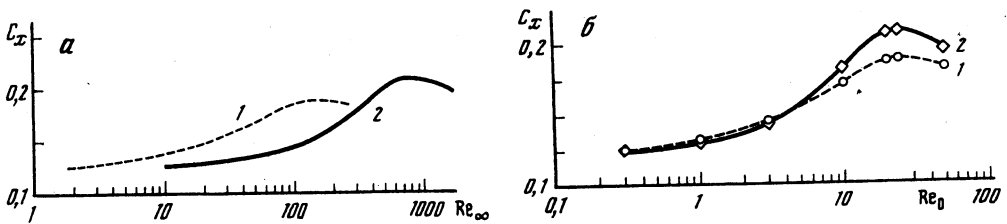
В [14] показано, что на режимах слабого и умеренного вязкого взаимодействия локальные характеристики, а именно величины относительного давления  $\Delta C_p / C_{p_i}$  ( $\Delta C_p = C_p - C_{p_i}$ ), трения  $C_f / \sin^3 \theta$  и теплопередачи  $C_h / \sin^3 \theta$  вдоль линий тока, соответствующих поверхностям тонких заостренных тел, представимы в виде функциональных зависимостей от обобщенных корреляционных параметров

$$\chi_j = \frac{1}{g_j} \left( \frac{C_{p_i}}{\sin^2 \theta} \right)^{\psi_j} \sin^2 \theta (Re_{0,x})^{1/2} \quad (j = p, f, h)$$

где  $C_{p_i}$  – коэффициент давления, соответствующий обтеканию идеальным газом,  $Re_{0,x}$



Фиг. 7. Корреляционная зависимость относительного коэффициента давления  $C_p/C_{pi}$  от обобщенного параметра  $\chi_p$  на поверхности клина (кривая – аппроксимация, точки – эксперимент; 1 –  $\theta = 3^\circ$ , 2 –  $6^\circ$ , 3 –  $9^\circ$ , 4 –  $12^\circ$ ,  $Re_0 = 1112$ )



Фиг. 8. Зависимости коэффициента сопротивления  $C_x$  от чисел  $Re_\infty$  (а) и  $Re_0$  (б):  $M = 10$ ,  $t_w = 1$ ,  $\gamma = 5/3$ ; 1 –  $n = 0,5$ , 2 –  $n = 1$

– число Рейнольдса, вычисленное по текущей длине линии тока,  $g_j$  – функция температурного фактора  $t_w$  и гиперзвукового параметра подобия  $K$ , функция  $\psi_j = \chi_j(K)$ . Аналитические выражения для этих зависимостей получены в [14].

Расчеты методом Монте-Карло указывают на хорошую корреляцию местных аэродинамических характеристик тонких тел по параметрам  $\chi_j$ . Это свидетельствует о том, что полученные из механики сплошной среды обобщенные параметры  $\chi_j$  позволяют скоррелировать местные аэродинамические характеристики тонких тел практически по всей поверхности, за исключением окрестностей передней и задней кромок. В первом случае при  $Re_0 \leq 30$  это связано с определяющим влиянием разреженности в этой области, а во втором – с распространением возмущений вверх по потоку через пристенную зону. При  $t_w \rightarrow 0$  эта зона локализована вблизи задней кромки [15].

На фиг. 6 приведена корреляционная зависимость  $C_h^* = C_h / \sin^2 \theta$  от параметра  $\chi_h$  и представлены расчетные данные, полученные методом Монте-Карло, для конуса с углом полураствора  $\theta = 20^\circ$ , обтекаемого гиперзвуковым потоком при  $M_\infty = 20$ ,  $t_w = 0,05-0,4$  и  $Re_0 = 300$  и  $1000$ . Здесь же приведены аппроксимационные зависимости, полученные в [16]. Эти данные указывают на то, что численные результаты,



полученные методом Монте-Карло, хорошо коррелируют с аппроксимационными зависимостями в диапазоне  $\chi_h = 0,2-3,5$  и эта зависимость универсальна для всех рассмотренных диапазонов параметров подобия. В то же время аппроксимация [16], полученная на основе механики сплошной среды, (особенно для  $t_w = 0,4$  – кривая 2) при  $\chi_h \leq 1,5$  приводит к завышению теплового потока. Последнее связано с влиянием разреженности и, по-видимому, если принять во внимание условия скольжения и скачка температуры, то диапазон согласованности последних с решением методом Монте-Карло расширится.

Аналогичный вывод справедлив и для плоских течений. На фиг. 7 приведена корреляционная зависимость коэффициента давления  $C_p / C_{pi}$  от параметра  $\chi_p$  для гиперзвукового обтекания клина.

На фиг. 8 показаны расчетные данные обтекания острой пластины при нулевом угле атаки. Значения коэффициента сопротивления пластины  $C_x$  получены методом Монте-Карло при  $M_\infty = 10$ ,  $t_w = 1$ ,  $\gamma = 5/3$  и различных значениях  $n$ . Сопоставление показывает, что моделирование по числу  $Re_0$  вместо  $Re_\infty$  улучшает согласование расчетных данных, за исключением области вблизи максимума  $C_x$ .

Для корреляции аэродинамических характеристик  $C_i$  в области их экстремальных значений целесообразно представлять их в виде суммы

$$C_i = [F(\Delta)(C_i^0 - C_i^\infty) + C_i^\infty] + C_{*i}$$

где  $F(\Delta)$  – определенная выше функция, а немонотонная составляющая  $C_{*i}$  получена в [17] на основании обработки расчетных и экспериментальных данных для различных тел.

**Заключение.** Приведенные выше примеры верификации применяемых в динамике разреженных газов экспериментальных и вычислительных методов доказывают их эффективность при исследовании гиперзвуковых течений в переходной области. Установлено хорошее количественное согласие результатов, полученных с помощью уравнений Навье – Стокса с учетом скольжения и методом Монте-Карло, с экспериментальными данными. Показано, что в некоторых случаях область применимости уравнений Навье – Стокса оказывается значительно шире, чем это следует из строгого асимптотического анализа. На режимах гиперзвуковой стабилизации во многих случаях влияние отдельных критериев подобия на аэродинамические и тепловые характеристики широкого класса тел становятся несущественными, если исходная система критериев подобия включает в себя число  $Re_0$ .

Авторы признательны Д.В. Иванову за помощь в проведении расчета течения в донной области сферы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-01-00577) и частично по гранту поддержки ведущих научных школ № 96-15-96063.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gusev V.N. The peculiarities of rarefied gas flow generation in wind tunnels // Rarefied Gas Dynamics: Proc. 19th Intern. Symp. Oxford, 1995. V. 2. P. 1460–1466.
2. Егоров И.В., Ерофеев А.И. Сопоставление моделирования гиперзвукового обтекания плоской пластины на основе метода Монте-Карло и уравнений Навье – Стокса // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 1. С. 133–145.
3. Larsen P.S., Borgnakke C. Statistical collision model for simulating polyatomic gas with restricted energy exchange // Proc. 9th Intern. Symp. Potz-Wahm. 1974. V. 1. P. A7/1–A7/9.
4. Егоров И.В., Зайцев О.Л. Об одном подходе к численному решению двумерных уравнений Навье – Стокса методом сквозного счета // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1991. Т. 31. № 2. С. 286–299.
5. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.

6. Гусев В.Н., Климова Т.В., Рябов В.В. Основные закономерности изменения аэродинамических характеристик в переходной области при гиперзвуковых скоростях потока // Учен. зап. ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 3. С. 47–53.
7. Гусев В.Н., Климова Т.В., Черникова Л.Г. Экспериментальный контроль измерения тепловых потоков с помощью двухслойных термоиндикаторных покрытий // Учен. зап. ЦАГИ. 1983. Т. 14. № 5. С. 21–30.
8. Gusev V.N., Erofeev A.I., Provotorov V.P., Yegorov I.V. Numerical modelling and experiment in rarefied gas dynamics // Rarefied Gas Dynamics: Proc. 20th Intern. Symp. Beijing, China, 1997. P. 441–446.
9. Гусев В.Н., Коган М.Н., Перепухов В.А. О подобии и изменении аэродинамических характеристик в переходной области при гиперзвуковых скоростях потока // Учен. зап. ЦАГИ. 1970. Т. 1. № 1. С. 24–33.
10. Гусев В.Н. О гиперзвуковом моделировании, обусловленном изменением чисел  $M$  и  $Re$  // Учен. зап. ЦАГИ. 1979. Т. 10. № 6. С. 19–29.
11. Горенбух П.И. Корреляционная зависимость для коэффициентов лобового сопротивления тел в гиперзвуковом потоке разреженного газа // Учен. зап. ЦАГИ. 1986. Т. 17. № 2. С. 99–105.
12. Горенбух П.И., Николаев В.С. Влияние вязкости на аэродинамическое качество тонкого затупленного крыла при гиперзвуковых скоростях обтекания // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 149–152.
13. Горенбух П.И., Провоторов В.П. Влияние вязкости на сопротивление тонких осесимметричных тел при гиперзвуковых скоростях обтекания // Учен. зап. ЦАГИ. 1990. Т. 21. № 2. С. 115–117.
14. Горенбух П.И., Провоторов В.П. К расчету влияния вязкости на аэродинамические характеристики тонких тел при гиперзвуковых скоростях обтекания // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 4. С. 142–150.
15. Нейланд В.Я. Асимптотические задачи теории вязких сверхзвуковых течений // Тр. ЦАГИ. 1974. Вып. 1529. 125 с.
16. Allegre J., Herpe G., Faulmann D. Measurements of pressure distribution, drag and lift on flat plates and wedges at mach 8 in rarefied gas flow // Rarefied Gas Dynamics: Proc. 6th Intern. Symp., Massachusetts, 1968. N.Y.; L.: Acad. Press, 1969. V. 1. P. 465–482.
17. Perminov V.D., Gorelov S.L., Freedlender O.G., Khmel'nitsky A.A. Approximate aerodynamic analysis for complicated bodies in rarefied gas flow // Rarefied Gas Dynamics; Proc. 17th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Weinheim, 1991. P. 554–561

Москва

Поступила в редакцию  
18.XI.1997