МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 6 • 1998

УДК 532.59

© 1998 г. А.Е. БУКАТОВ, В.В. ЖАРКОВ

ВЛИЯНИЕ БИТОГО ЛЬДА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НАД УСТУПОМ ДНА

На основе теории волнового источника выполнен анализ влияния плавающего битого льда на распространение плоских поверхностных волн малой амплитуды из бесконечно глубокой области бассейна через уступ дна в область конечной глубины. Дана оценка вносимого плавающим льдом изменения характеристик отраженной и прошедшей волн, профиля возмущений поверхности жидкости с удалением от уступа.

Прохождение длинных волн над уступом дна в жидкости с открытой поверхностью рассматривалось в [1–3]. Нормальное набегание волн произвольной длины на уступ из области бесконечной глубины при отсутствии ледяного покрова исследовано в [4]. Задача о косом набегании поверхностных волн на уступ дна без учета влияния льда рассмотрена в [5].

Влияние плавающего битого льда на распространение периодических волн малой амплитуды в жидкости постоянной глубины исследовано в [6–10]. Эволюция волн конечной амплитуды в жидкости над ровным дном при наличии битого льда рассмотрена в [11, 12].

В настоящей работе исследуется влияние плавающего битого льда на распространение плоских линейных поверхностных волн произвольной длины из глубоководной области бассейна через уступ дна в область конечной глубины. Рассматривается зависимость амплитудных коэффициентов и фазовых сдвигов отраженных и прошедших волн от толщины льда. Анализируются возмущения, обусловленные затухающими с расстоянием модами, перед и за уступом.

1. Постановка задачи. Пусть на поверхности однородной идеальной несжимаемой жидкости, заполняющей безграничный в горизонтальных направлениях бассейн с уступом дна, плавает битый лед толщиной h. Рассмотрим влияние льда на прохождение и отражение плоских поверхностных волн малой амплитуды, набегающих на уступ из глубоководной области.

Для математической постановки задачи выберем систему координат (x, z), начало которой находится на поверхности бассейна над уступом дна. Ось x направим вдоль невозмущенной поверхности бассейна, а ось z – вертикально вниз. Справа от оси z $(x > 0)$ расположена область бесконечной глубины $(0 \leqslant z < \infty)$, а слева $(x < 0)$ – область постоянной конечной глубины $(0 \leqslant z \leqslant H)$. Движение жидкости в этих областях будем считать потенциальным.

Соответствующие потенциалы скорости запишем в виде

$$\Phi_j(x,z,t) = \varphi_j(x,z)e^{-i\omega t}, \quad j=1, \quad x>0; \quad j=2, \quad x<0 \tag{1.1}$$

Здесь ω – заданная частота волны, падающей на уступ из области $x > 0$. Таким образом, задача сводится к решению уравнений Лапласа

$$\Delta\varphi_j = 0, j = 1, 2 \tag{1.2}$$

Граничные условия задаются на поверхности бассейна

$$z = 0: \quad (1 - \varkappa\omega^2)\frac{\partial\varphi_j}{\partial z} + \frac{\omega^2}{g}\varphi_j = 0, \quad j = 1, 2 \tag{1.3}$$

и на дне в области конечной глубины ($j = 2$)

$$z = H: \ \partial\varphi_2/\partial z = 0 \tag{1.4}$$

Кроме того, на стенке уступа в глубоководной области ($j = 1$)

$$x = 0, \quad z > H: \ \partial\varphi_1/\partial x = 0 \tag{1.5}$$

а в области $x > 0$ предполагается ограниченность φ_1 при $z \to \infty$.

На границе контакта областей над уступом ($x = 0, 0 \leqslant z \leqslant H$) удовлетворим условию непрерывности потенциалов и горизонтальных составляющих скорости волнового течения

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \frac{\partial\varphi_1}{\partial x} = \frac{\partial\varphi_2}{\partial x} \tag{1.6}$$

Здесь $\varkappa = \rho_1 h(\rho g)^{-1}$, ρ и ρ_1 – плотности воды и льда соответственно, g – ускорение свободного падения.

Отметим, что условие (1.6) с учетом (1.1), (1.3) обеспечивает непрерывность не только гидродинамического давления в жидкости, но и скорости ее волновых возмущений.

2. Вывод основных уравнений. Принимая во внимание (1.2), (1.3), (1.4), запишем потенциалы падающей из глубоководной области, прошедшей через уступ и отраженной от него волн соответственно в виде

$$\Phi^* = \varphi^* e^{-K_1 z - i(K_1 x + \omega t)}, \quad \Phi_- = \varphi_- e^{-i(K_2 x + \omega t)} \operatorname{ch} K_2(z - H)$$

$$\Phi_+ = \varphi_+ e^{-K_1 z + i(K_1 x - \omega t)}$$

Здесь φ^*, φ_-, φ_+ – некоторые комплексные постоянные, а волновые числа K_1 и K_2 – действительные положительные корни дисперсионных уравнений

$$\omega^2 = \frac{K_1 g}{1 + \varkappa K_1 g}, \quad \omega^2 = \frac{K_2 g \operatorname{th} K_2 H}{1 + \varkappa K_2 g \operatorname{th} K_2 H}$$

Отсюда

$$K_1 = K_2 \operatorname{th} K_2 H = \frac{\omega^2}{g(1 - \varkappa\omega^2)} \tag{2.1}$$

Отметим, что $K_2 \geqslant K_1$, так как $\operatorname{th} K_2 H \leqslant 1$. Если $\omega > \varkappa^{-1/2}$, то $\omega^2 / g(1 - \varkappa\omega^2) < 0$ и дисперсионные уравнения не имеют действительных положительных корней. Следовательно, в жидкости с плавающим битым льдом прогрессивные волны с частотой, превышающей $\varkappa^{-1/2}$, распространяться не могут [7, 13].

Удовлетворяя условию излучения, запишем

$$\varphi_1 \sim (\varphi^* e^{-iK_1 x} + \varphi_+ e^{iK_1 x}) e^{-K_1 z}, \quad x \to +\infty$$

$$\varphi_2 \sim \varphi_- e^{-iK_2 x} \operatorname{ch} K_2(z - H), \quad x \to -\infty$$

Отклонения поверхности бассейна от невозмущенного уровня, вызванные падающей, прошедшей и отраженной волнами, определим из кинематического соотношения

$$z=0: \quad \frac{\partial}{\partial t}\{\zeta^*, \zeta_-, \zeta_+\} = \frac{\partial}{\partial z}\{\Phi^*, \Phi_-, \Phi_+\}$$

С учетом (2.1) эти отклонения определяются как

$$\zeta^* = -i\frac{K_1}{\omega}\varphi^* e^{-i(K_1x+\omega t)}, \quad \zeta_+ = -i\frac{K_1}{\omega}\varphi_+ e^{i(K_1x-\omega t)} \tag{2.2}$$

$$\zeta_- = i\frac{K_2}{\omega}\varphi_- e^{-i(K_2x+\omega t)}\operatorname{ch} K_2H$$

Отметим, что значение φ^* предполагается известным, в то время как φ_+ и φ_- находятся из решения задачи.

Комплексные коэффициенты отражения R^* и прохождения T^* имеют вид

$$R^* = \frac{\varphi_+}{\varphi^*}, \quad T^* = \frac{\varphi_-}{\varphi^*}\operatorname{ch} K_2H \tag{2.3}$$

Для дальнейшего решения задачи используем теорию волнового источника [4, 5]. Предположим, что на границе контакта областей над уступом ($x = 0, 0 \leqslant z \leqslant H$) горизонтальная скорость волновых возмущений является известной комплексной функцией $U(z)e^{-i\omega t}$. Тогда потенциалы скорости на каждой стороне границы контакта должны удовлетворять условию

$$\partial\varphi_j / \partial x = U(z), \quad j = 1, 2 \tag{2.4}$$

Рассматривая область $x \geqslant 0, 0 \leqslant z < \infty$, представим $\varphi_1(x, z)$ в виде

$$\varphi_1(x,z) = \varphi^* e^{-K_1(z+ix)} + \varphi_0(x,z) \tag{2.5}$$

Дополнительный потенциал $\varphi_0(x, z)$ вдали от уступа характеризует отраженную волну

$$\varphi_0(x,z) \sim \varphi_+ e^{K_1(ix-z)}, \quad x \to +\infty$$

Он должен удовлетворять гидродинамическому условию (1.3) на поверхности рассматриваемой области бассейна. Для $x = 0$ из (1.5), (2.4) и (2.5) получим

$$\partial\varphi_0/\partial x = V(z) \tag{2.6}$$

$$V(z) = U(z) + V^*(z), \quad 0 \leqslant z \leqslant H; \quad V(z) = V^*(z), \quad z > H$$

$$V^*(z) = iK_1\varphi^* e^{-K_1 z}$$

Таким условиям удовлетворяет потенциал вида

$$\varphi_0(x,z) = -2ie^{K_1(ix-z)}\int_0^\infty V(\mu)e^{-K_1\mu}d\mu - \frac{2}{\pi}\int_0^\infty V(\mu)\Psi(\mu,x,z)d\mu$$

$$\Psi(\mu,x,z) = \int_0^\infty \frac{e^{-mx}(m\cos mz - K_1\sin mz)(m\cos m\mu - K_1\sin m\mu)}{m(K_1^2+m^2)}dm \tag{2.7}$$

Подставляя выражение $V(z)$ из (2.6) в φ_0, получим

$$\varphi_0(x,z) = \left(\varphi^* - 2i\int_0^H U(\mu)e^{-K_1\mu}d\mu\right)e^{K_1(ix-z)} - \frac{2}{\pi}\int_0^H U(\mu)\Psi(\mu,x,z)d\mu \tag{2.8}$$

После подстановки (2.8) в (2.5) для $\varphi_1(x, z)$ найдем

$$\varphi_1(x,z) = 2e^{-K_1 z}\left(\varphi^* \cos K_1 x - ie^{iK_1 x}\int_0^H U(\mu)e^{-K_1\mu}d\mu\right) - \frac{2}{\pi}\int_0^H U(\mu)\Psi(\mu,x,z)d\mu \tag{2.9}$$

Рассмотрим теперь область $x \leqslant 0$, $0 \leqslant z \leqslant H$. Удовлетворив условию (1.4) на дне бассейна, зададим потенциал φ_2 в виде

$$\varphi_2(x,z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{k_n x}\cos k_n(z-H) \tag{2.10}$$

При k_n, удовлетворяющих уравнению

$$k_n \operatorname{tg} k_n H = -\frac{\omega^2}{g(1-\varkappa\omega^2)} \tag{2.11}$$

обеспечивается и выполнение гидродинамического условия (1.3) на поверхности бассейна.

Уравнение (2.11) кроме счетного множества действительных корней имеет и два сопряженных мнимых корня. Из (2.1) видно, что этими корнями являются $\pm iK_2$. Для удовлетворения условию излучения в сумме (2.10) следует учитывать слагаемые, характеризуемые только мнимым $k_0 = -iK_2$ и положительными действиями k_n ($n = 1,2,\ldots$) корнями.

Из (2.4) имеем

$$U(z) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n \cos k_n(z-H), \quad U_n = A_n k_n \tag{2.12}$$

Умножая левую и правую части выражения (2.12) на $\cos k_l(z-H)$ и интегрируя в пределах от 0 до H, получим с учетом (2.11)

$$\int_0^H U(z)\cos k_l(z-H)dz = \frac{A_l}{4}(2k_l H + \sin 2k_l H)$$

Определяя отсюда A_l, из (2.10) найдем

$$\varphi_2(x,z) = 4\sum_{n=0}^{\infty}\frac{k_n e^{k_n x}\cos k_n(z-H)}{2k_n H + \sin 2k_n H}\int_0^H U(\mu)\cos k_n(\mu-H)d\mu \tag{2.13}$$

Так как $\varphi_1(0, z) = \varphi_2(0, z)$ при $0 \leqslant z \leqslant H$, то из (2.9) и (2.13) для определения функции $U(z)$ получаем интегральное уравнение с ядром Q

$$\int_0^H U(\mu)Q(z,\mu)d\mu = \varphi^* e^{-K_1 z} \tag{2.14}$$

$$Q(z,\mu) = ie^{-K_1(z+\mu)} + 2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos k_n(z-H)\cos k_n(\mu-H)}{2k_n H + \sin 2k_n H} + \frac{1}{\pi}\Psi(\mu,0,z)$$

Из (2.7) находим

$$\Psi(\mu,0,z) = \frac{1}{3}\ln\left|\frac{z+\mu}{z-\mu}\right| - e^{-K_1(z+\mu)}\overline{\mathrm{Ei}}[K_1(z+\mu)]$$

Здесь $\overline{\mathrm{Ei}}(x) = \int_{-\infty}^{x}(e^t/t)dt$ – интегральная показательная функция [14].

3. Аналитические выражения для численных расчетов. Для решения интегрального уравнения (2.14) используем разложение $U(z)$ по ортогональной системе собственных функций в виде (2.12). После подстановки (2.12) и (2.14) получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} U_n \int_0^H \cos k_n(\mu - H) Q(z,\mu) d\mu = \varphi^* e^{-K_1 z} \tag{3.1}$$

Умножая обе части уравнения (3.1) на $\cos k_l\,(z - H)$ ($l = 0, 1, 2, \ldots$) и интегрируя в пределах от 0 до H, получим систему комплексных алгебраических уравнений

$$\sum_{n=0}^{\infty} U_n \int_0^H \int_0^H \cos k_l(z-H)\cos k_n(\mu - H) Q(z,\mu) d\mu dz = \varphi^* \int_0^H e^{-K_1 z} \cos k_l(z-H) dz$$

Отсюда после вычисления интегралов с учетом (2.11) найдем

$$\sum_{n=0}^{\infty} U_n \left[\frac{K_1^2 e^{-2K_1 H}[\pi i - \overline{\mathrm{Ei}}(2K_1 H)]}{\pi(K_1^2 + k_l^2)(K_1^2 + k_n^2)} + Z(k_l, k_n) \right] = -\varphi^* \frac{K_1 e^{-K_1 H}}{K_1^2 + k_l^2} \tag{3.2}$$

$$Z(k_l, k_n) = \frac{1}{2\pi(k_l^2 - k_n^2)} \left[\ln \frac{\bar{k}_n}{\bar{k}_l} + \mathrm{Ci}(2\bar{k}_l H) - \mathrm{Ci}(2\bar{k}_n H) \right], \quad l \neq n$$

$$Z(k_l, k_l) = \left(H - \frac{K_1}{K_1^2 + k_l^2} \right) \left(\frac{\mathrm{Si}(2\bar{k}_l H)}{2\pi \bar{k}_l} + \frac{1}{4k_l} \right) - \frac{K_1^2}{2\pi k_l^2 (K_1^2 + k_l^2)}, \quad l = n$$

Здесь $\mathrm{Si}(x)$ и $\mathrm{Ci}(x)$ – интегральные синус и косинус [14], а для аргументов k_l и k_n выбраны главные значения.

Искомые комплексные коэффициенты отражения R^* и прохождения T^* определяются через U_n, найденные из решения системы (3.2).

Из (2.3), (2.8) и (2.12) найдем

$$R^* = 1 + 2iK_1 e^{-K_1 H} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{u_n}{K_1^2 + k_n^2}, \quad u_n = \frac{U_n}{\varphi^*} \tag{3.3}$$

Выражая A_n из (2.12) и подставляя в (2.10), получим

$$\varphi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{U_n}{k_n} e^{k_n x} \cos k_n (z - H)$$

Так как прошедшей волне соответствует $k_0 = -iK_2$, то ее вклад в φ_2 выражается слагаемым

$$\frac{iU_0}{K_2} e^{-iK_2 x} \operatorname{ch} K_2 (z - H)$$

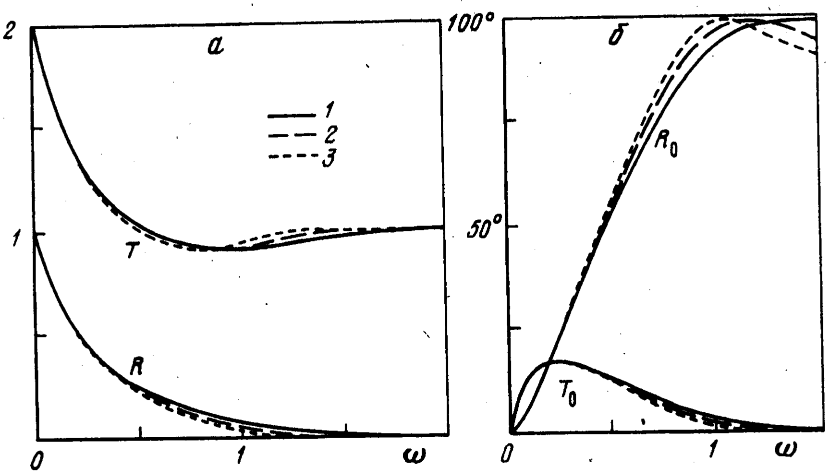
Следовательно, $\varphi_- = iU_0/K_2$. Тогда из (2.3) имеем

$$T^* = \frac{iu_0}{K_2} \operatorname{ch} K_2 H \tag{3.4}$$

Найдем теперь выражения для функции возвышения поверхности бассейна. Подстановка (2.9) в кинематическое условие (2.2) дает

$$\zeta_1 = \frac{2iK_1}{\omega} \Bigg[-\varphi^* \cos(K_1 x) + ie^{iK_1 x} \int_0^H U(\mu) e^{-K_1 \mu} d\mu +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_0^H U(\mu) \int_0^{\infty} \frac{e^{-mx}}{K_1^2 + m^2} (m \cos m\mu - K_1 \sin m\mu) dm d\mu \Bigg] e^{-i\omega t}$$



Фиг. 1. Влияние льда на распределения амплитудных коэффициентов отражения R, прохождения T(*а*), фазовых сдвигов отраженных R_0 и прошедших T_0 волн (*б*) по частоте падающей волны ω; кривые *1–3* соответствуют h = 0, 2, 4 м

Отсюда с учетом (2.11), (2.12) найдем

$$\zeta_1 = \Lambda(e^{-iK_1x} + R^* e^{iK_1x}) + \eta_1, \quad \Lambda = -iK_1\varphi^* e^{-i\omega t}/\omega \tag{3.5}$$

$$\eta_1 = -\frac{2\Lambda}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty} u_n \int_0^{\infty} \frac{M(k_n, m)e^{-mx}}{K_1^2 + m^2}\,dm$$

$$M(k_n, m) = m(m\sin mH + K_1\cos mH)(m^2 - k_n^2)^{-1}, \quad m \neq k_n$$

$$M(k_n, m) = [(K_1^2 + k_n^2)H - K_1](2k_n)^{-1}\cos k_n H, \quad m = k_n$$

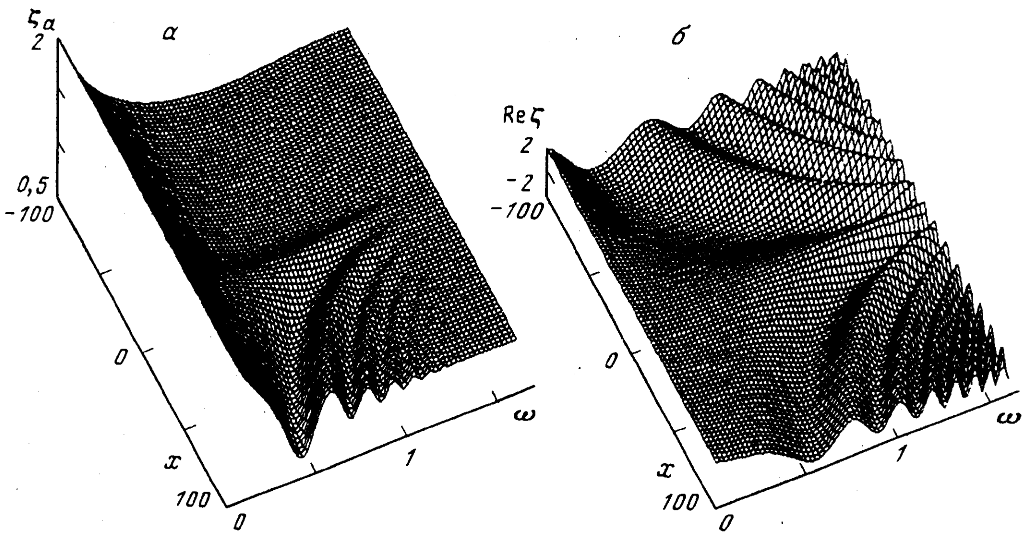
Подставляя (3.4) в (2.2) и учитывая (2.9), получим

$$\zeta_2 = \Lambda T^* e^{-iK_2x} + \eta_2, \quad \eta_2 = \Lambda\sum_{n=1}^{\infty}\frac{u_n \cos k_n H}{k_n}e^{k_n x} \tag{3.6}$$

Отметим, что η_1 и η_2 характеризуют вклад затухающих с удалением от уступа (прибарьерных) мод. Амплитуда смещения поверхности бассейна в областях бесконечной ($\zeta_a = |\zeta_1|$) и конечной ($\zeta_a = |\zeta_2|$) глубины вдали от уступа может быть представлена в виде $\zeta_a = K_1\varphi^*[1 + R^2 + 2R\cos(2K_1x + R_0)]^{1/2}/\omega$ и $\zeta_a = K_1 T\varphi^*/\omega$ соответственно. Здесь $R = |R^*|$, $T = |T^*|$ – амплитудные коэффициенты отражения и прохождения, $R_0 = (180°/\pi)$ arctg (Im R^*/Re R^*) – фазовый сдвиг отраженной волны.

4. Анализ результатов. Для численной реализации задачи (3.2)–(3.6) использовался метод сопряженных градиентов. Количество n учитываемых собственных мод при численных расчетах выбиралось таким образом, чтобы относительный вклад такого же числа последующих мод в определение коэффициентов отражения и прохождения составлял не более 0,5%. При этом плотности льда и воды полагались равными 870 и 1000 кг · м$^{-3}$. Глубина залегания уступа, толщина льда и частота набегающей на уступ волны изменялись соответственно в пределах 10 м $\leqslant H \leqslant$ 1000 м, $0 \leqslant h \leqslant 4$ м и $0 < \omega < \min\{\sigma, 2\text{c}^{-1}\}$. Здесь величина σ равна бесконечности при отсутствии льда ($h = 0$) и $\varkappa^{-1/2}$ в ледовых условиях ($h \neq 0$).

Анализ результатов численных расчетов показал, что амплитудный коэффициент отражения является монотонно убывающей функцией частоты набегающей волны.



Фиг. 2. Зависимость амплитуды ζ_a (*а*) и формы Re ζ (*б*) смещения поверхности бассейна от частоты ω падающей волны при толщине льда 2 м

Плавающий битый лед при фиксированном значении ω уменьшает величину R. Амплитудный коэффициент прохождения как функция ω имеет минимум, равный примерно 0,91. Соответствующая ему частота падающей волны в ледовых условиях меньше, чем при отсутствии льда. Отметим, что

$$\lim_{\omega\to 0} R = 1, \quad \lim_{\omega\to\sigma} R = 0, \quad \lim_{\omega\to 0} T = 2, \quad \lim_{\omega\to\sigma} T = 1$$

Скорость стремления R и T к предельным значениям при $\omega \to \sigma$ увеличивается с ростом h.

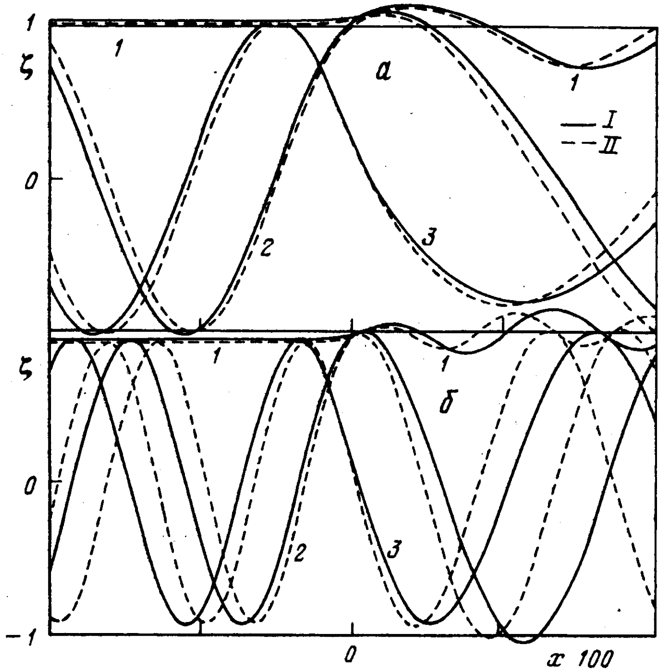
С ростом глубины залегания уступа для фиксированной частоты ω влияние льда на коэффициенты отражения и прохождения ослабевает.

Фазовые сдвиги прошедшей ($T_0 = (180°/\pi)$ arctg (Im T^*/Re T^*)) и отраженной (R_0) волн как функции ω достигают максимумов при $\omega = \omega_-$ и ω_+ соответственно. Плавающий лед уменьшает величину ω_+, практически не влияя на ω_-. Чем толще лед, тем быстрее стремление T_0 к нулю при $\omega \to \sigma$.

Иллюстрации влияния льда на распределение величин R, T и R_0, T_0 по частоте падающей волны ω (с$^{-1}$) приведены на фиг. 1 для H = 10 м. Отметим, что кривым *1–3* на этой фигуре отвечают значения σ, равные ∞; 2,374; 1,686 с$^{-1}$.

Зависимость амплитуды смещения поверхности бассейна ζ_a в областях бесконечной и конечной глубины от частоты ω (с$^{-1}$) и расстояния от уступа дна x (м) показана на фиг. 2, *а* в случае единичной амплитуды падающей волны при толщине льда 2 м и глубине залегания уступа 10 м. Здесь же (фиг. 2, *б*) приведена аналогичная зависимость для Re ζ (Re ζ_1, $x > 0$ и Re ζ_2, $x < 0$), характеризующая изменение формы поверхности бассейна с удалением от уступа для заданной частоты ω в моменты времени $t = 2\pi k/\omega$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$). Влияние плавающего льда на функции $\zeta_a(x)$, Re ζ (x), Im ζ (x) характеризуют кривые *1–3* на фиг. 3 при H = 10 м. Отметим, что Im ζ характеризует изменение формы поверхности бассейна с удалением от уступа для моментов времени $t = (2k - 1/2)\pi/\omega$.

Видно, что перед уступом ($x > 0$) амплитуда смещения поверхности ζ_a при фиксированном ω может изменяться с расстоянием x, так как волновые возмущения в этой области формируются набегающими и отраженными волнами, а также затухающими

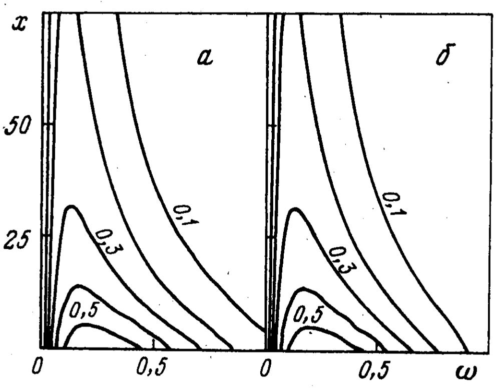


Фиг. 3. Влияние плавающего льда на распределение ζ_a, Re ζ, Im ζ (кривые *1–3* соответственно) по расстоянию от уступа дна при частотах падающей волны 0,5 (*а*) и 0,75 c^{-1} (*б*). Кривые *I*, *II* отвечают толщинам льда 0 и 4 м

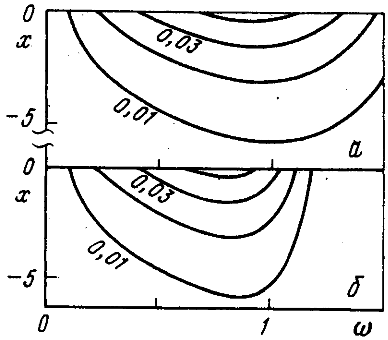
с удалением от уступа модами. С ростом ω вклад отраженных волн в ζ_a убывает и для выбранной глубины залегания уступа становится практически незаметным при $\omega > 1{,}25$ c^{-1}.

Величина вклада прибарьерных мод в формирование возмущений жидкости перед уступом и его распределение по расстоянию от уступа также зависят от частоты ω. Это иллюстрируют кривые равных значений $|\eta_1|$, нормированных на амплитуду набегающей волны. Для H = 10 м они приведены на фиг. 4. Вид изолиний показывает убывание величины $|\eta_1|$ с удалением от уступа. На фиксированном расстоянии эта величина как функция частоты набегающей волны имеет максимум. Частота максимального вклада $|\eta_1|$ убывает с удалением от уступа. В частности, для условий фиг. 4 она примерно равна 0,24 и 0,12 c^{-1} непосредственно над уступом ($x = 0_+$) и на расстоянии 75 м от него соответственно. Максимум $|\eta_1|$ по частоте над уступом и на расстоянии 75 м от него составляет 59 и 22% амплитуды падающей волны. Вклад η_1 в структуру возмущений поверхности бассейна перед уступом может проявиться в уменьшении величины первого от уступа максимума амплитуды ζ_a как функции x (кривые *1* на фиг. 3). При $\omega > 1{,}25$ c^{-1} относительная величина вклада η_1 не превышает 5%.

За уступом ($x < 0$) амплитуда возмущений ζ_a при фиксированной частоте ω остается практически постоянной с изменением x и равной коэффициенту прохождения. Исключение составляет ближняя окрестность уступа, где проявляется, хотя и незначительно, влияние прибарьерных мод. В частности, при $H = 10$ м, $h = 0$ непосредственно над уступом ($x = 0_-$) их максимальный по частоте вклад примерно равен 4% амплитуды набегающей на уступ волны. Он достигается при $\omega \approx 0{,}91$ c^{-1}. С удалением от уступа величина вклада $|\eta_2|$ убывает. На расстоянии 7 м он составляет уже около 1%. Распределение нормированной на амплитуду падающей волны величины $|\eta_2|$ по ω и x иллюстрируют изолинии на фиг. 5 при H = 10 м.



Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Изолинии значений $|\eta_1|$, характеризующих относительный вклад прибарьерных мод в формирование возмущений перед уступом, для $h = 0$ (*а*) и 4 м (*б*)

Фиг. 5. Изолинии значений $|\eta_2|$, характеризующих относительный вклад прибарьерных мод в формирование возмущений за уступом, для $h = 0$ (*а*) и 4 м (*б*)

В ближней окрестности уступа амплитуда возмущений поверхности бассейна бóльшая перед уступом, чем за ним.

С ростом ω разница в длинах волновых возмущений перед и за уступом убывает, а поверхность бассейна принимает форму монохроматической набегающей волны, не искаженную влиянием уступа.

Увеличение толщины льда приводит к уменьшению длин волновых возмущений поверхности бассейна как перед уступом, так и за ним, что характеризуют графики распределения Re ζ и Im ζ по x и ω (фиг. 3). Влияние льда на ζ_a за уступом при $H = 10$ м заметно проявляется лишь при $1\ \text{с}^{-1} \leqslant \omega \leqslant 1{,}6\ \text{с}^{-1}$. Перед уступом длины и амплитуды осцилляций ζ_a как функции расстояния x убывают с ростом толщины льда.

Это убывание усиливается с приближением ω к частоте плавучести льда $\varkappa^{-1/2}$. Оно объясняется уменьшением амплитуды отраженных волн.

Плавающий лед сужает частотный диапазон заметного проявления прибарьерных мод в волновом возмущении жидкости как перед уступом, так и за ним. Величина максимального вклада и частота, на которой он достигается, при этом практически не ощущают влияния льда в области перед уступом. За уступом величина максимального вклада прибарьерных мод также не меняется с ростом h. В то же время соответствующая ему частота набегания уменьшается, хотя и незначительно. В частности, для условий фиг. 5 это уменьшение составляет 14% при изменении h от 0 до 4 м.

Заключение. Искажающее воздействие плавающего битого льда на характеристики волнового возмущения, формируемого при набегании прогрессивных поверхностных волн на уступ дна, заметно сказывается в основном при частотах набегания, сравнимых по порядку величин с частотой плавучести льда.

Плавающий битый лед уменьшает величину амплитудного коэффициента отражения. Частота минимума амплитудного коэффициента прохождения убывает под воздействием льда. Чем толще лед, тем бóльшая скорость стремления коэффициентов отражения и прохождения к их предельным значениям на частоте плавучести. С ростом глубины залегания уступа влияние льда на коэффициенты отражения и прохождения ослабевает.

Частота, на которой достигается максимум фазового сдвига отраженной волны, убывает с ростом толщины льда. Влияние льда на частоту максимального сдвига фазы прошедшей волны не проявляется. На частотах, больших частоты максимума, плавающий лед уменьшает фазовый сдвиг прошедшей волны.

Увеличение толщины льда приводит к уменьшению длин волновых возмущений поверхности бассейна как перед уступом, так и за ним. С ростом частоты набегающей волны разница в длинах волновых возмущений поверхности бассейна перед и за уступом убывает, а сама поверхность принимает форму монохроматической волны, не искаженную влиянием уступа.

Амплитуда возмущений поверхности бассейна в области перед уступом может осциллировать с удалением от него. С ростом толщины льда длина этих осцилляций и диапазон изменения амплитуды возмущений уменьшаются.

Амплитудный вклад затухающих (прибарьерных) мод в волновое возмущение зависит от частоты набегающей волны. Величина вклада и ширина зоны его заметного проявления перед уступом существенно бóльшие, чем за ним. Под воздействием льда сужается частотный диапазон проявления затухающих мод.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ламб С.* Гидродинамика. М.; Л.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
2. *Сретенский Л.Н.* Преломление и отражение плоских волн в жидкости при переходе с одной глубины на другую // Изв. АН СССР. ОТН. 1950. № 11. С. 1601–1614.
3. *Черкесов Л.В.* Гидродинамика поверхностных и внутренних волн. Киев: Наук. думка, 1976. 364 с.
4. *Newman J.N.* Propagation of water waves over an infinite step // J. Fluid Mech. 1965. V. 23. Pt. 2. P. 399–415.
5. *Алешков Ю.З.* Теория волн на поверхности тяжелой жидкости. Л.: Изд-во ЛГУ, 1981. 196 с.
6. *Крылов Ю.М.* Распространение длинных волн под ледяным полем // Тр. Гос. океаногр. ин-та. 1948. № 8. С. 107–110.
7. *Хейсин Д.Е.* Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеоиздат, 1967. 215 с.
8. *Weitz M., Keller J.B.* Reflection of water waves from floating ice in water of finite depth // Comm. Pure Appl. Math. 1950. V. 3. № 3. P. 305–318.
9. *Peters A.S.* The effect of a floating mat on water waves // Comm. Pure Appl. Math. 1950. V. 3. № 4. P. 319–354.
10. *Wadhams P.* The seasonal ice zone // The Geophysics of Sea Ice: Proc. NATO Adv. Study Inst. Air-Sea-Ice Interact. N.Y.; L.: Plenum Press, 1986. P. 825–991.
11. *Букатов А.Е., Букатова О.М.* Поверхностные волны конечной амплитуды в бассейне с битым льдом // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1993. Т. 29. № 3. С. 421–425.
12. *Букатов А.Е.* Нелинейное взаимодействие поверхностных волн в бассейне с битым льдом // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 4. С. 136–143.
13. *Robin G. de Q.* Wave propagation through fields of pack ice // Phil. Thans. Roy. Soc. London., Ser. A. 1963. V. 225. № 1057. P. 313–339.
14. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979. 830 с.

Севастополь

Поступила в редакцию
24.IV.1997