

УДК 532.546:539.4

© 1998 г. С.Б. ГРАФУТКО, В.Н. НИКОЛАЕВСКИЙ

ЗАДАЧА О ВЫНОСЕ ПЕСКА В РАБОТАЮЩУЮ СКВАЖИНУ

Рассмотрена задача о выносе песка (фрагментов дилатансионно-пластического разрушения пласта) при откачке жидкости через необсаженную скважину. Учет дилатансионного изменения пористости пласта позволяет найти связь между расходами жидкой и твердой массы. Если упругопластическая граница не совпадает с контуром питания фильтрационного потока, стационарное решение невозможно. Для этого случая рассмотрена автомобильная задача о пуске скважины с постоянным дебитом.

1. Начнем с формулировки используемой системы уравнений. Балансы масс жидкости и твердой фазы в осесимметричном случае имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_f) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho_f m w) = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-m)\rho_s + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho_s(1-m)v) = 0 \quad (1.2)$$

Здесь m – пористость, w, v – компоненты истинных скоростей жидкой и твердой фаз, ρ_f, ρ_s – плотности флюида и материала матрицы.

Закон Дарси следует записывать в системе координат, движущейся вместе с твердой матрицей среды

$$m(w - v) = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (1.3)$$

Здесь k – проницаемость, μ – вязкость жидкости. В теории взаимопроникающих континуумов уравнение (1.3) играет роль баланса сил, действующих на жидкую фазу.

Эффективные радиальное и тангенциальное напряжения σ_r, σ_θ и поровое давление p удовлетворяют уравнению равновесия пласта в целом

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (1.4)$$

Разрушение матрицы пласта происходит там, где достигнуто критическое условие пластичности

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)\theta_\sigma = -\alpha(\sigma_r + \sigma_\theta) + Y, \quad \theta_\sigma = \text{sgn}(\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (1.5)$$

где Y – сцепление, α – коэффициент внутреннего трения.

Внутри соответствующей границы происходит течение разрушенной массы также при выполнении (1.5), однако из-за произошедшего разрушения значение сцепления Y должно быть резко уменьшено, причем коэффициент трения α также меняется. Здесь для простоты этими различиями будем пренебрегать.

Преобразуем условие (1.5) к виду

$$\sigma_\theta = N\sigma_r - Y_0, \quad N = \frac{\theta_\sigma + \alpha}{\theta_\sigma - \alpha}, \quad Y_0 = \frac{Y}{(\theta_\sigma - \alpha)} \quad (1.6)$$

Кинематическая связь между пластическими приращениями объема и сдвига матрицы формулируется для скоростей смещения [1, 2], что в данном случае означает

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = \Lambda \theta \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right), \quad \theta = \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) = \theta_0 \quad (1.7)$$

Здесь Λ – скорость дилатансии (положительная – при рыхлении, отрицательная – при уплотнении в ходе сдвига) и введен знак направления сдвига θ . По сути в обоих пластических соотношениях (1.5) и (1.7) фигурируют модули сдвига и сдвигового напряжения. Поэтому совпадение указанных знаков соответствует дополнительному условию – коаксиальности тензоров напряжений и скоростей пластической деформации (или, иначе, условию положительности диссипации).

Рассматриваемая система замкнута, если известны законы изменения плотностей фаз (с давлением), проницаемости (с пористостью и давлением), коэффициентов трения, сцепления и дилатансии (с пористостью) [1, 2]. Здесь указанные параметры будем считать постоянными.

2. Наиболее проста стационарная задача, когда контур питания R фильтрационного потока одновременно является и внешней границей b пластической зоны. При этом не нужно рассматривать внешнюю зону упругого состояния пласта: критерий пластического разрушения матрицы выполнен при $r = b$ и это же соотношение (1.5) применяется при $r < b = R$ как условие течения разрушенной массы.

Массовый дебит жидкости Q_f и интенсивность выноса песка Q_s на стенке скважины ($r = a$) в пласте мощностью h определяются условиями

$$Q_f = -2\pi a h r_f(p) w(a) m_a, \quad Q_s = -2\pi a h r_s v(a) (1 - m_a) \quad (2.1)$$

На контуре питания заданы поровое и горное давления и исходная пористость пласта

$$p(R) = p_R, \quad \sigma_r(R) = \sigma_R = -(\Gamma - p_R), \quad m(R) = m_R \quad (2.2)$$

Эффективные напряжения (по Терцаги) σ_r, σ_θ равны компонентам полного напряжения Γ (горного давления) за вычетом порогового давления p [1, 2].

На контуре скважины задано пороговое давление, а радиальное эффективное напряжение считается равным нулю, если обеспечено удаление песка из ствола скважины

$$p(a) = p_a, \quad \sigma(a) = \sigma_a = 0 \quad (2.3)$$

Тем самым в системе уравнений первого порядка (1.1) – (1.4) и (1.7) искомыми переменными являются функции p, v, w, m и σ_r , зависящие в силу условия стационарности и симметрии только от радиуса r , а заданными граничными условиями служат (2.2) – (2.3).

Уравнения баланса масс дают известные интегралы неразрывности, которые в силу (2.1) имеют вид

$$Q_f = -2\pi h r m r_f w(r), \quad Q_s = -2\pi h r_s r (1 - m) v(r) \quad (2.4)$$

В зоне течения разрушенной массы интегрирование соотношения (1.7) приводит к кинематическому интегралу

$$v = \frac{C}{r^n}, \quad n = \frac{1 + \theta \Lambda}{1 - \theta \Lambda} \quad (2.5)$$

Поскольку плотность материала матрицы постоянна (зерна песка будем считать несжимаемыми), второй интеграл (2.4) совместно с (2.5) фактически определяют постоянную интегрирования C через массовый "дебит" песка Q_s и значение пористости m_R на контуре питания

$$1 - m = -\frac{Q_s}{2\pi h r_s} \frac{r^{n-1}}{C} = (1 - m_R) \frac{r^{n-1}}{R^{n-1}} \quad (2.6)$$

При $n > 1$ в зоне фильтрационного течения ($r < R$) происходит разрыхление матрицы среды (рост пористости), а при $n < 1$, когда показатель степени в (2.6) становится отрицательным, – ее уплотнение (пористость к скважине падает).

Интегралы (2.4) – (2.6) позволяют найти распределения скоростей жидкости и песка, причем здесь вводятся объемные расходы $G_f = Q_f / \rho_f$, $G_s = Q_s / \rho_s$

$$w(r) = -\frac{G_f}{2\pi h r m}, \quad v(r) = -\frac{G_s}{2\pi h r (1-m_R)} \left(\frac{r}{R}\right)^{1-n} \quad (2.7)$$

Подставим (2.7) в закон Дарси (1.3), что приводит к уравнению

$$\frac{2\pi k h}{\mu} \frac{dp}{dr} = \frac{G_f}{r} - \frac{G_s}{(1-m_R)r} \left\{ \left(\frac{r}{R}\right)^{1-n} - (1-m_R) \right\} \quad (2.8)$$

Уравнение равновесия (1.4) совместно с условием пластичности (1.6) приводятся к виду

$$\frac{1}{N-1} \frac{d}{dr} \{ (N-1)\sigma_r - Y_0 \} - \frac{(N-1)\sigma_r - Y_0}{r} - \frac{dp}{dr} = 0 \quad (2.9)$$

3. При отборе из скважины несжимаемой жидкости $\rho_f = \rho_f^0 = \text{const}$. Хотя плотность твердой фазы также считается постоянной, деформирование порового пространства происходит из-за дилатансионного пластического течения песка. Интегрирование (2.8), (2.9) соответственно дает

$$\frac{2\pi k h}{\mu} (p_k - p) = (G_f + G_s) \ln \frac{R}{r} - \frac{G_s}{(1-m_R)(1-n)} \left(1 - \frac{r^{1-n}}{R^{1-n}} \right) \quad (3.1)$$

$$(N-1)\sigma_r - Y_0 = \{ (N-1)\sigma_R - Y_0 \} \left(\frac{r}{R}\right)^{N-1} - (N-1)r^{N-1} \int_r^R \frac{dp}{dr} \frac{dr}{r^{N-1}} \quad (3.2)$$

Подставляя (2.8) в (3.2) и интегрируя, получим

$$\begin{aligned} \frac{2\pi k h}{\mu} \left\{ (N-1)\sigma_r - Y_0 - [(N-1)\sigma_R - Y_0] \left(\frac{r}{R}\right)^{N-1} \right\} = & -(G_f + G_s) \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{N-1} \right] + \\ & + \frac{G_s}{(1-m_R)} \frac{N-1}{N+n-2} \left[\left(\frac{r}{R}\right)^{1-n} - \left(\frac{r}{R}\right)^{N-1} \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

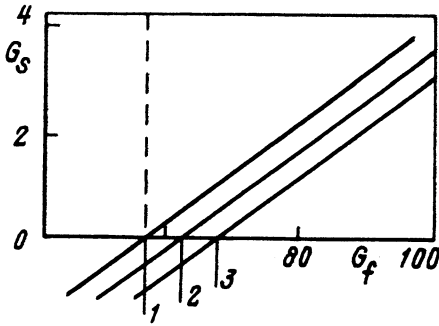
Подстановка граничных условий на скважине (2.1), (2.3) и на контуре питания (пластичности) (2.2) приводит к формулам

$$(G_f + G_s) \ln \frac{R}{a} - \frac{G_s}{(1-m_R)(1-n)} \left[1 - \left(\frac{a}{R}\right)^{1-n} \right] = \frac{2\pi k h}{\mu} (p_R - p_a) \quad (3.4)$$

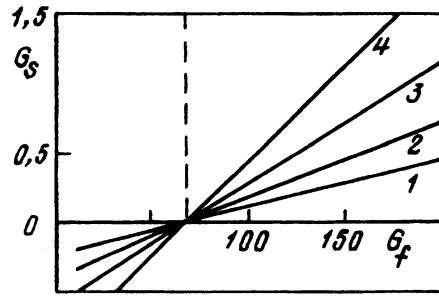
$$\begin{aligned} \frac{G_s}{(1-m_R)} \frac{N-1}{N+n-2} \left[\left(\frac{a}{R}\right)^{1-n} - \left(\frac{a}{R}\right)^{N-1} \right] - (G_f + G_s) \left[1 - \left(\frac{a}{R}\right)^{N-1} \right] = \\ = \frac{2\pi k h}{\mu} \left\{ (N-1)(\Gamma - P_R) \left(\frac{a}{R}\right)^{N-1} - Y_0 \left[1 - \left(\frac{a}{R}\right)^{N-1} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

разрешение которых позволяет найти оба дебита – и жидкости и песка.

Результаты расчетов по формуле (3.5) для типичных песков [1] приведены на фиг. 1–3. Каждой точке приведенных графиков отвечают свои значения $(p_R - p_a)$ в соответствии с (3.4).



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Соотношение дебита жидкости G_f (м³/сут) и интенсивности выноса песка G_s (м³/сут) при стационарной работе скважины в пласте из плотного песка ($n = 1,5$; $N = 3$). Линии 1–3 соответствуют значениям $Y_0 = 105$; 115; 125 кПа

Фиг. 2. То же, что на фиг. 1, для $Y_0 = 125$ кПа и $N = 3$. Линии 1–4 соответствуют значениям $n = 2,2$; 2,1; 2,0; 1,9

Существует критический дебит G_f^* , который разделяет интервалы положительного и отрицательного выноса песка. Поскольку отрицательный вынос при $(p_R - p_a) > 0$ физически невозможен, в соответствующем интервале следует полагать $G_s \equiv 0$, т.е. считать, что выноса песка нет. Значение G_f^* определяется главным образом сцеплением внутри движущейся матрицы пласта: линии 1, 3 фиг. 1 отвечают значениям $Y_0 = 105$; 115; 125 кПа при $n = 1,5$, $N = 3$ ($\theta > 0$, $\Lambda > 0$).

Песчаный фактор K_p , т.е. наклон линий на фиг. 1, 3, зависит от трения, дилатансии и пористости. На фиг. 2 представлен случай изначально плотной упаковки песка в пласте, когда вынос песка начинается после достижения G_f значения G_f^* , определяемым величиной $Y_0 = 125$ кПа, и происходит рост пористости в окрестности скважины: линии 1–4 соответствуют значениям $n = 1,9$; 2,1; 2,0; 2,2; $N = 3$ ($\theta > 0$, $\lambda > 0$).

Если изначально пористость пласта велика (см. фиг. 3), то в процессе своего смещения к скважине песок будет уплотняться (линии 1–4 соответствуют значениям $n = 0,7$; 0,8; 0,85; 0,9; $N = 3$ ($\theta > 0$, $\Lambda > 0$) при $Y_0 = 125$ кПа). При этом вынос песка происходит из-за высокого горного давления Γ и может быть прекращен за счет нагнетания жидкости: интервал $G_s = 0$ лежит правее G_f^* .

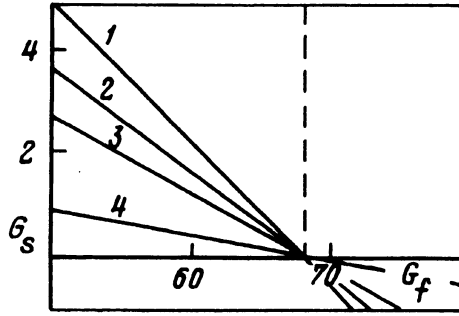
Без учета дилатансии ($\Lambda = 0$, $n = 1$, $m = \text{const}$) расчетные формулы иные и имеют вид

$$G_f - \frac{G_s m}{1 - m} = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{p_R - p_a}{\ln(R/a)} \quad (3.6)$$

$$\left(G_f - \frac{G_s m}{1 - m} \right) \left[1 - \left(\frac{a}{R} \right)^{N-1} \right] = - \frac{2\pi k h}{\mu} \left\{ (N-1)(\Gamma - p_R) \left(\frac{a}{R} \right)^{N-1} - Y_0 \left[1 - \left(\frac{a}{R} \right)^{N-1} \right] \right\}$$

В левую часть обоих уравнений (3.6) входит только одно искоемое – скорость жидкости относительно песка. Тем самым, согласно рассматриваемой модели, в отсутствие эффекта дилатансии (изменения пористости $\Lambda = 0$) решение существует только при определенной связи между параметрами, при этом дебит жидкости и интенсивности выноса песка в отдельности не определяются.

Знак θ совпадает со знаком дебита песка G_s . Моделирование смещений песка при



Фиг. 3. То же, что на фиг. 1, для пласта из рыхлого песка ($Y_0 = 125$ кПа, $N = 3$). Линии 1–4 соответствуют значениям $n = 0,7; 0,8; 0,85; 0,9$

нагнетании жидкости отвечает значениям $G_s < 0$ и $(p_R - p_a) < 0$, причем следует полагать $n < 1$, а также $N < 1$, $Y_0 < 0$.

Пренебрежем теперь в (3.4), (3.5) отношением a/R по сравнению с единицей. При этом в случае $n > 1$, $N > 1$, который отвечает рыхлению в зоне пластичности песка ($\Lambda > 0$) вблизи отбирающей жидкости скважины, получим

$$\frac{G_s}{1 - m_R} \left(\frac{R}{a} \right)^{n-1} \left[\frac{1}{(n-1) \ln(R/a)} - \frac{N-1}{N+n-2} \right] = \frac{2\pi kh}{\mu} \left(\frac{p_R - p_a}{\ln(R/a)} - Y_0 \right) \quad (3.7)$$

Случай $n < 1$ при $\Lambda < 0$ отвечает значению $N > 1$, а потому приближенно имеем

$$\frac{G_s}{(1 - m_R)(1 - n) \ln(R/a)} = \frac{2\pi kh}{\mu} \left[Y_0 - \frac{p_R - p_a}{\ln(R/a)} \right] \quad (3.8)$$

В обоих вариантах критический для выноса песка перепад давления зависит только от сцепления

$$(p_R - p_a) = Y_0 \ln(R/a) \quad (3.9)$$

и при его достижении определяющие уравнения, вообще говоря, должны быть дополнены градиентной вязкостью разрушенной матрицы среды. Соответственно возникает задача расчета вязкого течения пласта в целом. Напомним в этой связи, что перепад порового давления по закону Дарси расходует на относительное движение жидкости и с выносом песка уменьшается.

Задача о выносе песка в работающую газовую скважину [3–5] нелинейна, поскольку $\rho_f = \rho_0(p/p_0)$ и соответствующая система имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{dp}{dr_*} &= \frac{G_f p_R}{r_* p} - \frac{G_s}{r_* (1 - m_R)} [r_*^{1-n} - (1 - m_R)] \\ \frac{d\sigma_r}{dr_*} &= \frac{(N-1)\sigma_r - Y_0}{r_*} + \frac{dp}{dr_*} \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$r_* = \frac{r}{R}, \quad a_* = \frac{a}{R}, \quad G_f = \frac{Q_f}{\rho_0}, \quad G_s = \frac{Q_s}{\rho_s}, \quad p_0 = p_R$$

Интегрирование уравнений (3.10) проводится численно. Расчеты приводят принципиально к тем же результатам, как на фиг. 1–3. Однако вынос песка оказывается слишком большим.

Можно думать, что в реальности течение песка рыхлой фации происходит лишь по

тонкому прослою внутри мощного газового пласта, как это и утверждалось в [4], а интенсивность выноса песка должна быть отнесена к несравненно большим дебитам газа.

Выделение подобного прослоя на практике может быть осуществлено как радиометрическими способами, так и сейсмическими – по трубным волнам (Стоунли) [6, 7].

Вторая гипотеза, которая и будет проверена, это завышение размеров зоны пластического течения пласта при совпадении контура питания и упругопластической границы.

4. Итак, пусть зона пластического течения матрицы локализована в ближней окрестности забоя скважины, тогда как основная часть пласта деформируется фильтрационными силами по упругому закону. При такой постановке систему уравнений необходимо решать с учетом зависимости от времени. Действительно, упругопластическая граница будет обязательно перемещаться во внешнюю область пласта, что и обеспечит условие непрерывности на ней скоростей упругого и пластического смещений.

Пусть течение вызывается точечным стоком жидкости и песка, включенным в момент времени $t = 0$, с постоянными интенсивностями (2.1). На бесконечности ($r/a \rightarrow \infty$) выполнены условия покоя, т.е. давление, пористость и радиальные эффективные напряжения постоянны и равны начальным значениям (при $t = 0$). Они помечены индексом нуль.

Считаем, что интенсивность отбора жидкости соответствует реализации плоского пластического состояния матрицы пласта в кольцевой зоне $a(t) \leq r \leq b(t)$. Здесь $b(t)$ – радиус упругопластической границы, растущий во времени, как и радиус $a(t)$ скважины. В указанной зоне пластичности выполнены уравнения, сформулированные в разд. 1.

На упругопластической границе должны быть выполнены условия равенства значений, относящихся к внутренней и внешней стороне, – радиальных напряжений, поровых давлений, скоростей смещения и пористости

$$[\sigma_r] = 0, [p] = 0, [v] = 0, [m] = 0 \quad (r = b) \quad (4.1)$$

Сама упругопластическая граница $b(t)$ находится по критерию (1.5), выполняемому на ее внешней стороне, причем здесь должны учитываться все действующие напряжения в пласте, как начальные, так и генерируемые пуском скважины.

Поэтому рассматриваемое независимое от радиальной координаты начальное напряженное состояние (которое приводит всего лишь к переопределению сцепления в критерии разрушения) соответствует первому пуску скважины после процедуры бурения на пласт.

Если в качестве критерия пластического течения разрушенной матрицы (песка) используется то же условие пластичности (1.5), как и на упругопластической границе разрушения, то кольцевые напряжения будут также непрерывными. Другими словами, этот случай имеет место, если условие (1.5) выполнено на обеих сторонах границы $r = b(t)$, что и предполагается в данной работе.

В упругой зоне баланс сил, действующих в твердой фазе, имеет вид

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2G}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) - \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (4.2)$$

Эффективные напряжения выражаются через смещение в соответствии с законом Гука для плоской задачи

$$\sigma_r = (K + G) \frac{\partial u}{\partial r} + (K - G) \frac{u}{r} + \varepsilon p \quad (4.3)$$

$$\sigma_\theta = (K - G) \frac{\partial u}{\partial r} + (K + G) \frac{u}{r} + \varepsilon p \quad (4.4)$$

Здесь $\varepsilon = \beta K$ – безразмерное произведение объемного коэффициента матрицы K и

сжимаемости β , зерна [1, 2], G – модуль сдвига. Скорость смещений матрицы (песка) определим как производную по времени от смещения $v = du/dt$.

Если теперь ввести новые переменные $w\sqrt{t} = W$, $v\sqrt{t} = V$, $u/\sqrt{t} = U$ в функции от автомодельной переменной ξ , такой, что

$$\xi = \frac{r}{\sqrt{t}}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -\frac{1}{2t}\xi \frac{d}{d\xi}, \quad \frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{\sqrt{t}} \frac{d}{d\xi}, \quad V = -\frac{1}{2}\xi \frac{dU}{d\xi} + \frac{1}{2}U \quad (4.5)$$

то граничные условия будут соответствовать стационарному решению в пространстве ξ . Условия для интенсивностей точечного стока будем задавать на малом радиусе условной скважины ($\xi = \xi_a = \text{const} = a/\sqrt{t}$)

$$G_f = -2\pi a h w m \equiv -2\pi h (a/\sqrt{t}) W m = \text{const} \quad (4.6)$$

$$G_s = -2\pi a h v (1 - m) = -2\pi h (a/\sqrt{t}) V (1 - m) = \text{const} \quad (4.7)$$

Радиус условной скважины определяем так, чтобы: $p = p_a$ при $r = a(t)$, и, согласно (2.3), потребуем одновременного обращения в нуль радиального эффективного напряжения

$$\sigma_r = 0, \quad r = a(t) \quad (4.8)$$

Начальные условия покоя и условия на бесконечности совпадают

$$\sigma_r = -(\Gamma - p_0), \quad p = p_0, \quad m = m_0 \quad (\xi = \infty) \quad (4.9)$$

Это обстоятельство исключает – при автомодельной постановке задачи – начальные неоднородные поля эффективных напряжений.

При численной реализации автомодельного решения эти условия будем задавать на достаточно большом радиусе $R(t)$, иначе говоря, на ξ_R

$$p = p_0 \equiv p_R, \quad m = m_0 \equiv m_R, \quad \sigma_r = -(\Gamma - p_R) \quad (4.10)$$

Тем самым в пространстве автомодельной переменной на скважине и на контуре R ставятся те же граничные условия, что и в стационарной задаче. В приводимых ниже расчетах допускалось, что (4.10) выполняется при $\xi_R = 1$ и соответствует реальному радиусу контура питания, растущему пропорционально \sqrt{t} .

Построенное ниже решение имеет практический смысл, пока $a(t) < r_w$, где r_w – реальный радиус скважины (на которой давление p_w меняется во времени).

Автомодельная система уравнений для упругой зоны имеет следующую форму:

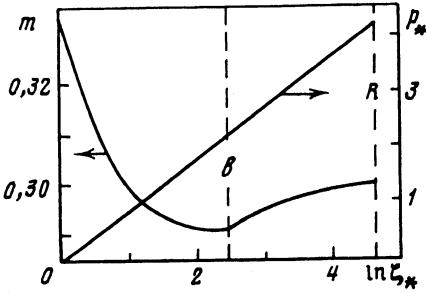
$$\frac{2\pi k h}{\mu} \frac{dp}{d\xi} = -m(W - V) \quad (4.11)$$

$$\frac{\xi}{2} \frac{dm}{d\xi} - \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} (\xi m W) = 0, \quad \frac{\xi}{2} \frac{dm}{d\xi} + \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} (\xi (1 - m) V) = 0 \quad (4.12)$$

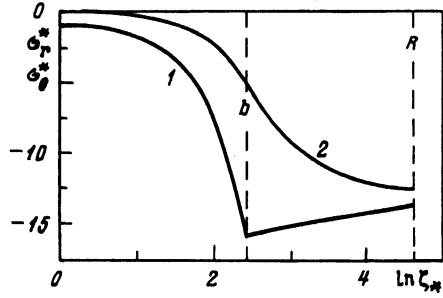
$$\frac{dV}{d\xi} + \frac{K - G}{K + G} \frac{V}{\xi} + \frac{1}{K + G} \frac{\xi}{2} \left(\frac{d\sigma_r}{d\xi} - \varepsilon \frac{dp}{d\xi} \right) = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{dp}{d\xi} + \frac{K + G}{1 - \varepsilon} \left[\frac{2}{\xi} \frac{d}{d\xi} (\xi V) \right] = 0 \quad (4.14)$$

где (4.11) – закон Дарси относительно движущейся матрицы (песка), (4.12) – уравнения баланса масс, (4.13) – продифференцированный закон Гука и (4.14) – баланс сил в пористой матрице.



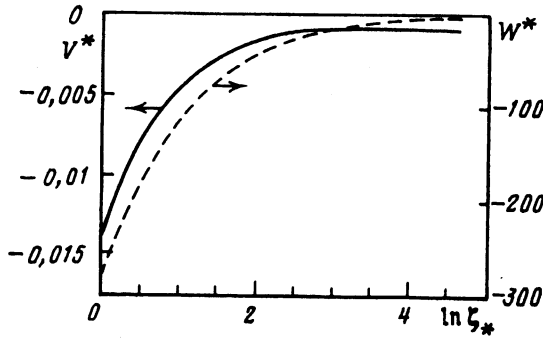
Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Зависимость пористости m и порового давления $p = p_* Y_0$ от автомодельной переменной $\xi = \zeta_* \xi_a$

Фиг. 5. Распределение эффективных кольцевых (1) $\sigma_\theta = \sigma_\theta^* Y_0$ и радиальных (2) $\sigma_r = \sigma_r^* Y_0$ напряжений относительно автомодельной переменной $\xi = \zeta_* \xi_a$



Фиг. 6. Распределение скоростей песка $V = V^* \mu / (2R \sqrt{i} \Gamma)$ и жидкости $W = W^* \mu / (2R \sqrt{i} \Gamma)$ относительно автомодельной переменной $\xi = \zeta_* \xi_a$

Если упругое напряжение на некотором радиусе удовлетворит пределу пластичности (1.5), то это определит границу $\xi_b = b / \sqrt{i}$, причем на ней

$$\sigma_r = \frac{1}{N-1} \left(\frac{2V}{\xi} + 1 \right) \quad (4.15)$$

$$[p] = 0, [\sigma_r] = 0, [m] = 0, V = \frac{1}{2} U - \frac{1}{2} \xi \frac{dU}{d\xi} \quad (\xi = \xi_b) \quad (4.16)$$

Система уравнений внутри зоны пластичности включает в себя закон Дарси (4.11), баланс масс обеих фаз (4.12), но вместо упругой связи вводится условие дилатансии и уравнение равновесия, которые имеют вид

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = -n \frac{V}{\xi}, \quad \frac{d\sigma_r}{d\xi} = -\frac{\sigma_r(1-N) + Y_0}{\xi} + \frac{dp}{d\xi} \quad (4.17)$$

Соответствующая автомодельная задача была решена численно методом Рунге – Кутты. Неизвестными были пять функций p, σ_r, W, V, m , поскольку соотношение $v = du/dt$ позволило исключить смещение u из рассмотрения. Критерий (1.5) проверялся на каждом шаге вычислений. На контуре питания фильтрационного потока смещение матрицы выбиралось так, чтобы условие $\sigma_r = 0$ удовлетворялось при $a = \xi_a \sqrt{t}$.

Проверялось также условие малости скважины $a < r_w$. Рассчитанные величины дебитов песка и жидкости определялись по скоростям смещений.

На фиг. 4, 5, 6 результаты вычислений приведены для следующих параметров: $n = 1,1$; $N = 3$; $R = 10$ м; $\sigma_R = -15$ МПа; $\Gamma = 40$ МПа; $h = 10$ м; $k = 10^{-13}$ м²; $\mu = 0,001$ (Па · с); $Y_0 = 1,2$ МПа; $G_f = 600$ м³/сут; $G_s = 0,16$ м³/сут; $\rho_f = 10^3$ кг/м³; $\rho_s = 2630$ кг/м³; $p_a = 5$ МПа.

Зависимость пористости и порового давления от автомоделной переменной показана на фиг. 4. В логарифмических координатах распределение давления оказалось практически линейным. Пористость в упругой зоне уменьшается вследствие сжатия пласта горным давлением, а в пластической зоне возрастает в результате дилатансионного разрыхления.

Распределения радиальных и кольцевых напряжений в пласте приведено на фиг. 5, а скорости песка и жидкости изображены на фиг. 6.

Заключение. Найдена относительно простая постановка принципиальной задачи о пластическом разрушении матрицы пористого пласта подземным потоком. Учет дилатансионного изменения пористости позволил найти связь дебитов жидкости и интенсивности выноса фрагментов разрушения (песка). Логарифмическая зависимость порового давления от радиальной координаты в автомоделной задаче позволяет оценить радиус контура питания в задаче о стационарном притоке к скважине.

Заметим, что неравные горные давления [8, 9] приводят к локализации пластического разрушения, но требуют анализа неоднородных задач. Последние нужны и для учета вертикальных смещений, приводящих в ряде случаев к просадке свободной поверхности территории месторождений.

Авторы весьма признательны А.А. Бармину за дискуссию и конструктивные предложения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика. М.: Недра, 1996. 447 с. Nikolaevskiy V.N. Geomechanics and Fluidodynamics. Dordrecht, Kluwer Acad. Publ. 1996. 349 p.
2. Nikolaevskiy V.N. Mechanics of Porous and Fractured Media. Singapore: World Scientific, 1990. 472 p.
3. Ланук Б.Б. Теоретические основы разработки месторождений природных газов. М.; Л.: Гостоптехиздат, 1948. 296 с.
4. Масленников В.В., Ремизов В.С. Системный геофизический контроль разработки крупных газовых месторождений. М.: Недра, 1993. 302 с.
5. Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1972. 336 с.
6. Амиров А.Н., Гальперин Е.И. Опыт и результаты применения ВСП для оценки фильтрационных свойств коллекторов // Экспресс-информ. ВНИИОЭНГ, сер. Нефтегазовая геология и геофизика. 1990. Вып. 3. С. 25–31.
7. Li Y.D., Rabbel W., Wang R. Investigation of permeable fracture zones by tube wave analysis // Geophys. J. International. 1994. V. 116. P. 739–753.
8. Detournay E., Cheng A.H.-D. Poro-elastic response of a borehole in a non-hydrostatic stress field // Intern. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. 1988. V. 25. № 3. P. 171–182.
9. Жиленков А.Г., Капустянский С.М., Николаевский В.Н. Деформации скважин в поле разрушающих горизонтальных напряжений // Изв. РАН. Физика Земли. 1994. № 7.8. С. 142–147.

Москва

Поступила в редакцию
19.XII.1996