

УДК 532.527:551.465

© 1999 г. С.Ф. ДОЦЕНКО

ГЕНЕРАЦИЯ ГЕОСТРОФИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ НЕОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ ПОВЕРХНОСТНЫМ ДАВЛЕНИЕМ

В общей линейной постановке определены условия генерации геострофического течения областью давления, прикладываемой к свободной поверхности невозмущенного слоя непрерывно стратифицированной жидкости постоянной глубины. Предполагается, что пространственное распределение внешнего давления стремится к стационарному при больших временах. Количественный анализ геострофического вихря выполнен в осесимметричном случае для жидкости с экспоненциальной плотностной стратификацией на основе численного расчета интегральных представлений гидродинамических полей.

Геострофические движения тяжелой вращающейся жидкости характеризуются точным балансом градиента давления и силы Кориолиса [1]. Крупномасштабные динамические процессы в океане и атмосфере близки к геострофическим [2]. Механизмы их формирования разнообразны. В частности, в атмосфере они возникают при адаптации полей скорости ветра и атмосферного давления [3], в океане – под действием касательных напряжений ветра [2].

Интерес к математическому моделированию процессов генерации геострофических течений в слое неоднородной жидкости под действием поверхностных давлений стимулируется задачами геофизической гидродинамики: изучением волно-вихревой реакции океана на изменения барического поля [4, 5]; исследованием относительного вклада флуктуаций атмосферного давления в потоки энергии из атмосферы в океан [4, 6, 7]; анализом причин отклонений формы поверхности океана в горизонтально-неоднородном поле атмосферного давления от закона обратного барометра [6, 7]; изучением влияния плотностной стратификации среды на динамику поверхности океана в различных частотных диапазонах изменения поля атмосферного давления [8].

Ниже в общей линейной постановке анализируется геострофическое движение непрерывно стратифицированной по плотности жидкости постоянной глубины при образовании над свободной поверхностью ограниченной области стационарного давления. Волно-вихревая реакция однородной вращающейся жидкости на такие внешние возмущения изучалась в [9–11] с использованием различных математических моделей.

Задача представляет интерес для анализа вынужденных движений вращающихся жидкостей и может рассматриваться в качестве простейшей модели, описывающей отклик неоднородного океана на изменения барического поля в атмосфере, где в течение года в циклогенезе над поверхностью Мирового океана участвует около 10^4 циклонов и антициклонов с временем жизни до 15 сут [6].

1. Постановка задачи. Рассмотрим безграничный в горизонтальных направлениях слой $-\infty < x, y < +\infty, -H < z < 0$ идеальной несжимаемой тяжелой жидкости, вращающийся с угловой скоростью ω относительно направленной вертикально вверх оси z ; $H, \omega = \text{const} > 0$. В невозмущенном состоянии плотность жидкости изменяется непрерывно по закону $\rho_0 = \rho_0(z)$, причем $\rho'_0(z) < 0$ при $z \in [-H, 0]$.

В момент времени $t = 0$ к свободной поверхности невозмущенной жидкости прикладывается давление $p_0(x, y, t)$, такое, что

$$p_0 = 0, \quad t \leq 0$$

$$p_0 = O(R^{-s}), \quad R = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty, \quad s > 1 \quad (1.1)$$

$$p_0(x, y, \infty) = P_0(x, y)$$

В общей линейной постановке выполним анализ условий образования стационарного геострофического движения жидкости при $t \rightarrow \infty$ под действием давления (1.1) и рассмотрим его свойства.

Неустановившееся вынужденное движение жидкости в моменты времени $t > 0$ описывается начально-краевой задачей [12]

$$\frac{\partial u}{\partial t} - lv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + lu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \right) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{\rho_0 N^2}{g} w = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.3)$$

$$z = 0: \quad p - \rho_1 g \zeta = p_0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = w; \quad z = -H: \quad w = 0 \quad (1.4)$$

$$t = 0: \quad u = v = w = \rho = \zeta = 0 \quad (1.5)$$

Здесь $u, v, w(x, y, z, t)$ – горизонтальные и вертикальная координаты вектора скорости; $p, \rho(x, y, z, t)$ – динамические возмущения гидростатических распределений давления и плотности жидкости; $z = \zeta(x, y, t)$ – вертикальное смещение свободной поверхности от невозмущенного положения $z = 0$; $l = 2\omega$; $N(z) = \sqrt{-g\rho'_0/\rho_0}$ – частота Брента – Вайсяля; $\rho_1 = \rho_0(0)$; g – ускорение свободного падения.

Существование и единственность решений гидродинамических задач этого типа доказаны в [13].

Прямой путь определения финального геострофического движения жидкости включает нахождение решения задачи (1.2)–(1.5) и последующее выполнение в нем предельного перехода при $t \rightarrow \infty$ аналогично тому, как это сделано в случае однородной жидкости [10, 11]. Методы операционного исчисления позволяют получить искомый результат, минуя анализ волнового этапа процесса адаптации гидродинамических полей к внешнему возмущению.

2. Задача, описывающая финальное стационарное движение жидкости. Обозначим через $\Psi^+(x, y, z, \alpha)$ преобразование Лапласа по t функции $\Psi(x, y, z, t)$; α – параметр преобразования. Пусть $P(x, y, z) = p(x, y, z, \infty)$ – распределение давления в жидкости при финальном движении среды.

Применим к уравнениям и граничным условиям (1.2)–(1.4) преобразование Лапласа по времени с учетом (1.5). Для нахождения $p^+(x, y, z, \alpha)$ получим краевую задачу

$$\frac{1}{\rho_0} \Delta_2 p^+ + (\alpha^2 + l^2) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\rho_0(\alpha^2 + N^2)} \frac{\partial p^+}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.1)$$

$$z = 0: \quad \frac{\partial p^+}{\partial z} + \frac{\alpha^2 + N_0^2}{g} p^+ = \frac{\alpha^2 + N_0^2}{g} p_0^+; \quad z = -H: \quad \frac{\partial p^+}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

Здесь Δ_2 – двумерный лапласиан по переменным x и y ; $N_0 = N(0)$.

Задача для генерируемого при $t \rightarrow \infty$ стационарного поля давления $P(x, y, z)$ находится путем умножения формул (2.1), (2.2) на α и последующего перехода к пределу

при $\alpha \rightarrow 0$ с учетом соотношения $\lim_{\alpha \rightarrow 0} [\alpha \Psi^+(x, y, z, \alpha)] = \Psi(x, y, z, \infty)$ [14]. Окончательно получаем

$$\Phi[P] \equiv \frac{1}{\rho_0} \Delta_2 P + l^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho_0 N^2} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.3)$$

$$z = 0: \quad \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{N_0^2}{g} P = \frac{N_0^2}{g} P_0; \quad z = -H: \quad \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

По распределению давления P находятся стационарные вектор скорости течения $(U, V, W)(x, y, z)$, возмущения средней плотности жидкости $D(x, y, z)$ и смещение свободной поверхности жидкости $Z_0(x, y)$. Соответствующие формулы имеют вид

$$U = -\frac{1}{\rho_0 l} \frac{\partial P}{\partial y}, \quad V = \frac{1}{\rho_0 l} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad W = 0, \quad D = -\frac{1}{g} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (2.5)$$

$$z = 0: \quad Z_0 = \frac{P - P_0}{\rho_1 g} \quad (2.6)$$

и являются следствием уравнений и граничных условий (1.2)–(1.4), если в них выполнить предельный переход при $t \rightarrow \infty$.

Заметим, что соотношения (2.5), (2.6) не являются замкнутой системой уравнений, а поэтому не позволяют однозначно определить гидродинамические поля в жидкости по известному распределению поверхности давления P_0 .

Задача (2.3), (2.4) и уравнения (2.5), (2.6) получены в общей линейной постановке. Их вывод не предполагает традиционного для геофизической гидродинамики предположения о малости вертикального масштаба движения по сравнению с горизонтальным [2]. При использовании приближения гидростатики, когда $\partial w / \partial t \equiv 0$ в последнем из уравнений (1.2), равенства (2.3)–(2.6) сохраняют свой вид.

3. Условие генерации и общие свойства геострофического течения. В соответствии с формулами (2.5) стационарное течение жидкости, генерируемое поверхностным давлением (1.1), действительно геострофическое и, как следствие, вихревое, бездивергентное, горизонтальное [1, 2]. Давление в жидкости изменяется по гидростатическому закону, учитывающему стационарные возмущения плотности D . Скорость такого течения $(U, V, 0)$ перпендикулярна градиенту давления P , а поэтому линии тока в любой горизонтальной плоскости $z = \text{const} \in (-H, 0)$ совпадают с изобарами [2].

Эллиптичность оператора $\Phi[\dots]$ в уравнении (2.3) позволяет применить к произведению $P \cdot \Phi[P]$ первую формулу Грина [15], выполняя интегрирование по всему слою жидкости. С учетом граничных условий (2.4) и соотношений (2.5), (2.6) окончательно получаем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-H}^0 \rho_0 \left(U^2 + V^2 + \frac{g^2 D^2}{\rho_0^2 N^2} \right) dz + \rho_1 g Z_0^2 + Z_0 P_0 \right] dx dy = 0 \quad (3.1)$$

Из (3.1) следует, что внешнее давление не генерирует геострофическое течение при $t \rightarrow \infty$, если $P_0(x, y) \equiv 0$, хотя $p_0(x, y, t) \neq 0$ в промежуточные моменты времени $0 < t < \infty$. С другой стороны, если $P_0(x, y) \neq 0$ в некоторой области свободной поверхности жидкости, то в соответствии с первым из граничных условий (2.4) и с учетом затухания P при $R \rightarrow \infty$ поля U, V и D обязаны быть отличными от нуля в некотором объеме жидкости.

Таким образом, для формирования при $t \rightarrow \infty$ стационарного геострофического течения в слое неоднородной жидкости под действием поверхностного давления (1.1) необходимо и достаточно, чтобы существовало их нетривиальное предельное распре-

деление при больших временах. Параметры течения не зависят от закона изменения внешнего давления $p_0(x, y, t)$ со временем и однозначно определяются распределением $P_0(x, y)$.

4. Осесимметричное геострофическое течение в экспоненциально стратифицированной жидкости. Рассмотрим осесимметричное распределение поверхностного давления $P_0 = P_0(R)$. В этом случае все гидродинамические поля обладают осевой симметрией, а скорость течения имеет только азимутальную проекцию $V(R, z)$.

Зададим распределение средней плотности жидкости по закону

$$\rho_0 = \rho_1 e^{-kz}, \quad k = N^2 g^{-1}, \quad N = \text{const} \quad (4.1)$$

Введем безразмерные переменные и параметры по формулам

$$\begin{aligned} r &= \frac{R}{L}, \quad \eta = \frac{z}{H} \\ \{q; q_0\} &= \frac{1}{a\rho_1 g} \{P; P_0\}, \quad c = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{H}{g}} V, \quad \{d_0; d\} = \frac{1}{\rho_1} \left\{ \rho_0; \frac{H}{a} D \right\}, \quad \eta_0 = \frac{Z_0}{a} \\ \delta &= N \sqrt{\frac{H}{g}}, \quad \gamma = \frac{Ll}{\sqrt{gH}} \end{aligned} \quad (4.2)$$

где a – характерное вертикальное смещение поверхности жидкости.

В новых переменных краевая задача (2.3), (2.4) для распределения средней плотности (4.1) ($d_0 = e^{-\beta\eta}$) принимает вид

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \eta^2} + \beta \frac{\partial q}{\partial \eta} + \frac{\mu^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial q}{\partial r} \right) = 0, \quad r \geq 0, \quad -1 < \eta < 0 \quad (4.3)$$

$$\eta = -1: \quad \frac{\partial q}{\partial \eta} = 0; \quad \eta = 0: \quad \frac{\partial q}{\partial \eta} + \beta q = \beta q_0 \quad (4.4)$$

$$\beta = \delta^2, \quad \mu = \delta \gamma^{-1}$$

Величины (4.2) – основные безразмерные параметры задачи (4.3), (4.4), причем γ^{-1} – аналог числа Россби [1, 2], величина $\delta^2 \approx kH$ равна относительно полному перепаду средней плотности поперек слоя в случае слабой стратификации, соответствующей условию $\beta \ll 1$.

Применим к (4.3), (4.4) преобразование Фурье – Бесселя по радиационной координате $r \in [0, \infty)$. Решение получаемой краевой задачи по вертикальной координате η находится аналитически. Это позволяет записать выражение для $q(r, \eta)$ в следующей интегральной форме:

$$\begin{aligned} q &= \beta e^{-\frac{1}{2}\beta\eta} \int_0^\infty \frac{\xi \Delta_1(\xi, \eta)}{\text{ch } b \Delta_0(\xi)} \varphi_0(\xi) J_0(r\xi) d\xi \\ \Delta_0 &= \left(b^2 + \frac{1}{4} \beta^2 \right) \text{th } b + \beta b, \quad b = \sqrt{\mu^2 \xi^2 + \frac{1}{4} \beta^2} \\ \Delta_1 &= b \text{ch}[b(\eta+1)] + \frac{1}{2} \beta \text{sh}[b(\eta+1)], \quad \varphi_0 = \int_0^\infty r q_0(r) J_0(\xi r) dr \end{aligned}$$

где $J_m(z)$ ($m = 0$) – функция Бесселя.

С использованием уравнений (2.5), (2.6) находятся выражения для остальных гидродинамических полей

$$c = \frac{1}{\gamma d_0(\eta)} \frac{\partial q(r, \eta)}{\partial r} = -\frac{\beta}{\gamma} e^{1/2\beta\eta} \int_0^\infty \frac{\xi^2 \Delta_1(\xi, \eta)}{\text{ch } b\Delta_0(\xi)} \varphi_0(\xi) J_1(r\xi) d\xi \quad (4.5)$$

$$d = -\frac{\partial q(r, \eta)}{\partial \eta} = -\beta\mu^2 e^{-1/2\beta\eta} \int_0^\infty \frac{\xi^3 \text{sh}[b(\eta+1)]}{\text{ch } b\Delta_0(\xi)} \varphi_0(\xi) J_0(r\xi) d\xi \quad (4.6)$$

$$\eta_0 = q(r, 0) - q_0(r) = -\mu^2 \int_0^\infty \frac{\xi^3 \text{th } b}{\Delta_0(\xi)} \varphi_0(\xi) J_0(r\xi) d\xi \quad (4.7)$$

Гидродинамические поля в случае однородной жидкости соответствуют предельному переходу в решении (4.5), (4.7) при $\delta \rightarrow 0$, $\gamma = \text{const}$ и имеют вид [11]

$$c^h = \lim_{\delta \rightarrow 0} c = -\gamma \int_0^\infty \frac{\xi^2}{\xi^2 + \gamma^2} \varphi_0(\xi) J_1(r\xi) d\xi \quad (4.8)$$

$$\eta_0^h = \lim_{\delta \rightarrow 0} \eta_0 = -\int_0^\infty \frac{\xi^3}{\xi^2 + \gamma^2} \varphi_0(\xi) J_0(r\xi) d\xi \quad (4.9)$$

Скорость геострофического течения однородной жидкости не зависит от вертикальной координаты η и связана с формой свободной поверхности соотношением $c^h = \gamma^{-1} d(\eta_0^h + q_0) / dr$.

5. Количественные оценки параметров геострофического вихря. По формулам (4.5)–(4.9) выполнен численный анализ геострофического движения жидкости для распределения поверхностного давления

$$P_0 = \alpha \rho_1 g q_0, \quad q_0 = e^{-pr^2}, \quad p = \ln 10 \quad (5.1)$$

с характерным радиусом действия $r = 1$. Расчет интегралов производился по квадратурной формуле Симпсона. Значения безразмерных параметров (4.2) задавались в диапазонах $0 \leq \delta \leq 1, 2$, $0 \leq \gamma \leq 6$.

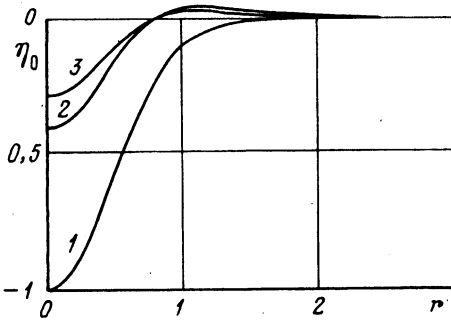
При $l = 0$ из геострофических соотношений (2.5) с учетом затухания полей на бесконечности получаем $P \equiv 0$. В соответствии с (2.6) в этом случае равновесная форма свободной поверхности невращающейся жидкости Z_0 в линейном приближении не зависит от плотностной стратификации и находится по формуле

$$Z_0 = -\frac{P_0}{\rho_1 g} \quad (5.2)$$

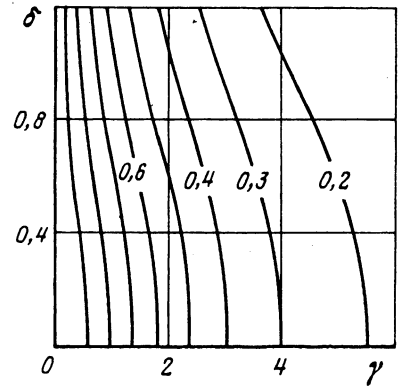
В геофизической гидродинамике она известна как закон обратного барометра [6]. Для давления (5.1) гидростатическое смещение свободной поверхности жидкости $\eta_0 = -q_0(r)$ описывается кривой 1 на фиг. 1.

Вращение жидкости трансформирует чашу прогиба по сравнению со случаем $\gamma = 0$. Изменения выражаются в образовании знакопеременного профиля $\eta_0(r)$ и уменьшении максимального по модулю вертикального смещения свободной поверхности $\eta^+ = -\eta_0(0)$ (кривая 2). Плотностная стратификация вызывает усиление этих эффектов (кривая 3).

В соответствии с (5.2) $\eta^+ = 1$ для любых значений параметров задачи. Однако это равенство выполняется только для невращающейся жидкости, $\gamma = 0$. Как следует из фиг. 2, $\eta^+ < 1$ при любых $\gamma > 0$. С ростом параметров γ и δ отклонения от закона обратного барометра усиливаются. Это происходит при увеличении характерного радиуса области приложения поверхностного давления, угловой скорости вращения жидкости и частоты Брента – Вьяйсяля, а также при уменьшении глубины бассейна, если относительный перепад средней плотности жидкости поперек слоя сохраняется постоянным.



Фиг. 1. Радиальные профили свободной поверхности жидкости в геострофическом вихре: 1 – $\delta \geq 0$; $\gamma = 0$; 2 – $\delta = 0$, $\gamma = 3$; 3 – $\delta = 1$, $\gamma = 3$



Фиг. 2. Изолинии модуля максимального смещения свободной поверхности жидкости $\eta^+(\gamma, \delta) = -\eta_0(0)$ в области геострофического вихря

Представленные на фиг. 3 распределения азимутальных скоростей на различных горизонтах позволяют описать пространственную структуру геострофического течения, вызванного давлением (5.1). Она типична для изолированных баротропных вихрей [2]. Скорость течения сохраняет свое направление на любой вертикали. Положительное внешнее давление ($a > 0$) генерирует антициклонический, отрицательное ($a < 0$) – циклонический вихрь. Влияние неоднородности жидкости проявляется в ослаблении течения при удалении от свободной поверхности. При прочих равных условиях геострофическое течение неоднородной жидкости у свободной поверхности более интенсивно, чем в однородной (штриховая кривая), а при $\eta < \eta_1$, $\eta_1 > -0,25$, соотношение скоростей изменяется на противоположное. С ростом параметра δ и при уменьшении γ затухание скорости течения с глубиной усиливается; при $\gamma \ll 1$ или $\delta \gg 1$ оно близко к экспоненциальному.

Для оценки интенсивности геострофического течения в целом введем величину

$$c^+ = \max_r \langle c \rangle, \quad \langle c \rangle = \int_{-1}^0 |c(r, \eta)| d\eta \quad (5.3)$$

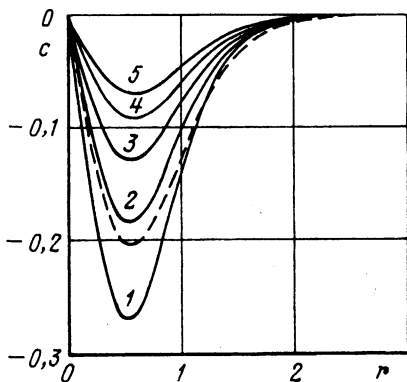
представляющую максимальную среднеинтегральную по глубине горизонтальную скорость течения в вихре.

Зависимости c^+ от γ при $\delta = \text{const} \geq 0$ и от δ при $\gamma = \text{const} \geq 0$ имеют максимумы (фиг. 4). Существует абсолютный $\max c^+(\gamma, \delta) = 0,20$, который достигается при $\gamma \approx 2,6$, $\delta \approx 0,024$. Это означает, что средняя по глубине скорость геострофического течения в размерных переменных не может превышать значения

$$V^+ = M |a| \sqrt{\frac{g}{H}}, \quad M \approx 0,20 \quad (5.4)$$

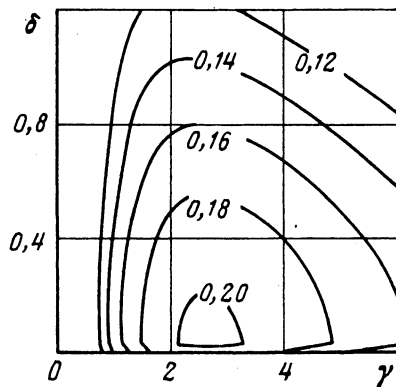
зависящего только от интенсивности внешнего возмущения и глубины бассейна. Для однородной жидкости в формуле (5.4) $M \approx 0,19$.

Пространственная структура динамических возмущений среднего поля плотности $d(r, \eta)$ в геострофическом вихре на различных горизонтах показана на фиг. 5. Значения d максимальны по модулю в центре вихря и изменяют знак на противоположный в окрестности условной границы $r = 1$ области приложения поверхностного давления. Еще одна закономерность возмущений среднего распределения плотности – уменьшение модулей экстремальных значений при удалении от свободной поверх-



Фиг. 3

Фиг. 3. Радиальные распределения азимутальных скоростей геострофического течения при $\gamma = 3$, $\delta = 1$ на горизонтах $\eta = 0, -0,25, -0,5, -0,75, -1$ (кривые 1–5 соответственно). Штриховая кривая соответствует однородной жидкости



Фиг. 4

Фиг. 4. Изолинии модуля максимальных значений осредненной по вертикали скорости $c^+(\gamma, \delta)$ геострофического течения

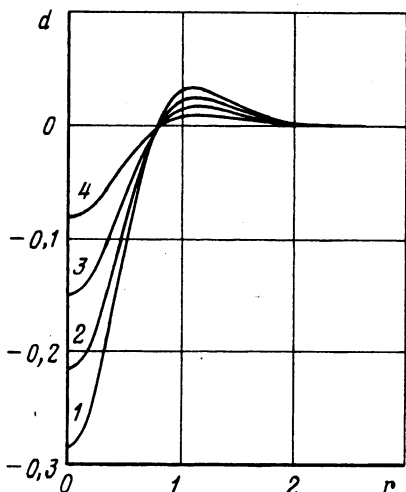
ности жидкости. На дне бассейна $d = 0$ в соответствии с формулами (2.4), (2.5). В центральной части антициклонического вихря (область повышенного давления, $a > 0$) на всех горизонтах наблюдается уменьшение плотности по сравнению со средними значениями, что означает опускание изопикнических поверхностей. В циклоническом вихре ($a < 0$) они смещаются вверх. Подобная пространственная структура возмущений плотности жидкости характерна для крупномасштабных вихрей открытого океана [16].

Для оценки интенсивности возмущений поля плотности в целом использовалась среднеинтегральная величина $d^+(\gamma, \delta)$, определенная аналогично (5.3). Для рассмотренных диапазонов изменения значений параметров (4.2) зависимости d^+ от γ при $\delta = \text{const} \geq 0$ имеют максимумы (фиг. 6). В среднем возмущения плотности жидкости невелики как при достаточно малых, так и достаточно больших значениях γ . Увеличение параметра δ при условии $\gamma = \text{const} \geq 0$ сопровождается усилением возмущений плотности в области геострофического вихря.

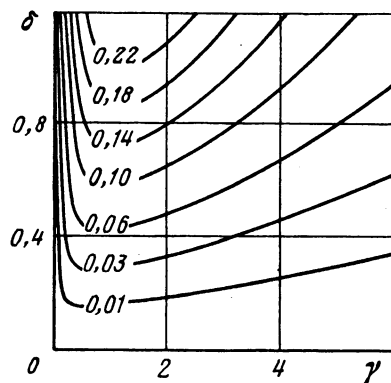
6. Оценки параметров геострофического вихря для океанических условий. Для реальных условий интервалы изменения параметров задачи значительно уже использованных выше при анализе геострофического течения, вызванного давлением (1.1), (5.1). По этой причине зависимость характеристик геострофического вихря от некоторых из них может оказаться несущественной.

Рассмотрим два набора физических параметров задачи, соответствующих различным условиям генерации вихревого поля в океане: $H = 4000$ м, $N = 10^{-3}$ с⁻¹, $l = 10^{-4}$ с⁻¹, $L = 4 \cdot 10^5$ м (случай I); $H = 100$ м, $N = 10^{-2}$ с⁻¹, $l = 10^{-4}$ с⁻¹, $L = 4 \cdot 10^5$ м (случай II). Первый из них характерен для открытого океана, второй – для шельфовой зоны. Примем $a = 0,5$ м. Подобные возмущения барического поля возможны в интенсивных атмосферных вихревых образованиях [6].

Характеристики геострофического вихря для распределения давления (5.1) представлены в таблице, где $c_0 = \max |c(r, 0)|$, $c_1 = \max |c(r, -1)|$, V^+ находится по формуле (5.4). Из нее следует, что вклад плотностной стратификации среды в форму свободной поверхности и поле скорости течения не превышает 2%. Определяющую роль в уменьшении значений η^+ по сравнению с законом обратного барометра (5.2) играет вращение океана. Отклонения являются наибольшими на мелководье, где достигают 29%. В открытых районах океана применима формула (5.2). Следствием слабого влияния плотностной стратификации на геострофическое течение является постоян-



Фиг. 5. Радиальные распределения возмущений среднего поля плотности в геострофическом вихре при $\gamma = 3$, $\delta = 1$ на горизонтах $\eta = 0, -0,25, -0,5, -0,75$ (кривые 1–4 соответственно)



Фиг. 6. Изолинии модуля максимальных значений осредненных по вертикали возмущений плотности жидкости $d^+(\gamma, \delta)$ в геострофическом течении

тво скорости течения по глубине $c_0 \approx c_1$. При заданных значениях a и H скорость геострофического течения не может превышать $0,03 \text{ мс}^{-1}$.

Заключение. В общей линейной постановке рассмотрена задача о генерации геострофического течения в непрерывно стратифицированной вращающейся жидкости постоянной глубины при действии на свободную поверхность распределенного давления $p_0(x, y, t)$. Предполагается, что $p_0 \rightarrow P_0(x, y)$ при $t \rightarrow \infty$.

С использованием методов операционного исчисления сформулирована краевая задача, связывающая поле динамического давления в геострофическом течении с финальным распределением поверхностного давления. Установлено, что геострофическое течение генерируется, если $P_0 \neq 0$ в некоторой области свободной поверхности жидкости. Оно не зависит от закона изменения внешнего давления со временем.

Аналитическое решение задачи в интегральной форме получено для гауссового распределения поверхностного давления P_0 и экспоненциальной плотностной стратификации. Анализ геострофических полей выполнен численно. Показано, что форма свободной поверхности, скорость течения и возникающие возмущения плотности жидкости в зоне геострофического вихря зависят не только от параметров внешнего возмущения, угловой скорости вращения среды и глубины бассейна, но и от вертикальной плотности стратификации. Скорость течения на любой вертикали сохраняет свое направление. Неоднородность жидкости приводит к затуханию полей при удалении от свободной поверхности.

Условия генерации	γ	δ	η^+	c_0	c_1	$V^+, \text{ мс}^{-1}$	$10^4 d^+$
I	0,2	0	-0,9788	0,0406	0,0406	0,005	0
I	0,2	0,02	-0,9786	0,0413	0,0403	0,005	1,94
II	1,3	0	-0,7148	0,1721	0,1721	0,030	0
II	1,3	0,03	-0,7145	0,1723	0,1718	0,031	3,22

Оценки параметров геострофического течения для океанических условий позволяют сделать вывод о слабом влиянии плотностной стратификации на установившееся движение среды. Определяющую роль здесь играет вращение среды. Очевидна необходимость учета плотностной стратификации при рассмотрении переходной (волновой) стадии процесса адаптации гидродинамических полей к внешнему возмущению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гринспен Х. Теория вращающихся жидкостей. Л.: Гидрометеиздат, 1975. 304 с.
2. Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. Т. 1. М.: Мир, 1984. 400 с.
3. Монин А.С. Об адиабатических возмущениях вращающейся жидкости // Докл. АН СССР. 1974. Т. 216. № 4. С. 784–787.
4. Frankignoul C., Müller P. Quasi-geostrophic response of an infinite β -plane ocean to stochastic forcing by the atmosphere // J. Phys. Oceanogr. 1979. V. 9. № 1. P. 104–127.
5. Ponte R.M., Salstein D.A., Rosen R.D. Sea level response to pressure forcing in a barotropic numerical model // J. Phys. Oceanogr. 1991. V. 21. № 7. P. 1043–1057.
6. Ланно С.С. Среднемасштабные динамические процессы океана, возбуждаемые атмосферой. М.: Наука, 1979. 181 с.
7. Ponte R.M. Understanding the relation between wind- and pressure-driven sea level variability // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. № C4. P. 8033–8039.
8. Ponte R.M. The sea level response of a stratified ocean to barometric pressure forcing // J. Phys. Oceanogr. 1992. V. 22. № 1. P. 109–113.
9. Debnath L. On the Cauchy-Poisson wave problem in a rotating fluid // Indian J. Pure and Appl. Math. 1972. V. 3. № 1. P. 1–11.
10. Зайцев А.А., Одуло А.Б. Движения в слое вращающейся жидкости, возбуждаемые приложенным к свободной поверхности давлением // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 6. С. 52–57.
11. Доценко С.Ф. Реакция океана на образование и затухание барических аномалий // Доп. Нац. АН України. 1996. № 11. С. 118–123.
12. Бреховских Л.М., Гончаров В.В. Введение в механику сплошных сред. М.: Наука, 1982. 335 с.
13. Габов С.А., Свеишников А.Г. Линейные задачи теории нестационарных внутренних волн. М.: Наука, 1990. 341 с.
14. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958. 678 с.
15. Михлин С.Г. Курс математической физики. М.: Наука, 1968. 575 с.
16. Каменкович В.М., Кошляков М.Н., Монин А.С. Синоптические вихри в океане. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 264 с.

Севастополь

Поступила в редакцию
4.VI.1997