

УДК 532.546

© 1999 г. Л.Я. ЛЮБИН, Ю.Л. ЛЮБИНА, А.Л. СУРИС

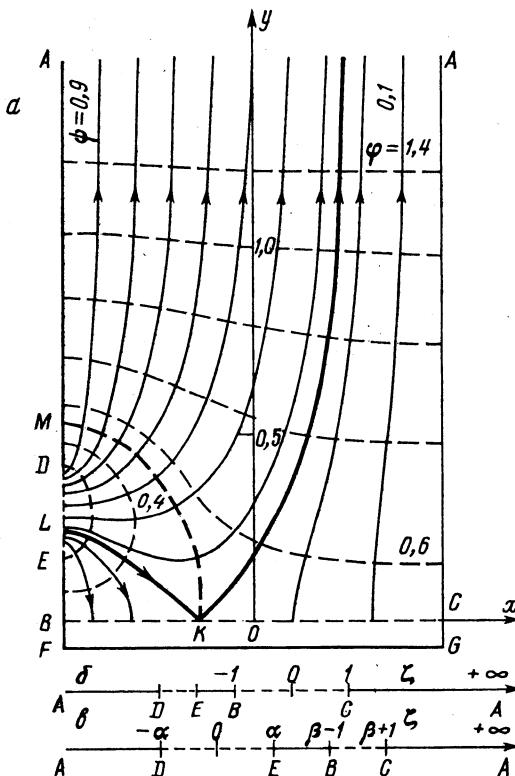
## ВЛИЯНИЕ ДРЕНАЖНОЙ ЩЕЛИ НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКУЮ СТАБИЛИЗАЦИЮ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ БОКОВОМ ВВОДЕ БАРОТРОПНОЙ ЖИДКОСТИ

Исследуется влияние схемы ввода жидкости в слой на протяженность и гидравлическое сопротивление начального участка фильтрационных течений и на расход, перехватываемый дренажной щелью, отделяющей слой от торцевой стенки. Строится асимптотика больших и малых значений коэффициента гидравлической проводимости этой щели.

Влияние сильнопроницаемых включений простейшей конфигурации на грунтовый поток рассмотрено в [1]. В [2] исследуется фильтрация в пластах с трещинами и завесами, расположенными на одной прямой. Оптимальное профилирование сильнопроницаемых включений, обеспечивающее минимальное вымывание из них вредных элементов грунтовыми водами при заданной площади поперечного сечения, рассмотрено в [3]. В [4–6] анализируется влияние протяженности и ориентации трещин гидроразрыва нефтяного пласта на производительность скважин. В [7] решена задача о притоке нефти к эллиптической трещине гидроразрыва.

Ниже анализируются фильтрационные течения на начальном участке капиллярно-пористого слоя, в основании которого имеется дренажная щель, при боковом вводе жидкости. Вычисляются эффективная протяженность начального участка и фиктивные длины участков слоя, на которых при однородном распределении скоростей по поперечному сечению и заданном расходе жидкости реализуется такое же падение давления, как на начальных участках при соответствующих условиях ввода. Анализируется влияние схемы ввода жидкости на долю расхода, перехватываемую дренажной щелью, и форму зоны, через которую проходит перехватываемый поток. Такой анализ необходим для организации процессов с выделением токсичных и ценных компонентов, которые уносятся перехватываемым потоком в дренажную щель, где они могут быть локализованы. Знание величины перехватываемого расхода и степени его очистки в части аппарата, соответствующей дренажной щели, позволит оценить суммарное загрязнение потока в слое за пределами начального участка, если превалирует молярный механизм переноса. Малая эффективная протяженность начального участка, обусловленная дренажной щелью, существенно упрощает расчет течений в слое, вдоль которого за пределами этого участка наблюдается заметное изменение его структуры.

1. Рассматриваются фильтрационные течения в слое  $ABC A$  шириной  $BC = a$  и толщиной  $b$ , ограниченном непроницаемыми стенками вдоль  $DA$ ,  $CA$  и  $BE = H_1$ , в основании которого имеется дренажная щель  $BFGC$ , при вводе жидкости через окно  $DE$  ( $BD = H_2$ ; фиг. 1, a), вдоль которого поддерживается постоянное давление ( $p = p_0$ ). Стенка  $FG$  непроницаема, а  $BF$  и  $GC$  могут быть как непроницаемыми стенками, так и окнами для наддува или отсоса жидкости из щели. Расход вводимой извне через щель жидкости —  $G_1$ . Области  $ABC A$  и  $BFGCB$  характеризуются коэффициентами проницаемости  $k_{10}$  и  $k_{20}$ . Большие отношения  $k_{20}/k_{10}$  не гарантируют эффективного дренажа,



Фиг. 1. Схема (а) бокового ввода жидкости в слой, имеющий контакт с дренажной щелью  $BFGCB$ . Линии тока ( $\psi = \text{const}$ ;  $\Delta\psi = 0,1$ ; сплошные линии) и изопотенциали ( $\varphi = \text{const}$ ; штриховые линии  $\Delta\varphi = 0,2$ ) при  $\theta \rightarrow \infty$ ,  $h_1 = 0,2$  и  $h_2 = 0,4$ ;  $LKA$  – сепаратриса линий тока,  $MK$  – сепаратриса изопотенциалей. Вспомогательная плоскость  $\zeta = \xi + i\eta$  для больших (б) и малых (в) значений параметра гидравлической проводимости  $\theta$

если высота  $H_0 = BF$  мала. Определяющий критерий – безразмерный параметр гидравлической проводимости  $\theta = k_{20}H_0(k_{10}\alpha)^{-1}$  [6] (на  $BC$   $k_{20}/k_{10} = \text{const}$ ).

Анализ стационарной фильтрации несжимаемой и баротропной жидкости (после введения функции Лейбензона [8]) сводится к решению краевых задач для уравнения Лапласа для потенциала массовой скорости  $\Phi$ . Компоненты массовой скорости двумерных течений

$$\rho u = \frac{\partial \Phi}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad \rho v = \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}, \quad \Phi = -\int \frac{p}{\rho} k_i \rho dp, \quad k_i = \frac{k_{i0}}{\mu} \quad (1.1)$$

Здесь  $u + iv$  – скорость,  $\Psi$  – функция тока,  $p$  – давление,  $\rho$  – плотность жидкости,  $\mu$  – коэффициент вязкости. При любой схеме ввода жидкости за пределами начального участка, который характеризуется существенно неоднородным двумерным течением, потенциал массовой скорости пропорционален фиктивной координате  $Y_+ = Y + \delta Y$  соответствующего поперечного сечения;  $Y$  – расстояние этого сечения от основания слоя  $BC$ , а  $\delta Y$  – зависящий от схемы ввода линейный параметр, который определяет потерю напора на начальном участке.

В щели реализуется квазиодномерная фильтрация. Массовый расход через сечение щели ( $X = \text{const}$ )  $G_0(X) = bH_0\rho u_0 = bH_0d\Phi_2/dX$ . Индексом 2 отмечены значения введенных параметров в щели, индекс 1 в дальнейшем опускается. Но в силу неразрывности потока на  $BC$   $dG/dX = b\rho v = -b\partial\Phi/\partial Y = b\partial\Psi/\partial X$ . Из равенства давлений по обе стороны

границы  $BC$  ( $p_2 = p$ ) следует, что вдоль  $BC$  должно выполняться условие:  $\theta \partial \phi / \partial x = \psi$ . Безразмерные переменные:  $z = x + iy = Z/a$ ,  $\phi = -b\Phi/G$ ,  $\psi = b\Psi/G$ , где  $G$  – массовый расход за пределами начального участка ( $y \rightarrow \infty$ );  $w = \phi + i\Psi$ . Если дренажная щель является пустым пространством, приведенные соотношения сохраняют силу после подстановки  $k_{20} = H_0^2/12$ ,  $\theta = H_0^3(12k_1a)^{-1}$ . Предполагается, что  $R = \rho v H_0/\mu \ll 1$ . Таким образом

$$\phi = 0, \quad z \in DE; \quad \psi = J, \quad z \in BE; \quad \psi = 0, \quad z \in CA$$

(1.2)

$$\theta \frac{\partial \phi}{\partial x} = \psi, \quad z \in BC; \quad \frac{dw}{dz} \rightarrow -i, \quad y \rightarrow \infty$$

Параметр  $J = G_1/G$  характеризует долю расхода жидкости, вводимую в слой через дренажную щель дополнительно к расходу  $G_0$ , подаваемому через окно  $DE$  ( $G = G_0 + G_1$ ). При  $J \neq 0$  в окрестности точки  $B$  появляется сингулярное возмущение, нарушающее справедливость граничного условия на  $BC$ , так что режимы ненулевого наддува (отсоса) извне дренажной полоски  $BFGC$  рассматривались только для предельного случая:  $\theta \rightarrow \infty$ , когда  $\phi(z) = \phi_- = \text{const}$ ,  $z \in BC$ .

Функция  $\zeta = \xi + i\eta = \sin(\pi z)$ , ( $z = Z/a = x + iy$ ), конформно отображает  $ABCA$  на верхнюю полуплоскость (фиг. 1, б). Гармонические функции  $\phi, \psi$  должны удовлетворять следующим условиям при  $\eta = 0$ :

$$\phi = 0, \quad -\operatorname{ch}(\pi h_2) < x < -\operatorname{ch}(\pi h_1)$$

$$\psi = 1, \quad \xi < -\operatorname{ch}(\pi h_2); \quad \psi = J, \quad -\operatorname{ch}(\pi h_1) < \xi < -1; \quad \psi = 0, \quad \xi > 1$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = \frac{\varepsilon \psi}{\pi \sqrt{1 - \xi^2}}, \quad -1 < \xi < 1 \quad \left( \varepsilon = \frac{1}{\theta}, \quad h_i = \frac{H_i}{a} \right)$$

**2.** В общем случае малых чисел  $\varepsilon = 1/\theta$  используется разложение

$$w = w_0 + \varepsilon w_1 + \varepsilon^2 w_2 + \dots, \quad w_k = \phi_k + i\psi_k$$

Границные условия для членов разложения имеют вид

$$\phi_0 = 0, \quad -\operatorname{ch}(\pi h_2) < \xi < -\operatorname{ch}(\pi h_1); \quad \phi_0 = \phi_-, \quad -1 < \xi < 1$$

$$\psi_0 = 1, \quad \xi < -\operatorname{ch}(\pi h_2); \quad \psi_0 = J, \quad -\operatorname{ch}(\pi h_1) < \xi < -1; \quad \psi_0 = 0, \quad \xi > 1$$

$$\psi_k = 0, \quad \xi < -\operatorname{ch}(\pi h_2), \quad -\operatorname{ch}(\pi h_1) < \xi < -1, \quad \xi > 1$$

$$\phi_k = 0, \quad -\operatorname{ch}(\pi h_2) < \xi < -\operatorname{ch}(\pi h_1), \quad \frac{\partial \phi_k}{\partial \xi} = \frac{\Psi_{k-1}}{\pi \sqrt{1 - \xi^2}}, \quad -1 < \xi < 1$$

Каждый член разложения может быть представлен в виде

$$w_k(\zeta) = \int_{-\operatorname{ch}(\pi h_1)}^{\zeta} f_k(\zeta_1) d\zeta_1, \quad f_k(\zeta) = O(\zeta^{-1}), \quad \zeta \rightarrow \infty$$

где  $f_k(\zeta)$  – аналитические при  $\eta > 0$  функции. При  $\eta = 0$

$$\operatorname{Re} f_0 = 0, \quad -\operatorname{ch}(\pi h_2) < \xi < -\operatorname{ch}(\pi h_1), \quad |\xi| < 1$$

$$\operatorname{Im} f_0 = 0, \quad \xi < -\operatorname{ch}(\pi h_2), \quad -\operatorname{ch}(\pi h_1) < \xi < -1, \quad \xi > 1$$

Согласно теореме Келдыша – Седова [9]

$$f_0(\zeta) = (C_{00} + C_{01}\zeta)R(\zeta), \quad C_{00} = I(\pi J_0)^{-1}, \quad C_{01} = -\pi^{-1} - JI^{-1}, \quad I_0 = -i \int_{-1}^1 R(\xi) d\xi$$

$$R(\zeta) = \left\{ (\zeta^2 - 1)[\zeta + \operatorname{ch}(\pi h_1)][\zeta + \operatorname{ch}(\pi h_2)] \right\}^{-\frac{1}{2}}, \quad I = -i \int_{-1}^1 R(\xi) \xi d\xi$$

На отрезке  $BC$ , являющемуся эквипотенциально  $\Phi = \Phi_-$ , составляющая скорости  $U_0 = 0$ . Если параметр  $J$  удовлетворяет условиям  $I_0 - I < \pi J < -I_0 - I$  ( $I_0 - I < 0$ ,  $-I_0 - I > 0$ ), то на  $BC$  имеется точка  $K$ , в которой и  $V_0 = 0$ , так что в ней функция тока  $\Psi_0$  имеет локальный максимум, и соответственно через отрезок  $BK$  жидкость выходит из слоя в дренажную щель  $X = \text{const}$ , а через отрезок  $KC$  она вводится в слой. Показанные на фиг. 1, *a* линии тока построены для  $h_1 = 0,2$ ,  $h_2 = 0,4$ ,  $J = 0$ . Проходящая через точку  $K$  особая линия тока  $LKA$  является сепаратрисой, разделяющей полуполосу  $ABC A$  на три зоны течения: зону 1, через которую проходят линии тока, уходящие в дренажную щель; зону 2, через которую проходят линии тока, начинающиеся в окне ввода  $DE$  и уходящие в зону однородного течения ( $y \rightarrow \infty$ ), и зону 3, покрытую линиями тока, идущими из дренажной щели в зону однородного течения. Значение функции тока  $\Psi_-$  на сепаратрисе равно доле полного расхода жидкости в зоне однородного течения, захватываемой щелью  $BFGCB$ . Особая точка  $K$  на отрезке  $BC$  является угловой точкой сепаратрисы  $LKA$ ; касательные к дугам  $LK$  и  $KA$  в точке  $K$  составляют с отрезком  $BC$  угол  $\gamma = \pi/4$ . При  $J = 0$   $x_- = 1/\pi \arcsin(I/I_0)$ . Отсос из щели смещает точку  $K$  вправо.

Пунктирными линиями на фиг. 1, *a* показаны изобары (изопотенциали  $\varphi = \text{const}$ ). Сепаратриса  $KM$  разделяет эквипотенциали, пересекающие и не пересекающие границу  $CA$ . Вдоль нее  $p$  равно давлению в щели. В точке  $K$  она перпендикулярна  $BC$ . На  $BC$  и  $KM$   $\varphi = \varphi_-$ .

Уже при не очень больших расстояниях от основания полуполосы  $BC$  (фиг. 1) изопотенциали и линии тока практически вырождаются в прямые линии, параллельные  $BC$  и  $BA$ , что свидетельствует об относительно малой протяженности начального участка при  $\theta \rightarrow \infty$ .

3. На оси  $\xi$  функции  $f_k$  должны удовлетворять условиям

$$\operatorname{Re} f_k = 0, \quad -\operatorname{ch}(\pi h_2) < \xi < -\operatorname{ch}(\pi h_1); \quad \operatorname{Im} f_k = 0, \quad \xi < -\operatorname{ch}(\pi h_2), \\ -\operatorname{ch}(\pi h_1) < \xi < -1, \quad \xi > 1$$

$$\operatorname{Re} f_k = \Lambda_k(\xi), \quad -1 < \xi < 1; \quad \Lambda_k(\xi) = \frac{\Psi_{k-1}(\xi)}{\pi \sqrt{1-\xi^2}} \quad (3.1)$$

Согласно формуле Келдыша – Седова [9]

$$f_k(\zeta) = \frac{1}{\pi i g(\zeta)} \int_{-1}^1 \frac{\Lambda_{k-1}(\xi) g(\xi) d\xi}{\xi - \zeta} + f_{k1}(\zeta), \quad g(\zeta) = \sqrt{\frac{(\zeta - 1)[\zeta + \operatorname{ch}(\pi h_1)]}{(\zeta + 1)[\zeta + \operatorname{ch}(\pi h_2)]}} \quad (3.2)$$

$$f_{k1}(\zeta) = \frac{C_{k0} + C_{k1}\zeta}{\sqrt{(\zeta^2 - 1)[\zeta + \operatorname{ch}(\pi h_1)][\zeta + \operatorname{ch}(\pi h_2)]}}$$

В силу формулы Сохоцкого [9] предельное значение функции  $f_k(\zeta)$  при  $\zeta \rightarrow \zeta_0 + i0$  ( $\zeta_0 \in BC$ ) определяется выражением [ $f_{k+}(\zeta_0) = -if_{k1}(\zeta_0)$ ]

$$f_k^+(\zeta_0) = \Lambda_k(\zeta_0) + i\Omega_k(\zeta_0), \quad \Omega_k(\zeta_0) = \Omega_{k0}(\zeta_0) + f_{k+}(\zeta_0) \quad (3.3)$$

$$\Omega_{k0}(\zeta_0) = -\frac{1}{\pi} \left[ \int_{-1}^1 \frac{\Lambda_k(\xi) g(\xi) / g(\zeta_0) - \Lambda_k(\zeta_0)}{\xi - \zeta_0} d\xi + \Lambda_k(\zeta_0) \ln \frac{1 - \zeta_0}{1 + \zeta_0} \right]$$

$\theta$	$\Psi_-$	$x_-$	$x = -0,5$	$-0,3$	$-0,1$	$0,1$	$0,3$	$0,5$
0	0	-0,251	0	0,896	0,797	0,520	0,252	0
			0	0	0	0	0	0
			0	0,818	0,757	0,503	0,245	0
0,02	0,017	-0,239	-0,130	-0,023	0,022	0,026	0,025	0,024
			0	0,755	0,720	0,485	0,238	0
0,04	0,032	-0,232	-0,249	-0,044	0,039	0,050	0,048	0,047
			0	0,701	0,689	0,469	0,231	0
0,06	0,045	-0,230	-0,390	-0,053	0,052	0,070	0,070	0,069
			0	0,130	0,151	0,117	0,062	0
1,00	0,153	-0,152	-0,857	-0,347	0,076	0,240	0,299	0,313
			0	0,098	0,114	0,089	0,047	0
1,50	0,174	-0,148	-0,960	-0,397	0,080	0,271	0,342	0,360
			0	0,079	0,094	0,073	0,039	0
2,00	0,189	-0,145	-1,038	-0,436	0,081	0,295	0,376	0,398
			0	0,067	0,079	0,062	0,033	0
2,50	0,200	-0,143	-1,090	-0,462	0,083	0,310	0,399	0,422
			0	0,058	0,069	0,054	0,029	0
3,00	0,208	-0,142	-1,128	-0,481	0,083	0,322	0,416	0,441
			0	0,045	0,054	0,043	0,023	0
4,00	0,218	-0,140	-1,180	-0,507	0,084	0,337	0,439	0,466
			0	0,037	0,045	0,035	0,019	0
5,00	0,225	-0,139	-1,213	-0,524	0,085	0,347	0,453	0,482
			0	0,020	0,024	0,019	0,010	0
10,00	0,240	-0,138	-1,287	-0,561	0,086	0,370	0,486	0,518
			0	0,010	0,012	0,010	0,005	0
20,00	0,249	-0,137	-1,327	-0,582	0,087	0,382	0,504	0,538
			0	0,005	0,006	0,005	0,003	0
40,00	0,253	-0,136	-1,349	-0,592	0,087	0,388	0,514	0,548
			0	0	0	0	0	0
$\infty$	0,257	-0,135	-1,371	-0,604	0,087	0,395	0,523	0,559

где  $\Lambda_k$  и  $\Omega_k$  пропорциональны компонентам скорости

$$\{U_k = \pi\Lambda_k[\sin(\pi x)]\cos(\pi x)\}, \quad \{V_k(x_0) = -\pi\Omega_k[\sin(\pi x)]\cos(\pi x)\}$$

$$\psi_k(\xi) = \int_{-1}^{\xi} \Omega_k(\xi_0) d\xi_0, \quad C_{k1} = -C_{k0} I_0 / I - J_k / I, \quad J_k = -\int_{-1}^1 \Omega_{k0}(\xi) d\xi$$

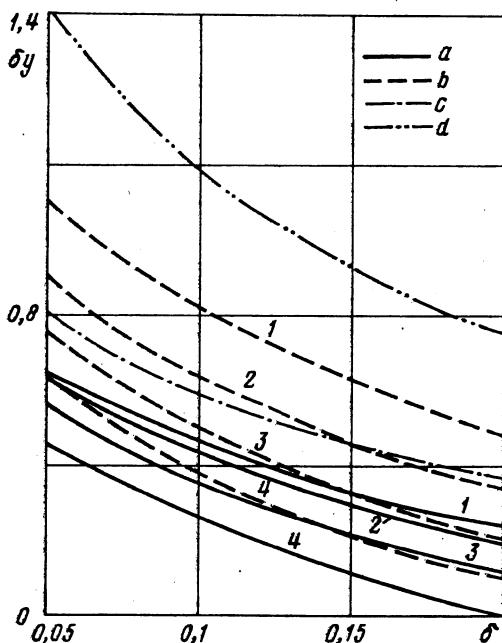
$$C_{k0} = -\frac{J_k}{I_0} - \frac{1}{\pi^2} \frac{I}{I_0} \int_{-1}^1 \frac{\psi_{k-1}(\xi)}{1+\xi} \sqrt{\frac{\operatorname{ch}(\pi h_1) + \xi}{\operatorname{ch}(\pi h_2) + \xi}} d\xi$$

В таблице показана зависимость доли перехватываемого расхода  $\Psi_-$ , координаты  $x_-$  точки  $K$  и распределений вдоль  $BC$  составляющих  $U(x, 0), V(x, 0)$  (верхнее и нижнее числа соответственно) от параметра  $\theta$  при  $h_1 = 0,2$  и  $h_2 = 0,4$ . Данной асимптотике соответствуют  $\theta \geq 1$  (использовалось 10 членов разложения (2.1)). При конечных значениях параметра  $\theta$  линии тока подходят к отрезку  $BK$  и отходят от отрезка  $KC$  под углом  $\alpha \neq \pi/2$ . Сепаратриса  $LKA$  имеет в точке  $K$  конечный радиус кривизны.

4. При малых значениях параметра  $\theta$  решение ищется в виде

$$w = w_0 + \theta w_1 + \theta^2 w_2 + \dots, \quad w_k = \varphi_k + i\psi_k \quad (4.1)$$

Первому члену разложения соответствуют однородные граничные условия на  $EBCA$  ( $\psi_0 = 0$ ). Поэтому здесь для конформного отображения использовалась функция  $\zeta = \sin(\pi z) + \beta$ ,  $\beta = \operatorname{ch}(\pi h_0) \operatorname{ch}(\pi \delta/2)$   $h_0 = (h_1 + h_2)/2$ ,  $\delta = h_1 - h_2$  (фиг. 1,  $\sigma$ ). На вещественной оси ( $\eta = 0$ )



Фиг. 2. Влияние ширины окна  $\delta$  и схемы ввода жидкости на безразмерный параметр  $\delta_y$ , характеризующий гидравлические потери на начальном участке слоя. Линии  $a, b$  соответствуют расположению окна на  $AB$  при  $\theta = \infty$  и  $\theta = 0$ , а линии  $c, d$  – на  $BC$  при  $x_0 = 0$  и  $x_0 = (\delta - 1)/2$ . Кривые  $1-4$  соответствуют значениям  $h_1 = 0,1, 0,2, 0,3$  и  $0,4$

$$\varphi = 0, -\alpha < \xi < \alpha; \psi = 1, \xi < -\alpha; \psi = 0, \alpha < \xi < \beta - 1, \xi > \beta + 1$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi} = \frac{\theta}{\pi \cos(\pi x)} \frac{\partial U(x, 0)}{\partial x}, \quad \beta - 1 < \xi < \beta + 1$$

Компоненты разложения (4.1) ищутся в виде

$$w_k(\zeta) = \int_{\alpha}^{\zeta} f_k(\zeta_1) d\zeta_1, \quad \alpha = \operatorname{sh}(\pi h_0) \operatorname{sh}\left(\frac{\pi \delta}{2}\right), \quad (f_k(\zeta) = O(\zeta^{-1}), \zeta \rightarrow \infty)$$

При  $\eta = 0$  аналитические функции  $f_k(\zeta)$  удовлетворяют условиям

$$\operatorname{Re} f_k = 0, -\alpha < \xi < \alpha; \operatorname{Im} f_k = \Omega_k(\xi), \xi < -\alpha, \xi > \alpha$$

$$\Omega_k(\xi) = 0, \xi < -\alpha, \alpha < \xi < \beta - 1, \xi > \beta + 1$$

$$\Omega_k(\xi) = \frac{\partial U_{k-1}(x, 0) / \partial x}{\pi \cos(\pi x)}, \quad \beta - 1 < \xi < \beta + 1 \quad (4.2)$$

Но  $\operatorname{Im} f_0 = 0, |\xi| > \alpha$ . Следовательно,  $f_0(\zeta) = C / \sqrt{\zeta^2 - \alpha^2}$  и  $w_0 = (1/\pi) \operatorname{Arch}(\zeta/\alpha)$ .

Расчеты показали, что непроницаемость основания  $BC$  заметно увеличивает протяженность начального участка. Линейный параметр  $\Delta Y = -(a/\pi) \ln \alpha$ . В силу (4.2)

$$f_k(\zeta) = \frac{1}{\pi g_2(\zeta)} \int_{\beta-1}^{\beta+1} \frac{\Omega_k(\xi) g_2(\xi) d\xi}{(\xi - \zeta)} + f_{k2}(\zeta), \quad g_2(\zeta) = \sqrt{\frac{\zeta - \alpha}{\zeta + \alpha}}$$

$$f_{k2}(\zeta) = \frac{C_k}{\sqrt{\zeta^2 - \alpha^2}}, \quad C_k = \frac{1}{\pi} \int_{\beta-1}^{\beta+1} \Omega_k(\xi) \sqrt{\frac{\xi - \alpha}{\xi + \alpha}} d\xi$$

Предельное значение функции  $f_k(\zeta)$  при  $\zeta \rightarrow \xi + i0$

$$f_k^+(\xi_0) = \Lambda_k(\xi_0) + i\Omega_k(\xi_0), \quad \Lambda_k(\xi_0) = \Lambda_{k0}(\xi_0) + f_{k2}(\xi_0)$$

$$\Lambda_{k0}(\xi_0) = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{\beta-1}^{\beta+1} \frac{\Omega_k(\xi)g(\xi)/g(\xi_0) - \Omega_k(\xi_0)}{\xi - \xi_0} d\xi + \Omega_k(\xi_0) \ln \frac{\beta+1-\xi_0}{\xi_0 - \beta+1} \right]$$

Этой асимптотике соответствует интервал  $(0 \leq \theta \leq 0,06)$  таблицы.

Для сравнения с описанными выше режимами бокового ввода рассмотрен ввод жидкости через окно  $X_1 < X < X_2$  (где  $p = p_0$ ) в непроницаемом основании  $BC$  полосы. Безразмерные координата центра окна ввода и его ширина:  $x_0 = (x_1 + x_2)/2$ ,  $\delta = x_2 - x_1$  ( $x_1 = X/a$ ). Комплексный потенциал  $w = (1/\pi) \ln \{\zeta/\gamma + [(\zeta/\gamma)^2 - 1]^{0.5}\}$ ;  $\gamma = \cos(\pi x_0) \sin(\pi \delta/2)$ . Параметр  $\delta Y = (a/\pi) \ln(1/\gamma)$ . На фиг. 2 показано влияние безразмерной ширины окна  $\delta$  и схемы ввода на безразмерный параметр  $\delta u = \delta Y/a$ , характеризующий гидравлическое сопротивление начального участка фильтрационных течений в слое. Независимо от ширины  $\delta$ , расположенного на непроницаемом основании  $BC$  окна, его смещение из центрального положения ( $x_0 = 0$ ) в крайнее ( $x_0 = \delta/2 - 1/2$ ) удваивает величину  $\delta u$ .

**Заключение.** Дано интегральное представление комплексных потенциалов для фильтрации жидкости при ее боковом вводе в слой с дренажной щелью в основании. Если параметр гидравлической проводимости  $\theta = 1$ , эффективность дренажа, оцениваемая величиной перехватываемого расхода, может быть на 40,5% ниже, чем при  $\theta = \infty$ . При той же геометрии и  $\theta > 10, 20, 40$  эффективность ниже идеальной меньше чем на 6,7, 3,5 и 1,8%, а при  $\theta < 0,02$  с точностью до 6,6% можно считать, что дренаж отсутствует. Дренаж существенно снижает гидравлические потери на начальном участке и заметно сокращает его протяженность. При координатах окна  $y = h_1 = 0,1$ , и  $y = h_2 = 0,2$  в сечениях  $y = 0,6$  и  $1$  при отсутствии дренажа неравномерности продольной составляющей скорости достигают 27,7 и 8,9%, а идеальная дренажная щель снижает их приблизительно втрое. Даже ввод жидкости через окно такой же ширины в центре основания  $BC$  не дает более равномерного распределения скоростей на начальном участке. При  $\theta = \infty$  отсос из дренажной щели, характеризуемый условием  $J < \pi^{-1}(I_0 - I)$ , где  $I$  и  $I_0$  – геометрические характеристики системы, обеспечивает удаление из слоя всех попадающих в щель загрязнений. Соответствующее значение потенциала  $\varphi_-$  позволяет оценить относительное разрежение, которое нужно поддерживать в дренажной щели для реализации таких режимов. Малая протяженность начального участка позволяет легко оценить гидравлическое сопротивление в слое, который за пределами этого участка имеет структуру, обусловливающую нелинейный режим фильтрации. Более точную оценку можно получить методом сращивания внешних и внутренних асимптотических разложений.

Работа выполнена в Московской государственной академии химического машиностроения.

Авторы выражают благодарность А.А. Бармину за обсуждение работы и полезные советы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Il'yinsky N.B., Kacimov A.R. Problems of seepage to empty ditch and drain // Water Resour. Res. 1992. V. 28. № 3. P. 871–877.
2. Холодовский С.Е. О фильтрации жидкости в кусочно-однородных средах с трещинами и завесами, расположенными на одной прямой // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 6. С. 85–91.
3. Касийлов А.Р. Профилирование сильнопроницаемого включения и экстремальное свойство пузыря Тейлора – Сафмена // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 5. С. 193–196.
4. Гуревич А.В., Крылов А.Л., Топор Д.Н. Решение плоских задач гидродинамики пористых сред вблизи разрывных нарушений методом комплексного потенциала // Докл. АН СССР. 1988. Т. 298. № 4. С. 846–850.

5. Зазовский А.Ф., Тодуа Г.Т. О стационарном притоке жидкости к скважине с вертикальной трещиной гидроразрыва большой протяженности // Изв. АН ССР. МЖГ. 1990. № 4. С. 107–116.
6. Ентов В.М., Мурзенко В.В. Стационарная фильтрация однородной жидкости в элементе разработки нефтяного пласта с трещиной гидроразрыва // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 1. С. 104–112.
7. Каневская Р.Д., Кац Р.М. Аналитические решения задач о притоке жидкости к скважине с вертикальной трещиной гидроразрыва и их использование в численных моделях фильтрации // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 6. С. 69–80.
8. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.
9. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958. 678 с.

Москва

Поступила в редакцию  
3.X.1997