

УДК 533.72

© 1998 г. А.Б. ПОДДОСКИН, А.А. ЮШКАНОВ

СКОЛЬЖЕНИЕ ДВУХАТОМНОГО ГАЗА ВДОЛЬ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Предложено модельное кинетическое уравнение, в котором учтены вращательные степени свободы двухатомного газа.

В рамках предложенной модели методом полупространственных моментов решена задача о скольжении молекулярного газа вдоль плоской поверхности. Получены коэффициенты изотермического, теплового и барнеттовского скольжения. Для некоторых двухатомных газов проведены вычисления указанных коэффициентов.

Имеется большое число работ, посвященных изучению граничных условий скольжения для простого газа (см., например, [1–4]). Эти условия используются в различных задачах газодинамики и, в частности, в теории движения аэрозолей [5, 6]. Для построения теории движения умеренно крупных аэрозольных частиц необходимо знание коэффициентов скачка температуры, а также скольжений первого и второго порядка. Вычисление этих коэффициентов проводилось как для случая однокомпонентного газа Больцмана [8, 11] и для ряда моделей. Сравнение полученных результатов показывает, что для большинства кинетических коэффициентов, входящих в граничные условия, различия значений, полученных из решения полного уравнения Больцмана и модельных уравнений, невелико.

Для молекулярных газов, т.е. для газов с внутренними степенями свободы, положение с граничными условиями совершенно другое. Имеются отдельные попытки определения тех или иных кинетических коэффициентов, однако работа по вычислению всего комплекса коэффициентов скачков и скольжений на основе единого подхода до сих пор не проделана. Этот пробел не позволяет сравнить весь комплекс экспериментальных данных по движению аэрозольных частиц с теорией, так как значительная часть экспериментов проведена для молекулярных газов.

В данной работе рассмотрено скольжение вдоль плоской поверхности двухатомного молекулярного газа, имеющего из внутренних степеней свободы только вращательные. Предполагается, что температура газа такова, что можно рассматривать вращательные степени свободы на основе классической механики. Как показывают расчеты, для таких газов, как N_2 , O_2 и др., этим условиям соответствует диапазон температур 10–1000 К.

1. Модельное кинетическое уравнение. Обобщение уравнения Больцмана для молекулярных газов носит сложный и неоднозначный характер [12, 13]. Трудность анализа в этом случае усугубляется сложностью межмолекулярного взаимодействия и тем, что характеристики этого взаимодействия далеко не всегда надежно установлены. Все это приводит к выводу, что роль модельных интегралов столкновений для анализа сложных процессов, происходящих в молекулярных газах, должна существенно возрасти по сравнению со случаем простых газов. К такого рода процессам относятся и процессы, происходящие на границе газ – конденсированная фаза. Применение для анализа этих процессов модельных интегралов столкновений тем более оправданно, поскольку для

простого газа использование кинетических моделей дало хорошие результаты. В [14] предложена удобная схема построения модельного уравнения для газов с вращательными степенями свободы. В настоящей работе рассматривается модельный интеграл столкновений, аналогичный предложенному в [14], но имеющий ту особенность, что все параметры модели однозначно определяются из коэффициентов переноса.

Использование модельных интегралов столкновений началось, как известно, с БГК-модели, однако эта модель обладает одним существенным недостатком: она дает неверное значение числа Прандтля Pr . Это привело к разработке ряда моделей, свободных от этого недостатка. Одной из наиболее удачных является S -модель [15].

В дальнейшем будем рассматривать стационарный случай в линейной постановке. В этом случае S -модель можно представить в виде [15]

$$\mathbf{c} \cdot \nabla \Phi_0 = \varepsilon \left(v + (c^2 - 3/2)\tau + 2\mathbf{c}\mathbf{G} + \xi\mathbf{Q}\mathbf{c}(c^2 - 5/2) - \Phi_0 \right) \quad (1.1)$$

$$\mathbf{c} = \sqrt{\frac{m}{2kT_0}} \mathbf{v}, \quad v = \frac{n - n_0}{n_0}, \quad \tau = \frac{T - T_0}{T_0}, \quad \mathbf{G} = \sqrt{\frac{m}{2kT_0}} \mathbf{u}$$

Здесь Φ_0 – линейная добавка к максвелловской функции распределения $f_{0m} = n_0(m/2\pi kT_0)^{3/2} \exp(-mv^2/2kT_0)$, т.е. $f = f_{0m}(1 + \Phi_0)$, n_0, T_0 – равновесные значения концентрации и температуры, m – масса молекулы, \mathbf{c} – безразмерная скорость молекул газа, ε – параметр, соответствующий частоте столкновения молекул, v, τ – отклонения от равновесных значений безразмерной концентрации и температуры, \mathbf{G}, \mathbf{Q} – безразмерные скорость и поток тепла в слое газа, описываемого функцией Φ_0 .

Параметр ξ , характеризующий отличие S -модели от БГК-модели, связан с числом Прандтля $Pr = c_p\mu/\chi$ (c_p – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении, μ и χ – динамическая вязкость и теплопроводность газа) соотношением $\xi = 4/5(1 - Pr)$.

Для простого газа $Pr = 2/3$, $\xi = 4/15$, а функция Φ_0 зависит от скорости молекулы \mathbf{u} и радиус-вектора \mathbf{r} : $\Phi_0 = \Phi_0(\mathbf{u}, \mathbf{r})$.

Для молекулярного газа Φ_0 становится функцией не только скорости поступательного движения, но и угловой скорости молекулы $\boldsymbol{\omega}$: $\Phi_0 = \Phi_0(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{r})$.

Равновесная максвелловская функция распределения f_0 тоже становится зависящей от $\boldsymbol{\omega}$

$$f_0 = n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT_t} \right)^{3/2} \left(\frac{I}{kT_r} \right) \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT_t} - \frac{I\omega^2}{2kT_r} \right)$$

Здесь I – момент инерции молекулы, T_t – поступательная температура, T_r – вращательная температура.

Далее рассматривается случай, когда $T_t = T_r$. Нормировка f_0 соответствует соотношению

$$n_0 = \int f_0 d^3v \, \omega d\omega$$

В S -модели (1.1) интеграл столкновений определяется через параметры $v, \tau, \mathbf{G}, \mathbf{Q}$, которые являются моментами функции распределения. Наиболее естественное обобщение этой модели на случай молекулярного газа (учет вращения молекул) можно предложить в виде модели с интегралом столкновений, выраженным через аналогичные параметры, а именно (возможные обобщения БГК-уравнения см. в [16])

$$\mathbf{c} \cdot \nabla \Phi_0 = \varepsilon \left(v + (c^2 + c_\omega^2 - 5/2)\tau + 2\mathbf{c}\mathbf{G} + \xi\mathbf{Q}\mathbf{c}(c^2 + c_\omega^2 - 7/2) - \Phi_0 \right) \quad (1.2)$$

$$c_\omega^2 = \frac{I\omega^2}{2kT_0}, \quad \xi = 2 \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} (1 - Pr), \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

Для двухатомного газа (без учета колебаний) $\gamma = 7/5$. При этом функция распределения представляется также в виде $f = f_0(1 + \Phi_0)$. Введем обозначение

$$(\Phi, \Psi) = \int e^{-c^2 - c_\omega^2} \Phi \Psi \frac{d^3 c}{\pi^{3/2}} dc_\omega^2 \quad (1.3)$$

Тогда моменты ν , τ , \mathbf{G} , \mathbf{Q} могут быть представлены в виде

$$\nu = (1, \Phi_0), \quad \tau = \frac{2}{5} \left(\left(c^2 + c_\omega^2 - \frac{5}{2} \right), \Phi_0 \right)$$

$$\mathbf{G} = (\mathbf{c}, \Phi_0), \quad \mathbf{Q} = \left(\mathbf{c} \left(c^2 + c_\omega^2 - \frac{7}{2} \right), \Phi_0 \right)$$

Параметр ξ в уравнении (1.2) определяется величиной числа Pr, а значит, все параметры модели (1.2) однозначно определяются вязкостью μ , теплопроводностью χ и отношением теплоемкостей газа γ .

2. Скольжение газа вдоль плоской поверхности. Перейдем к решению задачи о скольжении двухатомного газа вдоль плоской поверхности. Вдали от поверхности газ описывается рядом Чепмена – Энскога. Запишем функцию распределения с учетом чепменовских и барнеттовских членов [12] в виде

$$f_{\text{Ch}} = f_0(1 + \Psi_{\text{Ch}}) = f_0 \left(1 + \nu + \left(c^2 + c_\omega^2 - \frac{5}{2} \right) \tau + \right.$$

$$+ 2c_\alpha G_\alpha(\infty) - a_1 \left(c^2 + c_\omega^2 - \frac{7}{2} \right) c_\alpha g_\alpha -$$

$$\left. - b_1 \left(c_\alpha c_\beta - \frac{1}{3} c^2 \delta_{\alpha\beta} \right) \Pi_{\alpha\beta} + d_1 \left(c^2 + c_\omega^2 - \frac{7}{2} \right) c_\alpha c_\beta T_{\alpha\beta} \right) \quad (2.1)$$

$$a_1 = \frac{2\mu}{\rho_0 \text{Pr}} \sqrt{\frac{m}{2kT_0}} = \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi} \text{Pr}}, \quad \Pi_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{m}{2kT_0}} \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha}$$

$$b_1 = \frac{2\mu}{P} \sqrt{\frac{2kT_0}{m}} = \frac{4\lambda}{\sqrt{\pi}}, \quad d_1 = \frac{1}{2} a_1 b_1 = \frac{4\mu\lambda}{\sqrt{\pi}\rho_0 \text{Pr}} \sqrt{\frac{m}{2kT_0}}$$

$$T_{\alpha\beta} = \frac{1}{T_0} \frac{\partial^2 T}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}, \quad g_\alpha = \frac{\partial T}{T_0 \partial x_\alpha}, \quad \lambda = \frac{\mu}{\rho_0} \sqrt{\frac{\pi m}{2kT_0}}$$

Здесь P и ρ_0 – давление и равновесная плотность газа, λ – средняя длина свободного пробега [17].

Параметр $G_\alpha(\infty)$ представляет собой скорость газа вне слоя Кнудсена. Тангенциальную составляющую этой скорости называют скоростью скольжения [17]. В выражении (2.1) по повторяющимся индексам проводится суммирование.

Около поверхности функция распределения отличается от (2.1) из-за рассеяния молекул газа поверхностью, поэтому, обозначая через Φ функцию, описывающую поведение газа в слое Кнудсена, имеем

$$f = f_0(1 + \Psi_{\text{Ch}} + \Phi) \quad (2.2)$$

Ось X декартовой системы координат направим нормально к поверхности в сторону газа, а ось Y – вдоль поверхности. В этом случае модельное кинетическое уравнение для Φ принимает вид

$$c_x \frac{d\Phi}{dx_0} = 2G_y c_y + \xi Q_y c_y \left(c^2 + c_\omega^2 - \frac{7}{2} \right) - \Phi, \quad x_0 = \varepsilon x \quad (2.3)$$

Задачу будем решать методом полупространственных моментов (см. [5]). Функцию Φ ищем в виде

$$\Phi = \eta(+)\Phi^+ + \eta(-)\Phi^-$$

$$\eta(\pm) = \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign } c_x), \quad \text{sign } c_x = \begin{cases} 1, & c_x > 0 \\ -1, & c_x < 0 \end{cases}$$

$$\Phi^\pm = c_y b_0^\pm(x) + c_x c_y b_1^\pm(x) + c_y(c^2 + c_\omega^2 - 7/2)b_2^\pm(x)$$

Умножая уравнение (2.3) последовательно на $\eta(\pm)c_y \exp(-c^2 - c_\omega^2)$, $\eta(\pm)c_y c_x \times \exp(-c^2 - c_\omega^2)$, $\eta(\pm)c_y(c^2 + c_\omega^2 - 7/2)\exp(-c^2 - c_\omega^2)$ и интегрируя по всему пространству скоростей $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega})$, получим систему моментных уравнений для коэффициентов $b_i^\pm(x)$ в виде

$$\frac{d}{dx_0} \left(\frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} b_0^\pm + \frac{1}{8} b_1^\pm + \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} b_2^\pm \right) = \frac{1}{2} G_y - \frac{1}{4} b_0^\pm - \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} b_1^\pm \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx_0} \left(\frac{1}{8} b_0^\pm + \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} b_1^\pm + \frac{1}{8} b_2^\pm \right) &= \frac{(\pm 1)}{2\sqrt{\pi}} G_y + \\ + \xi \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} Q_y - \frac{(\pm 1)}{4\sqrt{\pi}} b_0^\pm - \frac{1}{8} b_1^\pm - \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} b_2^\pm \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dx_0} \left(\frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} b_0^\pm + \frac{1}{8} b_1^\pm + \frac{(\pm 17)}{16\sqrt{\pi}} b_2^\pm \right) = \frac{7}{8} \xi Q_y - \frac{(\pm 1)}{8\sqrt{\pi}} b_1^\pm - \frac{7}{8} b_2^\pm \quad (2.6)$$

$$G_y = (c_y, \Phi) = \frac{1}{4}(b_0^+ + b_0^-) + \frac{1}{4\sqrt{\pi}}(b_1^+ - b_1^-)$$

$$Q_y = \left(c_y \left(c^2 + c_\omega^2 - \frac{7}{2} \right), \Phi \right) = \frac{1}{8\sqrt{\pi}}(b_1^+ - b_1^-) + \frac{7}{8}(b_2^+ + b_2^-)$$

Решение системы дифференциальных уравнений (2.4)–(2.6) ищем в виде [5]

$$b_k^\pm(x_0) = V \exp(-\rho x_0), \quad k = 0, 1, 2 \quad (2.7)$$

Подстановка (2.7) в систему дифференциальных уравнений (2.4)–(2.6) дает систему однородных линейных алгебраических уравнений, нетривиальное решение которой возможно при некоторых определенных значениях параметра ρ . Последний в свою очередь зависит от ξ .

Экспериментальные данные по вязкости μ и теплопроводности χ воздуха, азота, закиси азота, кислорода, водорода [18] дают число $\text{Pr} \approx 0,7$. Это значение использовано в дальнейших расчетах. В этом случае параметр ρ принимает два значения: $\rho_1 = 1,3313$ и $\rho_2 = 2,0793$.

В результате решение задачи принимает вид $b_k^\pm(x_0) = B_1 \alpha_k^\pm \exp(-\rho_1 x_0) + B_2 \beta_k^\pm \exp(-\rho_2 x_0)$, $k = 0, 1, 2$, $\alpha_0^+ = 1$, $\alpha_0^- = 0,4635$, $\alpha_1^+ = -0,3991$, $\alpha_1^- = 0,1760$, $\alpha_2^+ = -0,7460$, $\alpha_2^- = -0,0686$; $\beta_0^+ = 1$, $\beta_0^- = 0,1908$, $\beta_1^+ = -1,0878$, $\beta_1^- = 0,0977$, $\beta_2^+ = 0,1417$, $\beta_2^- = 0,0052$.

Здесь B_1, B_2 – некоторые константы, значения которых определяются из кинетических граничных условий.

Рассмотрим вопрос о граничных условиях для функции распределения. Оригинальная и хорошо зарекомендовавшая себя модель взаимодействия двухатомного газа со

стенкой построена в [19]. Однако в [19] рассматривается аккомодация энергии при взаимодействии молекул газа со стенкой. Как известно [20], коэффициент аккомодации энергии в рассматриваемом приближении не влияет на скорость скольжения. В то же время скорость скольжения зависит от коэффициента аккомодации тангенциального импульса. До настоящего времени не проанализировано влияние молекулярной структуры газа на коэффициент аккомодации тангенциального импульса, поэтому в качестве граничных условий для функции распределения воспользуемся зеркально-диффузной моделью

$$f^+(\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z; \boldsymbol{\omega}, 0) = qf_0 + (1-q)f^-(\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z; \boldsymbol{\omega}, 0) \quad (2.8)$$

$$f^\pm(\pm \mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z; \boldsymbol{\omega}, 0) = f_0(1 + 2c_y G_y(\infty) - a_1 g_y c_y (c^2 + c_\omega^2 - 7/2)) \mp$$

$$\mp b_1 c_x c_y \Pi_{xy} \pm 2d_1 c_x c_y (c^2 + c_\omega^2 - 7/2) T_{xy} + b_0^\pm(0) c_y \pm$$

$$\pm b_1^\pm(0) c_x c_y + b_2^\pm(0) c_y (c^2 + c_\omega^2 - 7/2)$$

Здесь f^+ , f^- – функции распределения отраженных и падающих на поверхность молекул.

Граничные условия для моментов функции распределения (см. [9]) получаются в результате последовательного умножения выражения (2.8) на $\eta(+)_x c_x c_y \exp(-c^2 - c_\omega^2)$, $\eta(+)_y c_y c_x^2 \exp(-c^2 - c_\omega^2)$, $\eta(+)_y c_y c_x (c^2 + c_\omega^2 - 7/2) \exp(-c^2 - c_\omega^2)$ и последующего интегрирования по пространству $(\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega})$. Система уравнений для определения коэффициентов B_1, B_2 и скорости скольжения газа $G_y(\infty)$ имеет вид

$$F_{11}(q)B_1 + F_{12}(q)B_2 + \frac{q}{2\sqrt{\pi}} G_y(\infty) = (2-q) \frac{b_1}{8} \Pi_{xy} + q \frac{a_1}{8\sqrt{\pi}} g_y - (2-q) \frac{d_1}{4} T_{xy} \quad (2.9)$$

$$F_{21}(q)B_1 + F_{22}(q)B_2 + \frac{q}{4} G_y(\infty) = (2-q) \frac{b_1}{4\sqrt{\pi}} \Pi_{xy} + q \frac{a_1}{8} g_y - (2-q) \frac{3d_1}{4\sqrt{\pi}} T_{xy} \quad (2.10)$$

$$F_{31}(q)B_1 + F_{32}(q)B_2 + \frac{q}{4\sqrt{\pi}} G_y(\infty) = (2-q) \frac{b_1}{8} \Pi_{xy} + q \frac{17a_1}{16\sqrt{\pi}} g_y - (2-q) \frac{11d_1}{8} T_{xy} \quad (2.11)$$

$$F_{11}(q) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} [\alpha_0^+ - (1-q)\alpha_0^-] + \frac{1}{8} [\alpha_1^+ + (1-q)\alpha_1^-] + \frac{1}{8\sqrt{\pi}} [\alpha_2^+ - (1-q)\alpha_2^-]$$

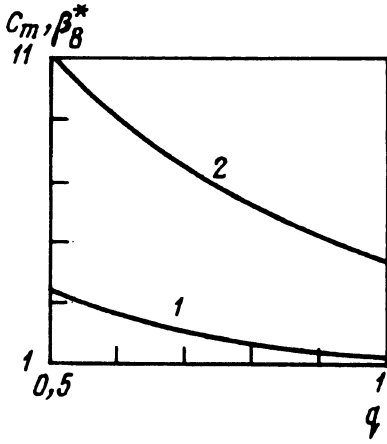
$$F_{12}(q) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} [\beta_0^+ - (1-q)\beta_0^-] + \frac{1}{8} [\beta_1^+ + (1-q)\beta_1^-] + \frac{1}{8\sqrt{\pi}} [\beta_2^+ - (1-q)\beta_2^-]$$

$$F_{21}(q) = \frac{1}{8} [\alpha_0^+ - (1-q)\alpha_0^-] + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} [\alpha_1^+ + (1-q)\alpha_1^-] + \frac{1}{8} [\alpha_2^+ - (1-q)\alpha_2^-]$$

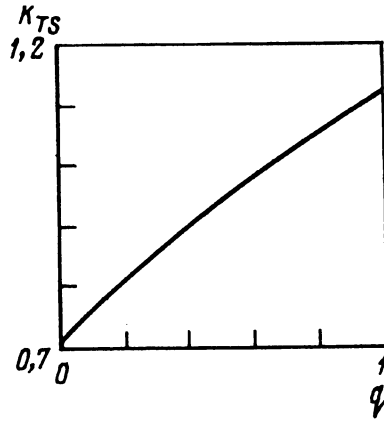
$$F_{22}(q) = \frac{1}{8} [\beta_0^+ - (1-q)\beta_0^-] + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} [\beta_1^+ + (1-q)\beta_1^-] + \frac{1}{8} [\beta_2^+ - (1-q)\beta_2^-]$$

$$F_{31}(q) = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} [\alpha_0^+ - (1-q)\alpha_0^-] + \frac{1}{8} [\alpha_1^+ + (1-q)\alpha_1^-] + \frac{17}{16\sqrt{\pi}} [\alpha_2^+ - (1-q)\alpha_2^-]$$

$$F_{32}(q) = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} [\beta_0^+ - (1-q)\beta_0^-] + \frac{1}{8} [\beta_1^+ + (1-q)\beta_1^-] + \frac{17}{16\sqrt{\pi}} [\beta_2^+ - (1-q)\beta_2^-]$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимость коэффициентов изотермического C_m (кривая 1) и барнеттовского β_B^* (кривая 2) скольжения от коэффициента аккомодации тангенциального импульса q

Фиг. 2. Зависимость коэффициента теплового скольжения K_{TS} от коэффициента аккомодации тангенциального импульса q

Решение системы уравнений (2.9)–(2.11) дает следующее выражение для скорости скольжения газа:

$$G_{y,(\infty)} = C_m \lambda \Pi_{xy} + K_{TS} \sqrt{\frac{m}{2kT_0}} \frac{\mu}{\rho_0 T_0} \frac{\partial T}{\partial y} - \beta_B^* \sqrt{\frac{m}{2kT_0}} \frac{\mu \lambda}{\rho_0 T_0} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y}$$

$$C_m = \frac{(2-q)}{q} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\sqrt{\pi} [F_{21}(q)F_{32}(q) - F_{31}(q)F_{22}(q)] + \right. \\ \left. + 2[F_{12}(q)F_{31}(q) - F_{11}(q)F_{32}(q)] + \sqrt{\pi} [F_{11}(q)F_{22}(q) - F_{21}(q)F_{12}(q)] \right) \times \\ \times (2[F_{21}(q)F_{32}(q) - F_{31}(q)F_{22}(q)] + \sqrt{\pi} [F_{12}(q)F_{31}(q) - F_{11}(q)F_{32}(q)] + \\ + [F_{11}(q)F_{22}(q) - F_{21}(q)F_{12}(q)])^{-1}$$

$$K_{TS} = \frac{1}{2 \text{Pr}} (2[F_{21}(q)F_{32}(q) - F_{31}(q)F_{22}(q)] + \\ + 2\sqrt{\pi} [F_{12}(q)F_{31}(q) - F_{11}(q)F_{32}(q)] + 17[F_{11}(q)F_{22}(q) - F_{21}(q)F_{12}(q)]) \times \\ \times (2[F_{21}(q)F_{32}(q) - F_{31}(q)F_{22}(q)] + \sqrt{\pi} [F_{12}(q)F_{31}(q) - \\ - F_{11}(q)F_{32}(q)] + [F_{11}(q)F_{22}(q) - F_{21}(q)F_{12}(q)])^{-1}$$

$$\beta_B^* = \frac{(2-q)}{q} \frac{2}{\sqrt{\pi} \text{Pr}} \left(2\sqrt{\pi} [F_{21}(q)F_{32}(q) - F_{31}(q)F_{22}(q)] + \right. \\ \left. + 6[F_{12}(q)F_{31}(q) - F_{11}(q)F_{32}(q)] + 11\sqrt{\pi} [F_{11}(q)F_{22}(q) - F_{21}(q)F_{12}(q)] \right) \times \\ \times (2[F_{21}(q)F_{32}(q) - F_{31}(q)F_{22}(q)] + \sqrt{\pi} [F_{12}(q)F_{31}(q) - \\ - F_{11}(q)F_{32}(q)] + [F_{11}(q)F_{22}(q) - F_{21}(q)F_{12}(q)])^{-1}$$

Здесь C_m – коэффициент изотермического скольжения, K_{TS} – коэффициент теплового скольжения, β_B^* – коэффициент барнеттовского скольжения.

3. Анализ результатов. Как видно из последних выражений, коэффициенты скольжения молекулярного газа зависят от коэффициента аккомодации тангенциального импульса q и, кроме этого, коэффициенты K_{TS} и β_B^* зависят от числа Pr .

На фиг. 1 и 2 представлены графики зависимостей кинетических коэффициентов молекулярного газа C_m , β_B^* , K_{TS} от q . В случае полной аккомодации ($q = 1$) $C_m = 1,154$, $K_{TS} = 1,133$, $\beta_B^* = 4,358$.

Как и в случае простого газа [5], коэффициенты C_m и β_B^* неограниченно возрастают при $q \rightarrow 0$. В то же время скорость скольжения газа вдоль поверхности остается постоянной. Дело в том, что при $q \rightarrow 0$ (чисто зеркальное отражение молекул от поверхности) отсутствует тангенциальный поток импульса, а значит, нет трения между газом и поверхностью. В этом случае поток газа вдоль поверхности не имеет тангенциальной составляющей градиента скорости и температурных напряжений, поэтому скорость скольжения равна скорости потока. При малых отклонениях от термодинамического равновесия, которое имеет место в такого типа задачах, $q \approx 1$ [21].

Для простого газа значения аналогичных коэффициентов, вычисленных с применением уравнения Больцмана для молекул – твердых сфер, принимают следующие значения [8]: $C_m = 1,146$, $K_{TS} = 1,152$, $\beta_B^* = 3,501$. Существенное различие K_{TS} и β_B^* (при $q = 1$) для простого и молекулярного газов объясняется сильной зависимостью этих коэффициентов от числа Pr .

Заключение. В рамках предложенной кинетической модели, в которой учтены вращательные степени свободы молекул двухатомного газа, решена задача о скольжении газа вдоль плоской поверхности. Получены коэффициенты изотермического, теплового и барнеттовского скольжения в виде функций, зависящих от коэффициента аккомодации тангенциального импульса и числа Прандтля.

В частности, значения коэффициентов скольжения (при $q = 1$) для хлора Cl_2 ($Pr = 0,64$): $C_m = 1,154$, $K_{TS} = 1,247$, $\beta_B^* = 4,785$; для воздуха, азота, закиси азота, кислорода, водорода ($Pr = 0,7$): $C_m = 1,154$, $K_{TS} = 1,133$, $\beta_B^* = 4,358$; для окиси углерода CO ($Pr = 0,74$): $C_m = 1,154$, $K_{TS} = 1,068$, $\beta_B^* = 4,112$.

Внутренние степени свободы молекул оказывают более сильное влияние на тепловое скольжение, оставляя изотермическое скольжение практически неизменным. Это связано с тем, что внутренние степени свободы сильнее влияют на тепловые свойства газа, чем на вязкостные [12].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gross E.F., Jackson E.A., Ziering S. Boundary value problems in kinetic theory of gases // Ann. Phys. 1957. V. 1. N 2. P. 141–167.
2. Ивченко И.Н., Яламов Ю.И. Кинетическая теория течения газа, находящегося над твердой стенкой в поле градиента скорости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 6. С. 139–143.
3. Loyalka S.K. Approximate method in the kinetic theory // Phys. Fluids. 1971. V. 14. N 11. P. 2291–2294.
4. Савков С.А., Юшканов А.А. О зависимости коэффициентов скольжения от характера взаимодействия молекул газа с твердой поверхностью // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 149–152.
5. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. К вопросу о термофорезе умеренно крупных аэрозольных частиц // Журн. техн. физики. 1980. Т. 50. № 1. С. 158–161.
6. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. Теория термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц // Журн. техн. физики. 1982. Т. 52. № 11. С. 2253–2261.

7. Sone Y. Asymptotic theory of flow of rarefied gas over a smooth boundary. I // *Rarefied Gas Dynamics*. N.Y.; L.: Acad. Press. 1969. V. 1. P. 243–253.
8. Маясов Е.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. О термофорезе нелетучей сферической частицы в разреженном газе при малых числах Кнудсена // *Письма в ЖТФ*. 1988. Т. 14. № 6. С. 498–502.
9. Яламов Ю.И., Юшканов А.А., Савков С.А. Граничные условия скольжения бинарной смеси газов и их применение в динамике аэрозолей. 1. Течение смеси газов вдоль твердой плоской стенки // *Инж.-физ. журн.* 1994. Т. 66. № 4. С. 421–426.
10. Яламов Ю.И., Юшканов А.А., Савков С.А. Граничные условия скольжения бинарной смеси газов и их применение в динамике аэрозолей. 2. Течение газа вдоль слабо искривленной поверхности. Теория диффузиофореза умеренно крупных нелетучих аэрозольных частиц // *Инж.-физ. журн.* 1994. Т. 66. № 5. С. 606–611.
11. Ohwada T., Sone Y., Aoki K. Numerical analysis of the shear and thermal creep flows of a rarefied gas over a plane wall on the basis of the linearised Boltzmann equation for a hard-sphere molecules // *Phys. Fluids*. 1989. V. A1. N 9. P. 1588–1599.
12. Жданов В.М., Алиевский М.Я. Процессы переноса и релаксации в молекулярных газах. М.: Наука, 1989. 335 с.
13. Cole R.G., Evans G.T. Dynamics in polyatomic fluids: A kinetic theory approach // *Annu. Rev. Phys. Chem.* 1986. V. 37. P. 105–125.
14. Рыков В.А. Модельное кинетическое уравнение для газа с вращательными степенями свободы // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1975. № 6. С. 107–115.
15. Шахов Е.М. Метод исследования движений разреженного газа. М.: Наука, 1974. 207 с.
16. Латышев А.В., Юшканов А.А. Аналитическое решение задачи о скачке температуры в газе с вращательными степенями свободы // *Теорет. и мат. физика*. 1993. Т. 95. № 3. С. 530–540.
17. Черчиньяни К. Теория и приложения уравнения Больцмана. М.: Мир, 1978. 495 с.
18. Физические величины: Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
19. Ларина И.Н., Рыков В.А. О граничных условиях для газов на поверхности тела // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1986. № 5. С. 141–148.
20. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
21. Баранцев Р.Г. Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. М.: Наука, 1975. 343 с.

Москва

Поступила в редакцию
14.II.1997