

УДК 532.526.4:536.24

© 1998 г. А.П. КУРЯЧИЙ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ОБТЕКАНИИ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ ПЛАСТИНЫ С ЛОКАЛЬНЫМИ УЧАСТКАМИ НАГРЕВА

Представлено решение нестационарной сопряженной краевой задачи, описывающей турбулентное обтекание плоской теплопроводной пластины конечной толщины, имеющей локализованные участки с объемными источниками тепла. Для моделирования процессов теплопереноса в пограничном слое использована k - ϵ -модель турбулентности. Продемонстрировано существенное влияние теплопроводности материала пластины на распределения температуры ее поверхности и локального коэффициента трения.

При обтекании тела потоком вязкого теплопроводного газа локальный коэффициент трения C_f зависит от температуры поверхности тела T_w^* [1]. При равномерном нагреве обтекаемой поверхности до температуры $T_w^* > T_r^*$, где T_r^* – температура восстановления (тепловой поток на теле в этом случае положителен, т.е. направлен от поверхности тела к газу), местный коэффициент трения C_f уменьшается по сравнению с коэффициентом трения на адиабатической поверхности C_{f0} . Когда тепловой поток отрицателен и соответственно $T_w^* < T_r^*$, трение возрастает. Однако это справедливо лишь в том случае, если отсутствуют резкие изменения температуры обтекаемой поверхности в направлении потока.

Эффективность термического метода уменьшения турбулентного трения может быть значительно повышена за счет локализации участков подвода тепла в пограничный слой [2, 3]. При подводе тепловой энергии в турбулентный пограничный слой на плоской пластине через ее локальный участок, нагретый до температуры $T_w^* > T_r^*$, местный коэффициент трения на нем в зависимости от его протяженности может быть как выше, так и ниже коэффициента трения на адиабатической поверхности с температурой T_r^* [2]. Максимальное уменьшение C_f достигается ниже по течению, за участками нагрева в областях, где поверхность предполагается теплоизолированной [2, 3].

В этих же областях возникают большие продольные градиенты температуры поверхности. В [2, 3] не учитывались процессы теплопереноса в теле, которые всегда имеют место вследствие конечной теплопроводности его материала. В настоящей работе на основе численного решения сопряженной нестационарной краевой задачи исследуется влияние конечных значений теплоемкости и теплопроводности материала обтекаемого тела на температуру его поверхности и изменение коэффициента турбулентного трения при наличии нескольких локальных участков подвода тепла в пограничный слой.

1. Рассматривается обтекание плоской пластины сверхзвуковым потоком с числом Маха M_∞ , скоростью, плотностью, температурой и коэффициентом динамической вязкости u_∞^* , ρ_∞^* , T_∞^* и μ_∞^* соответственно. Локальный нагрев пластины, имеющей

толщину Δ^* , производится расположенными в ней объемными источниками тепла постоянной плотности q_v . Каждый участок тепловыделения отделен от основной части пластины с обеих сторон слоями теплоизоляции, имеющими конечную теплопроводность. Коэффициенты теплоемкости c_i^* и теплопроводности λ_i^* , а также плотность материала ρ_i имеют постоянные значения и обозначены индексами $i = 1, 2, 3$ соответственно для основной части пластины, участков нагрева и теплоизоляционных слоев.

Пластина предполагается термически тонкой, т.е. перенос тепла в ней рассматривается только в продольном направлении, определяемом координатой x^* , и может быть описан следующим уравнением, представленным в безразмерном виде:

$$(\rho c)_i \frac{\partial T_w}{\partial Fo} = \lambda_i \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} + q_v - Bi q_{w1} \quad (1.1)$$

Здесь $T_w = T_w^*/T_\infty^*$ – безразмерная температура поверхности пластины, $Fo = t^* \lambda_1^*/\rho_1^* c_1^* l^{*2}$ – число Фурье, t^* – время, l^* – характерный линейный размер, $x = x^*/l^*$ – безразмерная продольная координата, $q_v = q_v^* l^{*2}/\lambda_1^* T_\infty^*$ – безразмерная плотность объемного источника тепла, $Bi = \lambda_\infty^*/\lambda_1^* \Delta^*$ – аналог числа Био, q_{w1} – безразмерный тепловой поток на поверхности пластины, выражение для которого приводится при формулировке газодинамической части сопряженной задачи. Безразмерные теплоемкость и теплопроводность, входящие в (1.1), задаются в виде $(\rho c)_1 = \lambda_1 = 1$ для основной части пластины, $(\rho c)_i = \rho_i^* c_i^*/\rho_1^* c_1^*$ и $\lambda_i = \lambda_i^*/\lambda_1^*$ для $i = 2, 3$.

На границах между различными материалами ставятся обычные условия непрерывности температуры и теплового потока. Начальное условие для параболического уравнения (1.1) имеет вид

$$Fo = 0, \quad x_0 \leq x \leq x_m: \quad T_w = T_r \quad (1.2)$$

где x_0 – безразмерная координата начального сечения рассчитываемой области течения, которое расположено на достаточном удалении вверх по потоку от начала первого участка нагрева, x_m – координата конца пластины, $T_r = T_r^*/T_\infty^*$ – безразмерная температура восстановления.

Граничные условия для уравнения (1.1) задаются в виде

$$x = x_0: \quad T_w = T_r, \quad x = x_m: \quad \frac{\partial T_w}{\partial x} = 0 \quad (1.3)$$

2: Моделирование турбулентного пограничного слоя на теплопроводной пластине с учетом распространения в ней тепла осуществляется в предположении, что газодинамический масштаб времени много меньше характерного времени нагрева пластины под действием объемных источников тепла. Это означает, что теплофизические и газодинамические параметры должны удовлетворять условию

$$\frac{q_v^* l^{*2}}{\rho_2^* c_2^* u_\infty^* T_\infty^*} \ll 1 \quad (2.1)$$

Необходимо отметить, что нагрев основной части пластины вне областей с объемными тепловыми источниками осуществляется главным образом за счет теплообмена между обтекаемой поверхностью и пограничным слоем. Нагрев за счет проникновения тепла внутрь пластины через теплоизоляционные слои, ограничивающие участки нагрева, играет второстепенную роль. По этой причине при выполнении условия (2.1) для решения сопряженной задачи можно использовать квазистационарное решение газодинамической задачи.

Это означает, что для каждого фиксированного значения числа Фурье последний член уравнения (1.1) определяется из решения стационарных уравнений пограничного слоя с заданной температурой поверхности $T_w(Fo, x)$, которая является решением задачи (1.1)–(1.3) для данного значения Fo . Таким образом, для каждого шага по числу Fo организуется итерационный процесс, после завершения которого делается следующий шаг по времени.

Расчет пограничного слоя осуществляется на основе использования двухпараметрической k - ϵ -модели турбулентности [4]. Вводится декартова система координат с осями x^* , y^* , направленными вдоль пластины и по нормали к ней. Искомыми функциями являются продольная и вертикальная компоненты скорости u^* и v^* , температура T^* и плотность ρ^* газа, а также кинетическая энергия турбулентности k^* и скорость ее диссипации ϵ^* . Система уравнений турбулентного пограничного слоя представляется в виде, удобном для численного решения, с использованием введенных ниже безразмерных переменных (без верхнего индекса)

$$x^* = l^* x, \quad y^* = l^* \delta y, \quad \delta^* = l^* \delta, \quad u^* = u_{\infty}^* u, \quad v^* = u_{\infty}^* \delta \left(V + \frac{yu}{\delta} \frac{d\delta}{dx} \right) \quad (2.2)$$

$$k^* = \frac{u_{\infty}^{*2}}{Re^{1/2}} k, \quad \epsilon^* = \frac{u^{*3}}{l^*} \epsilon, \quad T^* = T_{\infty}^* T, \quad \rho^* = \rho_{\infty}^* \rho, \quad \mu^* = \mu_{\infty}^* \mu, \quad Re = \frac{\rho_{\infty}^* u_{\infty}^* l^*}{\mu_{\infty}^*}$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\rho u}{\delta} \frac{d\delta}{dx} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0, \quad \rho = \frac{1}{T}$$

$$\frac{1}{Re \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho V \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\frac{1}{Re \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho V \frac{\partial T}{\partial y} - (\gamma - 1) M_{\infty}^2 \frac{\mu + \mu_t}{Re \delta^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

$$\frac{1}{Re \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho V \frac{\partial k}{\partial y} + \rho Re^{1/2} \epsilon - \frac{\mu_t}{Re^{1/2} \delta^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{2\mu}{Re \delta^2} \frac{k}{y^2}$$

$$\frac{1}{Re \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\epsilon}} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} - C_{\epsilon 1} \frac{\mu_t}{Re^{1/2} \delta^2} \frac{\epsilon}{k} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + C_{\epsilon 2} f_2 \rho Re^{1/2} \frac{\epsilon^2}{k} +$$

$$+ \frac{2\mu}{Re \delta^2} \frac{\epsilon}{y^2} \exp(-0,5y^+)$$

$$y=0: \quad u = V = k = \epsilon = 0, \quad T = T_w$$

$$y=y_{\epsilon}: \quad u = T = 1, \quad k = \epsilon = 0$$

$$\mu = T^{3/2} \frac{1 + C^*/T_{\infty}^*}{T + C^*/T_{\infty}^*}, \quad C^* = 114 \text{ K}, \quad T_{\infty}^* = 216 \text{ K}, \quad \mu_t = C_{\mu} f_{\mu} R_t \mu, \quad R_t = \rho \frac{k^2}{\mu \epsilon}$$

$$f_{\mu} = 1 - \exp(-0,0115y^+), \quad f_2 = 1 - \frac{2}{9} \exp \left[- \left(\frac{R_t}{6} \right)^2 \right], \quad y^+ = y \frac{\rho}{\mu} \left[\delta Re \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \right]^{1/2}$$

$$\sigma = 0,72, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_{\epsilon} = 1,3 \quad \gamma = 1,4, \quad C_{\mu} = 0,09, \quad C_{\epsilon 1} = 1,35, \quad C_{\epsilon 2} = 1,8$$

Здесь $\delta(x)$ – безразмерная толщина вытеснения пограничного слоя, а нижним индексом w обозначаются значения соответствующих величин на поверхности пластины.

Отметим, что параметры развитого турбулентного пограничного слоя в начальном сечении, где можно пренебречь влиянием участков тепловыделения, определяются значением числа Рейнольдса $Re_\theta = \rho_\infty^* u_\infty^* \theta_0^* / \mu_\infty^*$, рассчитанного по параметрам набегающего потока и толщине потери импульса в этом сечении θ_0^* .

Выражения для безразмерного теплового потока $q_w = q_w^* / \rho_\infty^* u_\infty^{*3}$, а также для входящего в уравнение (1.1) члена q_{w1} в переменных (2.2) имеют следующий вид:

$$q_w = -\frac{1}{(\gamma-1)M_\infty^2 \sigma \delta Re} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w, \quad q_{w1} = -\frac{1}{\delta} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w \quad (2.3)$$

Для обеспечения сходимости упомянутого выше итерационного процесса при решении сопряженной краевой задачи (1.1)–(2.3) необходима релаксация входящего в (1.1) члена q_{w1} . Итерации на каждом шаге по числу Fo заканчиваются после того, как во всех расчетных точках на обтекаемой поверхности максимальное различие значений температуры и теплового потока, полученных на двух последовательных итерациях, станет меньше 0,1%.

3. Для оценки влияния теплофизических параметров материала обтекаемого тела на процессы теплообмена в турбулентном пограничном слое рассматривалось сверхзвуковое обтекание пластины с числом Маха $M_\infty = 2,3$. Число Рейнольдса в начальном сечении рассчитываемой области течения $Re_\theta = 4000$. Расстояние от этого сечения до начала области нагрева составляло $100 \theta_0$, а до конца пластины – $1100 \theta_0$.

Сначала был выполнен расчет пограничного слоя на изотермически нагретой поверхности, имеющей температуру $T_w = 2,5$, и определена суммарная мощность тепла, подводимого к газу в этом случае (вариант 1). Затем рассматривалось обтекание поверхности, имеющей пять нагреваемых участков с заданным тепловым потоком q_w длиной $40 \theta_0$ каждый, разделенных адиабатическими участками поверхности (вариант 2). Расстояние между началами двух соседних участков нагрева составляло $200 \theta_0$. Распределение теплового потока, определяемого первым выражением (2.3), задавалось в виде трапеций с длиной участков линейного изменения q_w , равной $5 \theta_0$. Суммарная мощность теплоподвода в этом случае была такой же, как и в варианте 1.

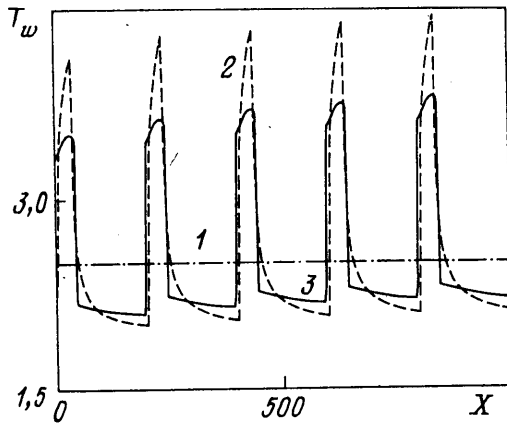
Наконец, решалась сопряженная задача (1.1)–(2.3) со следующими значениями ее параметров, определяющих теплофизические свойства материала пластины: $Bi = 0,01$, $(\rho c)_2 = (\rho c)_3 = 1$, $\lambda_2 = 0,1$, $\lambda_3 = 0,001$. Объемные источники тепла располагались в тех же местах, что и участки нагрева в варианте 2. Плотность тепловых источников задавалась такой, что их суммарная мощность равнялась суммарной мощности теплоподвода в первых двух вариантах. Это условие выполняется, если объемная плотность тепловыделения удовлетворяет соотношениям

$$q_w = Bi(\gamma-1)M_\infty^2 \sigma Re \langle q_w \rangle, \quad \langle q_w \rangle = \frac{1}{x_1 - x_2} \int_{x_1}^{x_2} q_w dx \quad (3.1)$$

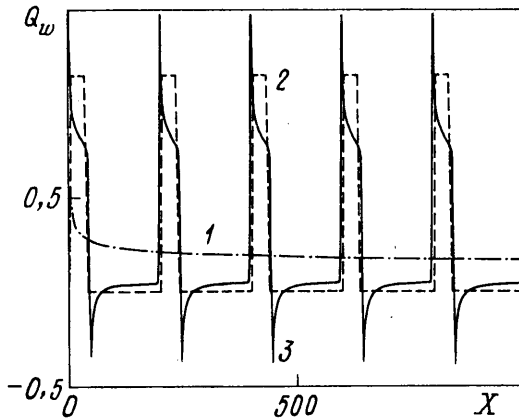
где x_1 и x_2 – координаты начала и конца любого участка нагрева в варианте 2. Согласно результатам расчета этого варианта, было получено $q_w = 54$.

Ниже рассматривается только установившееся по времени решение сопряженной краевой задачи (1.1)–(2.3). Кривые 1, 2, 3 относятся к результатам расчетов вариантов 1–3 соответственно. На всех графиках представлены распределения по $X = (x - x_{01})/\theta_0$, где x_{01} – координата начала области теплоподвода.

Распределения температуры поверхности, представленные на фиг. 1, показывают, что учет теплопроводности материала обтекаемого тела приводит к значительному уменьшению температуры как на участках тепловыделения, так и непосредственно за ними. Последнее обстоятельство может иметь практическое значение, поскольку отпадает необходимость использования термомоющих материалов вне участков нагрева



Фиг. 1. Распределения температуры обтекаемой поверхности T_w для вариантов 1-3



Фиг. 2. Распределения теплового потока на поверхности пластины Q_w

даже при их высокой температуре. Как показал дополнительный расчет с меньшим значением параметра Bi , распределение температуры между участками тепловыделения становится более пологим при увеличении теплопроводности материала пластины или ее толщины.

Для удобства графического представления и сравнения результатов на фиг. 2 показаны распределения параметра $Q_w = Bi q_{w1} / q_v$, пропорционального безразмерному тепловому потоку q_{w1} . На нетеплопроводной пластине с нагреваемыми участками, на которых задан тепловой поток $q_w = \text{const}$, согласно (2.3) и (3.1), введенный выше параметр $Q_w = 1$ на участках нагрева и $Q_w = 0$ вне их. При учете теплоемкости и теплопроводности материала пластины в начале каждого нагреваемого участка появляется пик теплового потока, направленного в пограничный слой, а за участком нагрева возникает отрицательный поток тепла от нагретого газа к поверхности. Протяженность области отрицательных значений теплового потока уменьшается с увеличением параметра Bi . Ниже по потоку в промежутках между нагреваемыми участками q_w снова становится положительным.

Отмеченные особенности поведения теплоотдачи на поверхности обтекаемого тела объясняются следующими причинами. Вследствие конечной теплопроводности материала пластины даже при постоянной плотности объемного теплового источника внутри области тепловыделения возникает тепловой поток, направленный к началу пластины. Происходит перераспределение температуры внутри участка нагрева

таким образом, что она становится выше в начальной части участка и ниже в его конце по сравнению со случаем заданного постоянного теплового потока q_w , как видно из фиг. 1. С установлением по времени перетекание тепла внутри областей с тепловыми источниками ведет к изменению распределения плотности теплового потока, отдаваемого телом газу. Вследствие этого теплоотдача к газу повышается в начале участка нагрева ($Q_w > 1$), а затем ниже по потоку уменьшается ($Q_w < 1$) по сравнению с нетеплопроводным материалом ($Q_w = 1$).

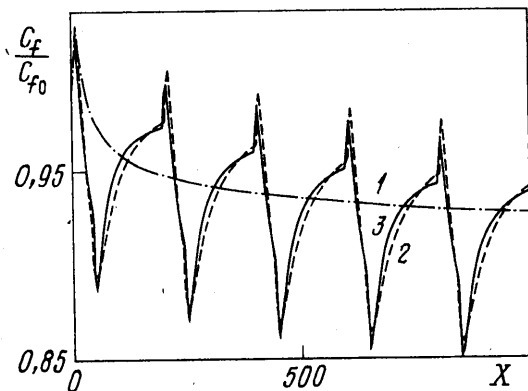
Газ, нагретый тепловым источником, расположенным в пластине, затем оказывается над поверхностью, имеющей температуру ниже равновесной, из-за чего происходит интенсивный отвод тепла в тело (тепловой поток на поверхности становится отрицательным). Тепло, полученное пластиной от газа на участке с $Q_w < 0$, вследствие конечной теплопроводности ее материала под действием сохраняющегося продольного отрицательного градиента температуры поверхности перетекает внутри пластины вниз по потоку.

В промежутках между участками с тепловыми источниками температура газа в пристеночной области значительно уменьшается вследствие отдачи тепла телу на участке отрицательного теплового потока Q_w . Ниже по течению снижение температуры газа связано с перетеканием тепла в сторону внешней области пограничного слоя из-за наличия над обтекаемой поверхностью отрицательного градиента температуры в поперечном направлении. В свою очередь, перетекание тепла внутри пластины вниз по потоку приводит к ситуации, когда на обтекаемой поверхности снова возникает тепловой поток, направленный к газу, а в пограничном слое область отрицательного градиента температуры распространяется вплоть до самой стенки. При этом чем хуже условия для перетекания тепла внутри тела (чем больше значение параметра Bi), тем меньше протяженность области отрицательного теплового потока Q_w и раньше начинает поступать обратно в пограничный слой то тепло, которое было отдано телу газом на участке с $Q_w < 0$.

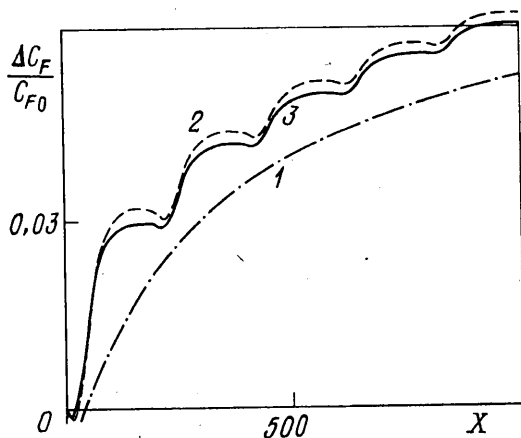
Распределения локального коэффициента трения, отнесенного к его значениям на пластине, имеющей равновесную температуру, показаны на фиг. 3. Из сопоставления с данными фиг. 2 видно, что по сравнению с нетеплопроводной поверхностью наличие отрицательного теплового потока ведет не к увеличению (как в изотермическом случае), а к незначительному уменьшению местного трения. И наоборот, там, где в промежутках между участками тепловыделения $Q_w > 0$, локальный коэффициент трения возрастает.

Для объяснения влияния теплообмена на поверхности теплопроводной пластины на коэффициент трения следует учесть, что его поведение определяется действием двух конкурирующих факторов [2]: коэффициента динамической вязкости и поперечного градиента продольной скорости. Влияние коэффициента вязкости однозначно определяется значением температуры поверхности, повышение которой вносит вклад в увеличение локального коэффициента трения. Градиент продольной скорости на стенке является более инерционным фактором по сравнению с коэффициентом динамической вязкости. Этим объясняется увеличение C_f в начале участков нагрева, когда его изменение определяется в основном поведением коэффициента вязкости и, следовательно, температуры поверхности. Однако увеличение T_w на участках тепловыделения наряду с возрастанием вязкости ведет и к уменьшению плотности газа, следствием чего является оттеснение линий тока от обтекаемой поверхности и уменьшение градиента продольной скорости газа на ней. По мере движения газа над участком теплоподвода влияние этого второго фактора возрастает и становится преобладающим.

Непосредственно за участком нагрева, где температура поверхности достаточно резко падает, снова оказывается доминирующим влияние коэффициента динамической вязкости вследствие отмеченной выше инерционности градиента продольной скорости. По этой причине коэффициент трения здесь оказывается тем меньше, чем



Фиг. 3. Зависимости локального относительного коэффициента трения C_f/C_{f0} от продольной координаты X для случаев 1-3



Фиг. 4. Распределения относительного изменения интегрального коэффициента трения $\Delta C_F/C_{F0}$ вдоль пластины

меньше температура поверхности. Более низкая температура за участками нагрева достигается на теплопроводной стенке. Ниже по течению по мере нарастания влияния на C_f градиента продольной скорости однозначная зависимость между коэффициентом трения и температурным фактором пропадает.

Влияние теплопроводности материала обтекаемого тела на интегральное изменение трения демонстрирует фиг. 4, где представлены распределения относительного изменения интегрального коэффициента трения $\Delta C_F/C_{F0}$, определяемого соотношениями

$$\Delta C_F(x) = \int_{x_{01}}^x (C_{f0} - C_f) dx, \quad C_{F0} = \int_{x_{01}}^x C_{f0} dx$$

Как следует из фиг. 4, утечки тепла через теплоизоляцию участков нагрева внутрь пластины приводят к снижению эффекта уменьшения суммарного трения, что является следствием ухудшения локализации теплоподвода в пограничный слой. Дополнительные расчеты показали, что эти утечки определяются не только значением коэффициента теплопроводности теплоизоляции λ_3 , но в большей степени значением параметра Bi , т.е. тепловым сопротивлением промежутков между участками нагрева. Чем меньше параметр Bi , тем больше тепловые утечки и соответственно меньше величина ΔC_F .

Заключение. Учет теплопроводности материала обтекаемого тела приводит прежде всего к существенному уменьшению максимальной температуры обтекаемой поверхности как на участках подвода тепла в пограничный слой, так и непосредственно за ними. В промежутках между участками теплоподвода на поверхности тела появляется знакопеременный тепловой поток. Максимальное уменьшение локального коэффициента трения достигается за нагреваемыми участками, где тепловой поток направлен от газа к поверхности тела. При высоком тепловом сопротивлении промежутков между участками нагрева изменения как локального, так и интегрального трения по сравнению со случаем нетеплопроводного тела незначительны.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научно-технического центра (проект № 199).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 847 с.
2. *Казаков А.В., Коган М.Н., Курячий А.П.* Влияние на трение локального подвода тепла в турбулентный пограничный слой // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 1. С. 48–56.
3. *Курячий А.П.* О моделировании термического метода уменьшения турбулентного трения // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 1. С. 59–68.
4. *Chien K.Y.* Predictions of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model // AIAA Journal. 1982. V. 20. № 1. P. 33–38.

Москва

Поступила в редакцию
15.IV.1997