

УДК 532.516.3:519.63

© 1998 г. Н.В. НИКИТИН, А.А. ПАВЕЛЬЕВ

**ТУРБУЛЕНТНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ  
С ПРОНИЦАЕМЫМИ СТЕНКАМИ.  
РЕЗУЛЬТАТЫ ПРЯМОГО ЧИСЛЕННОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ И ТРЕХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ**

Выполнены расчеты установившихся турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале при наличии однородного вдува через одну из стенок канала и отсоса через противоположную. Экспериментальные данные для таких течений отсутствуют. Течения рассчитаны двумя способами – методом прямого численного моделирования и с помощью трехпараметрической модели турбулентности. В первом случае использован без каких-либо изменений (кроме граничных условий) алгоритм численного решения уравнений Навье – Стокса, применявшийся ранее для расчета течений в трубах и каналах с непроницаемыми стенками. Во втором случае использован вариант модели, опубликованный в 1978 г. Результаты расчетов, полученные двумя способами, согласуются между собой. Различия не превышают разброса экспериментальных данных, на основании которых определены коэффициенты модели. Полученное согласие результатов позволяет утверждать, что разработанный вычислительный алгоритм прямого численного моделирования турбулентных течений может быть использован для анализа течений с существенно различными граничными условиями, в том числе и в тех случаях, когда соответствующие экспериментальные данные отсутствуют.

К настоящему времени достигнуты большие успехи в прямом численном моделировании установившихся турбулентных течений несжимаемой жидкости в каналах, трубах и пограничных слоях [1–6]. Хорошее согласие с экспериментальными данными достигнуто до  $Re_0 = 1410$  в пограничном слое [2] и  $Re \sim 6000$  в круглой трубе [4, 6] и плоском канале [1, 6]. Эти вычисления проводились при наличии достаточно подробных экспериментальных данных, облегчающих конструирование и настройку соответствующих вычислительных алгоритмов. Остается открытым вопрос, насколько разработанные вычислительные подходы могут быть использованы для расчета течений, для которых экспериментальные данные отсутствуют, а распределения средних и пульсационных характеристик сильно отличаются от тех течений, для которых соответствующие алгоритмы разрабатывались. В этой связи представляется целесообразным проведение расчетов течений, не исследованных экспериментально, и сопоставление результатов с результатами тех или иных моделей турбулентности.

В данной работе в качестве такого течения, трудно реализуемого в экспериментальных условиях, было взято течение в плоском канале при наличии однородного вдува с постоянной скоростью через одну из стенок и аналогичного отсоса через противоположную. Установившиеся турбулентные течения при нескольких числах Рейнольдса и нескольких скоростях вдува-отсоса были рассчитаны методом прямого численного моделирования [7]. Модификации этого метода в прошлом успешно применялись для расчета турбулентных течений в трубах и каналах с непроницаемыми стенками [5, 6, 8, 9]. Важно, что в настоящей работе использовался вариант метода расчета течений в плоском канале без каких-либо изменений алгоритма, кроме необходимых изменений граничных условий.

Результаты прямого численного моделирования сравниваются с результатами расчетов по трехпараметрической модели [10], удовлетворительно описывающей поведение различных пристенных течений [11–13]. Рассматриваемое течение при нескольких других числах Рейнольдса и скорости вдува-отсоса было рассчитано по модели [10] в 1981 г.<sup>1</sup>, однако отсутствие экспериментальных данных не позволило тогда оценить достоверность полученных результатов.

Вдвух-отсос сильно меняет распределения средних и пульсационных характеристик поперек канала. Кроме этого, выбор рассматриваемого течения оправдывается ещё и тем, что вдув и отсос газа через обтекаемую поверхность широко используются в технике как средства управления ламинарными и турбулентными течениями, что требует детального изучения их влияния на структуру турбулентности. Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные относятся в основном к интегральным характеристикам. Некоторые измерения пульсаций скорости и температуры в пограничном слое и в круглой трубе при наличии отсоса проведены в [14, 15]. В последние годы с развитием мощности вычислительной техники стали возможными прямые расчеты турбулентных течений, исходя из уравнений Навье – Стокса. В [16, 17] проведены расчеты турбулентных течений в плоском канале со вдувом и отсосом методом крупномасштабного моделирования (Large Eddy Simulations). Прямое численное моделирование течения в пограничном слое с отсосом проведено в [18], течение в плоском канале с проницаемыми стенками рассчитано в [19].

**1. Ламинарное течение в плоском канале с проницаемыми стенками.** Рассмотрим течение вязкой несжимаемой жидкости в области  $D$ , ограниченной двумя параллельными плоскостями

$$D = \{(x, y, z): |x| < \infty, |y| \leq H, |z| < \infty\}$$

Движение жидкости вызывается градиентом давления, действующим в направлении координаты  $x$ . Будем считать, что через "левую" стенку канала  $y = -H$  производится однородный вдув жидкости в нормальном к стенке направлении с постоянной скоростью  $V_w$ , а через противоположную, "правую" стенку происходит однородный отсос с той же интенсивностью. В этом случае расход жидкости во всех сечениях канала остается постоянным. Уравнения Навье – Стокса имеют точное стационарное решение, описывающее ламинарное течение в канале с проницаемыми стенками. Это течение имеет вид суперпозиции нормального к стенкам движения со скоростью  $V = V_w$  и продольного движения со скоростью

$$U(Y) = \frac{D_p H}{V_w} \left[ Y + \frac{1}{\operatorname{sh} \operatorname{Re}_v} (\operatorname{ch} \operatorname{Re}_v - e^{Y \operatorname{Re}_v}) \right], \quad \operatorname{Re}_v = \frac{V_w H}{\nu} \quad (1.1)$$

$$Y = \frac{y}{H}, \quad D_p = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}$$

Здесь  $D_p$  – напор, вызывающий движение вдоль канала,  $\rho$  – плотность жидкости,  $p$  – давление,  $\operatorname{Re}_v$  – число Рейнольдса вдува-отсоса,  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости.

Из (1.1) следует соотношение между напором и средней скоростью течения  $U_m$

$$U_m = \frac{D_p H}{V_w} \left[ \frac{\operatorname{ch} \operatorname{Re}_v}{\operatorname{sh} \operatorname{Re}_v} - \frac{1}{\operatorname{Re}_v} \right] \quad (1.2)$$

<sup>1</sup> Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Исследование сдвиговых течений в каналах и пограничных слоях с использованием трехпараметрической модели турбулентности // Отчет Ин-та механики МГУ. 1981. № 2553. 106 с.

Расчет	1	2	3	[19]	1M	2M
Re	4000	8000	4360	4357	4000	8000
$F$	0,01	0,01	0,00344	0,00344	0,01	0,01
$Re_v$	20	40	7,5	7,5	20	40
$U_c/U_m$	1,23	1,20	1,19	1,20	1,27	1,24
$Y_c$	0,71	0,79	0,45	0,48	0,66	0,66
$C_f \cdot 10^3$	15,8	14,5	9,62	9,49	14,2	12,6
$C_{f1} \cdot 10^3$	4,09	3,45	6,30	6,29	3,17	1,92
$C_{f2} \cdot 10^2$	2,76	2,55	1,29	1,27	2,53	2,32
$C_{f0} \cdot 10^3$	9,18	7,72	8,98	8,99	9,18	7,72

При  $Re_v \rightarrow 0$  течение, описываемое формулами (1.1), (1.2), стремится к течению Пуазейля  $U(Y) = 1,5U_m(1 - Y^2)$ . При больших значениях  $Re_v$  распределение скорости  $U(Y)$  стремится к линейному  $U_m(Y + 1)$  на большей части ширины канала, за исключением узкой зоны вблизи  $Y = 1$ , где сказывается условие прилипания на правой стенке.

**2. Результаты прямого численного моделирования турбулентных течений.** Статистические характеристики турбулентных течений были получены путем численного интегрирования полных трехмерных уравнений Навье – Стокса. В продольном ( $x$ ) и поперечном ( $z$ ) направлениях ставились периодические граничные условия. В этих направлениях использовался спектральный метод дискретизации. В нормальном к стенкам направлении применялся конечно-разностный метод со сгущением узлов сетки вблизи стенок канала. Интегрирование по времени проводилось явным методом Рунге – Кутты третьего порядка точности. Детали применявшегося вычислительного алгоритма изложены в [6, 7].

Первоначально турбулентные течения были рассчитаны при  $Re = 4000$  и  $8000$ , где  $Re = 2HU_m/\nu$ . В обоих случаях интенсивность вдува-отсоса была равна  $F = V_w/U_m = 0,01$ , таким образом, число Рейнольдса вдува-отсоса  $Re_v$  в первом расчете равнялось 20, а во втором 40. Расчеты выполнены с пространственным разрешением  $L_1 = 43 \times 128 \times 43$  (по 43 фурье-гармоники в направлениях  $x$  и  $z$  и 128 узлов сетки в направлении  $y$ ) при  $Re = 4000$  и  $L_2 = 43 \times 160 \times 63$  при  $Re = 8000$ . Размеры расчетной области (периоды) в направлениях  $x$  и  $z$  в обоих расчетах равнялись  $2\pi H$  и  $\pi H$  соответственно. После выхода публикации [19], где также проведено прямое численное моделирование течения в канале с проницаемыми стенками, был проведен еще один расчет при параметрах работы [19]:  $Re = 4360$ ,  $F = 0,00344$ .

Начальные данные в расчетах выбирались в виде суперпозиции ламинарного течения и некоторых трехмерных возмущений с амплитудой  $\sim 2\%U_m$ . Уравнения Навье – Стокса численно интегрировались с условием постоянства средней скорости  $U_m$  до выхода течения на статистически стационарный режим. После этого параллельно с интегрированием по времени вычислялись необходимые средние характеристики, причем для повышения надежности статистик вместе с осреднением по времени проводилось осреднение по однородным пространственным координатам  $x$  и  $z$ .

Сводка средних характеристик рассчитанных течений дана в таблице. Для сравнения в таблицу включены также результаты работы [19]. В 5-й строке приведены значения максимума средней скорости  $U_c = \max U(Y)$ , где  $U(Y) = \langle u \rangle$  (угловые скобки означают осреднение по времени и однородным координатам). В 6-й строке содержатся значения координаты  $Y$ , где этот максимум достигается. Максимальная скорость в турбулентных течениях существенно меньше, чем в ламинарных (в соответствии с (1.1), (1.2)  $U_c/U_m = 1,86$  при  $Re_v = 20$  и  $U_c/U_m = 1,93$  при  $Re_v = 40$ ). Точки максимума скорости ближе к оси симметрии канала. В [19] получено несколько

большее значение для  $Y_c$ , чем в расчете 3 настоящей работы (0,48 и 0,45 соответственно). Следует учитывать, однако, что средняя скорость в окрестности точки максимума меняется очень медленно: так,  $U_c/U_m > 1,18$  в диапазоне  $Y$  от 0,33 до 0,56, поэтому существующее расхождение не представляется очень серьезным.

В 7-й строке таблицы даны значения коэффициента трения, вычисленного через среднее трение на стенках канала

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho U_m^2 / 2} \quad (2.1)$$

$$\tau_w = \frac{1}{2}(\tau_{wi} + \tau_{ws}), \quad \tau_{wi} = \rho v \left. \frac{dU}{dy} \right|_{y=-H}, \quad \tau_{ws} = -\rho v \left. \frac{dU}{dy} \right|_{y=H}$$

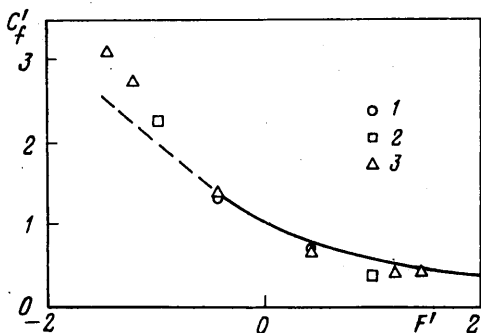
Здесь  $\tau_{wi}$  – напряжение трения на стенке со вдувом, а  $\tau_{ws}$  – на стенке с отсосом. Коэффициенты трения  $C_{fi}$  и  $C_{fs}$  на стенках со вдувом и отсосом соответственно приведены в 8-й и 9-й строках, 10-я строка таблицы содержит значения коэффициента трения  $C_{f0}$  течений в плоском канале без вдува-отсоса. Эти значения получены по формуле Дина [20]:  $C_{f0} = 0,027/Re^{0,25}$ . Вдув-отсос во всех случаях повышает коэффициент трения, причем отношение  $C_f/C_{f0}$  растет с увеличением  $Re_v$ . Результаты расчета 3 близки к результатам [19], различия в коэффициентах трения составляют 1,6% на стенке с отсосом и менее 0,2% на стенке со вдувом.

На фиг. 1 результаты расчетов сравниваются с результатами экспериментальных измерений коэффициента трения в пограничном слое со вдувом и отсосом [21]. Масштабом скорости в определении коэффициента трения  $C_f''$  и параметра вдува-отсоса  $F''$  является максимальная скорость  $U_c$  в канале и скорость набегающего потока  $U_\infty$  в пограничном слое. На фиг. 1 нанесены также точки, соответствующие расчетам [17] и [19]. Результаты настоящей работы хорошо согласуются с экспериментом в пограничном слое со вдувом. При большой интенсивности отсоса ( $F'' < 0$ ) результаты расчетов отклоняются от эксперимента в сторону большего трения. Вероятная причина этого – влияние противоположной стенки канала.

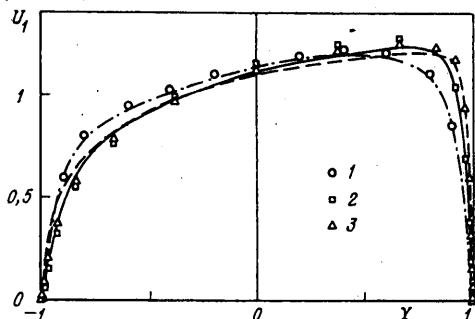
Распределения средней скорости  $U(Y)$  по ширине канала изображены на фиг. 2. Профиль, полученный в 3-м расчете, близок к результату [19]. От профиля расчета 1, полученного при близком числе Рейнольдса, но большем параметре вдува-отсоса, он отличается меньшей степенью асимметрии. При увеличении  $Re$  (расчет 2) профиль средней скорости становится более наполненным.

Распределения средней скорости вблизи стенок канала изображены на фиг. 3. Значения скорости отнесены к вязкой скорости, определенной по трению на каждой из стенок:  $U^+ = U/U_\tau$ ,  $U_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ ,  $\tau_w = \tau_{wi}$ ,  $\tau_{ws}$ ,  $y^+$  – расстояние от каждой из стенок, отнесенное к вязкой длине  $l_\tau = \nu/U_\tau$ . Линия А на фиг. 3 – универсальный логарифмический закон стенки  $U^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,0$  [22]. В профилях скорости у стенки со вдувом отчетливо наблюдаются логарифмические участки. Их наклон больше, чем при отсутствии вдува, и увеличивается с ростом  $F$ . При отсосе логарифмический участок пропадает. Профили  $U^+(y^+)$ , соответствующие расчетам 1 и 2, при этом практически совпадают, откуда можно предположить, что распределения  $U^+(y^+)$  при постоянной интенсивности отсоса не зависят от числа Рейнольдса.

На фиг. 4 приведены пристенные распределения среднеквадратичных амплитуд пульсаций продольной ( $u$ ), нормальной ( $v$ ) и поперечной ( $w$ ) компонент скорости. Представлены результаты расчетов 1 и 3, соответствующие близким числам Рейнольдса, но существенно различным параметрам вдува-отсоса. Результаты настоящей работы хорошо согласуются с результатами [19], несмотря на неизбежные погрешности при снятии числовых значений с графиков. Вдув усиливает интенсивность пульсаций всех компонент скорости, причем это усиление растет с увеличением  $F$ . Отсос,



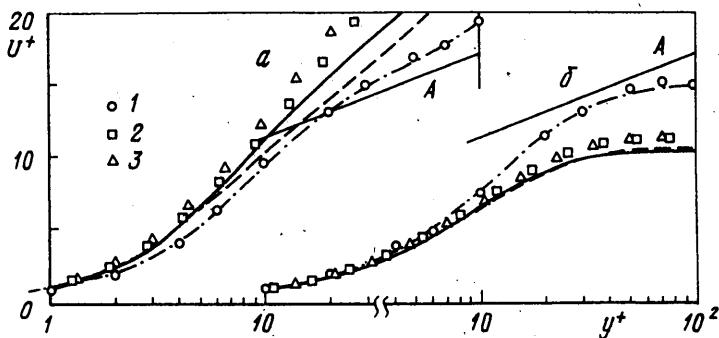
Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Коэффициент трения при вдуве и отсосе.  $F' = F''/C'_{f0}$ ,  $C'_f = C'_f/C'_{f0}$ . Линия – эксперимент [21]. Точки – результаты численного моделирования: 1 – работа [19], 2 – [17], 3 – данная работа

Фиг. 2. Профили средней скорости  $U_1 = U/U_m$ . Сплошная, штриховая и штрихпунктирная линии – расчеты 1, 2 и 3 соответственно. Точки: 1 – работа [19], 2, 3 – расчеты 1M, 2M

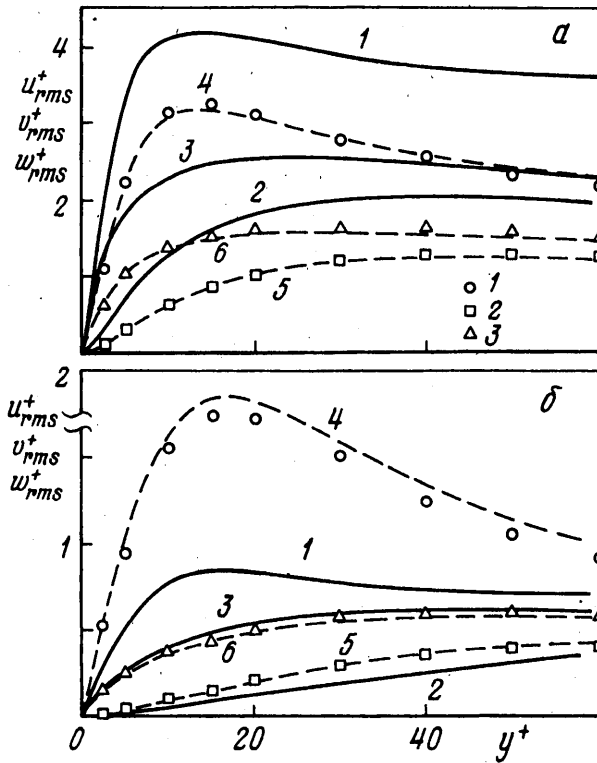


Фиг. 3. Распределения средней скорости вблизи стенок канала. *a* – стенка со вдувом, *b* – с отсосом. Линия *A* – универсальное логарифмическое распределение [22]. Сплошная, штриховая и штрихпунктирная линии – расчеты 1, 2 и 3 соответственно. Точки: 1 – работа [19], 2, 3 – расчеты 1M, 2M

наоборот, ослабляет пульсации. Любопытно, что в то время как интенсивность колебаний продольной скорости у стенки с отсосом более чем в 2 раза ослабляется при увеличении  $F$  от 0,00344 до 0,01, уровень пульсаций нормальной и особенно поперечной компоненты скорости меняется незначительно.

**3. Расчеты по модели [10].** Модель турбулентности, использованная в настоящей работе, содержит уравнения переноса для трех параметров: кинетической энергии турбулентности, напряжений сдвига и отношения энергии к квадрату масштаба турбулентности. Модель не содержит функций, определяемых из условия согласования результатов расчетов и экспериментальных данных. Константы модели определены из анализа трех эталонных течений: течения за решеткой с постоянной скоростью и с градиентом скорости, а также установившегося течения в канале.

С целью проведения прямого сопоставления с результатами прямого численного моделирования расчеты по модели [10] выполнены при параметрах расчетов 1 и 2:  $F = 0,01$ ,  $Re = 4000$  и  $8000$ . Средние характеристики рассчитанных течений приведены в таблице (расчеты 1M и 2M), профили средней скорости изображены на фиг. 2 и 3. При общей близости профилей средней скорости, полученных двумя методами (различие  $U_c/U_m$  составляет 3,3%), наибольшие расхождения наблюдаются в градиентах

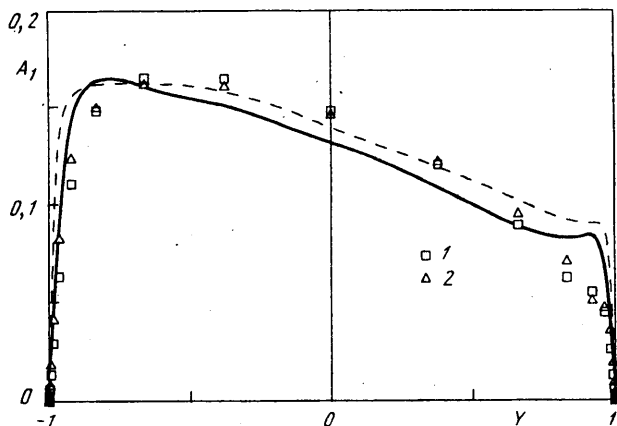


Фиг. 4. Среднеквадратичные амплитуды пульсаций компонент скорости вблизи стенок канала. *a* – стенка со вдувом, *b* – с отсосом. Сплошные линии – расчет 1 (1–3 –  $u_{rms}^+$ ,  $v_{rms}^+$ ,  $w_{rms}^+$  соответственно); штриховые линии – расчет 3 (4–6 –  $u_{rms}^+$ ,  $v_{rms}^+$ ,  $w_{rms}^+$  соответственно). Точки – результаты [19]: 1 –  $u_{rms}^+$ , 2 –  $v_{rms}^+$ , 3 –  $w_{rms}^+$ .

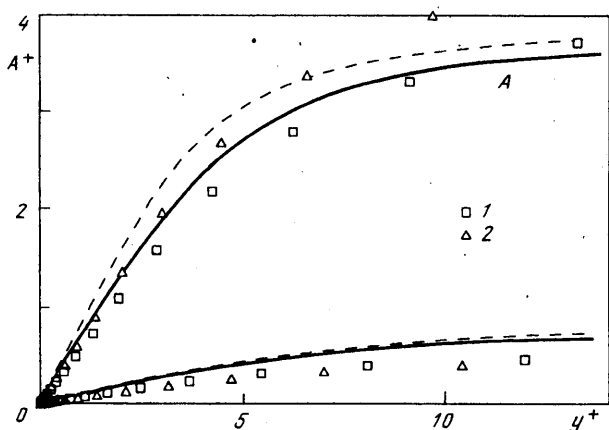
скорости у стенок канала, особенно у стенки со вдувом. В результате модельные расчеты дают заметно заниженные по сравнению с прямыми расчетами значения коэффициентов сопротивления. Как и в прямых расчетах, расчеты по модели [10] показывают независимость от числа Рейнольдса распределений  $U^+(y^+)$  вблизи стенки с отсосом, а также наклона графиков  $U^+(\ln y^+)$  у стенки со вдувом.

На фиг. 5 приведены распределения интенсивности турбулентных пульсаций  $A$  по ширине канала  $A^2 = (u_{rms}^2 + v_{rms}^2 + w_{rms}^2)/2$ . Фигура 6 демонстрирует пристенное поведение  $A$ . Согласие с результатами прямого численного моделирования следует признать удовлетворительным. Расхождения не превышают типичного разброса экспериментальных данных, на основании которых выбирались константы полуэмпирической модели [10]. Особенно обнадеживающим выглядит близость распределений  $A^+(y^+)$  в непосредственной близости от стенок, как у стенки со вдувом, так и у стенки с отсосом. Поведение пульсационных составляющих турбулентных течений вблизи стенки особенно важно для практических приложений. Большинство полуэмпирических моделей именно в этой области дает ненадежные результаты. На основании проведенных сопоставлений можно сделать вывод, что модель [10] является в этом смысле одной из наиболее удачных.

**Заключение.** Рассмотрено течение в плоском канале при наличии однородного вдува через одну стенку канала и однородного отсоса – через противоположную.



Фиг. 5. Профили интенсивности пульсаций скорости  $A_1 = A/U_m$ . Сплошная и штриховая линии – расчеты 1 и 2 соответственно. Точки 1 и 2 – расчеты 1М и 2М



Фиг. 6. Распределения интенсивности пульсаций скорости вблизи стенок канала. А – стенка со вдувом, В – стенка с отсосом. Обозначения те же, что и на фиг. 5

Турбулентные течения рассчитаны методом прямого численного моделирования и с помощью полуэмпирической модели.

Показано, что вдув-отсос повышает коэффициент трения. При этом трение на стенке со вдувом уменьшается, а на стенке с отсосом растет. Значения коэффициента трения на каждой из стенок хорошо согласуются с экспериментальными данными для течений в турбулентном пограничном слое.

В профилях средней скорости вблизи стенки со вдувом наблюдается логарифмический участок с константой Кармана, уменьшающейся при увеличении параметра вдува  $F = V_w/U_m$ . Профили скорости  $U^+(y^+)$  вблизи стенки с отсосом при постоянном  $F$  не зависят от числа Рейнольдса.

Вдув усиливает интенсивность пульсаций всех компонент скорости. Это усиление происходит монотонно с ростом параметра  $F$ . Отсос ослабляет интенсивность турбулентных пульсаций. При этом в наибольшей степени ослабляются колебания продольной компоненты скорости.

Надежность результатов прямого численного моделирования подтверждена сравнением с результатами работы [19] и имеющимися экспериментальными данными для пограничного слоя. Полученное согласие позволяет сделать вывод о гибкости алгоритма [7] по отношению к изменению граничных условий.

Наибольшие относительные расхождения результатов прямого численного моделирования и полуэмпирической модели [10] наблюдаются в величинах градиента средней скорости на стенках канала. В целом согласие результатов, включая распределения интенсивности турбулентных пульсаций вблизи стенок канала, удовлетворительное. Имеющиеся различия не превышают разброса экспериментальных данных, на основании которых определены коэффициенты модели.

Авторы благодарят А.И. Решнина за помощь в выполнении расчетов по трехпараметрической модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 96-01-00602 и 96-01-00259).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kim J., Moin P., Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // J. Fluid Mech. 1987. V. 177. P. 133–166.
2. Spalart P.R. Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $Re_\theta = 1410$  // J. Fluid Mech. 1988. V. 187. P. 61–98.
3. Приймак В.Г. Результаты и возможности прямого численного моделирования турбулентных течений вязкой жидкости в круглой трубе // ДАН СССР 1991. Т. 316. № 1. С. 71–76.
4. Eggels J.G.M., Unger F., Weiss M.H. et al. Fully developed turbulent pipe flow: a comparison between direct numerical simulation and experiment // J. Fluid Mech. 1994. V. 268. P. 175–209.
5. Никитин Н.В. Прямое численное моделирование трехмерных турбулентных течений в трубах кругового сечения // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 6. С. 14–26.
6. Никитин Н.В. Статистические характеристики пристенной турбулентности // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 3. С. 32–43.
7. Никитин Н.В. Спектрально-конечно-разностный метод расчета турбулентных течений несжимаемой жидкости в трубах и каналах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1994. Т. 34. № 6. С. 909–925.
8. Никитин Н.В. Пространственный подход к численному моделированию турбулентности в трубах // Докл. РАН. 1995. Т. 343. № 6. С. 767–770.
9. Никитин Н.В. Численное моделирование турбулентных течений в трубе квадратного сечения // Докл. РАН. 1997. Т. 353. № 3. С. 338–342.
10. Луцкич В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 3. С. 13–25.
11. Луцкич В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Управление турбулентными пограничными слоями: результаты экспериментов и расчетные модели // Механика и научно-технический прогресс. Т. 2. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. С. 67–89.
12. Луцкич В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Уравнение переноса для характеристики турбулентности: модели и результаты расчетов // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1988. Т. 22. С. 3–61.
13. Луцкич В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Турбулентные течения. Модели и численные исследования // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 4. С. 4–27.
14. Antonia A.A., Fulachier L. Topology of a turbulent boundary layer with and without wall suction // J. Fluid Mech. 1989. V. 198. P. 429–451.
15. Schildknecht M., Miller J.A., Meier G.E.A. The influence of suction on the structure of turbulence in fully developed pipe flow // J. Fluid Mech. 1979. V. 90. Pt. 1. P. 67–107.
16. Moin P. Numerical simulation of wall-bounded turbulent shear flows // Proc. 8th Intern. Conf. Numer. Methods in Fluid Dynamics / Ed. E. Krause. N.Y.: Springer, 1982. P. 55–76.
17. Piomelli U., Ferziger J., Moin P., Kim J. New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall-bounded flows // Phys. Fluids. 1989. V. A1. № 6. P. 1061–1068.
18. Mariani P., Spalart P., Kollmann W. Direct simulation of a turbulent boundary-layer with suction // Int. Conf. on Near-Wall Turbulent Flows / Ed. R.M.C. So et al. Amsterdam: Elsevier, 1993. P. 347–356.



19. *Sumitani Y., Kasagi N.* Direct numerical simulation of turbulent transport with uniform wall injection and suction // *AIAA Journal*. 1995. V. 33. № 7. P. 1220–1228.
20. *Dean R.B.* Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow // *Trans. ASME. I: J. Fluid Engng.* 1978. V. 100. № 2. P. 215–223.
21. *Simpson R.L., Moffat R.J., Kays W.M.* The turbulent boundary layer on a porous plate: experimental skin friction with variable injection and suction // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 1969. V. 12. № 7. P. 771–789.
22. *Hussain A.K.M.F., Reynolds W.C.* Measurements in fully developed turbulent channel flow // *Trans. ASME I: J. Fluid Engng.* 1975. V. 97. № 4. P. 568–580.

Москва

Поступила в редакцию  
7.IV.1997