

УДК 532.582.7

© 1998 г. А.Н. ПРОКУНИН

О СЕДИМЕНТАЦИИ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ ВДОЛЬ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Экспериментально изучено движение твердой сферической частицы вдоль наклонной плоскости в начально-неподвижной ньютоновской жидкости под действием собственного веса при малых числах Рейнольдса. Сопоставление эксперимента с расчетами показало, что может иметь место как контактное с плоскостью, так и бесконтактное движение частицы. Последнее не может быть объяснено в рамках приближения Стокса.

В [1, 2] получено решение задачи о стационарном движении вращающейся сферической частицы вдоль стенки в ньютоновской жидкости при малых числах Рейнольдса в безынерционном приближении Стокса. Исходя из этого решения, невозможно скатывание частицы в неподвижной жидкости по наклонной плоскости под действием собственного веса без конечного зазора между частицей и стенкой. При этом для стоксового приближения отсутствует нормальная к поверхности сила, способная обеспечить движение с зазором. В [3] это противоречие устранялось путем контактного движения, в котором зазор образован естественными шероховатостями стенки и частицы. В настоящей работе исследуется возможность бесконтактного движения частицы со стенкой при малых числах Рейнольдса.

1. Постановка задачи. Твердая сферическая частица под действием собственного веса скатывается вдоль наклонной стенки в ньютоновской жидкости с поступательной постоянной скоростью u , вращаясь с постоянной угловой скоростью Ω (см. фиг. 1). Параметры, управляющие ее движением: d – диаметр частицы, ρ_p и ρ_f – плотности частицы и жидкости, η – вязкость жидкости, h – величина зазора между частицей и стенкой, g – ускорение свободного падения, α – угол наклона плоскости, H – смещение линии действия нормальной реакции стенки относительно центра частицы, k_s – коэффициент трения скольжения. Последние два параметра соответствуют движению частицы при контакте со стенкой.

Если знать значения u , Ω и h , то в случае их постоянства процесс движения сферической частицы в ньютоновской жидкости определяется лишь тремя безразмерными параметрами

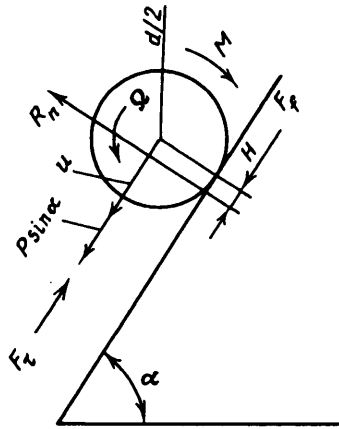
$$Re_p = \frac{ud\rho_f}{\eta}, \quad \omega = \frac{d\Omega}{2u} \quad (0 \leq \omega \leq 1), \quad \varepsilon = \frac{2h}{d} \quad (1.1)$$

Здесь Re_p – число Рейнольдса, ω – коэффициент проскальзывания, ε – безразмерная величина зазора между частицей и стенкой.

Используя квазистационарное приближение, запишем уравнения для баланса сил и моментов (см. фиг. 1)

$$F_t = P \sin \alpha - F_f, \quad F_n = P \cos \alpha - R_n, \quad P = (\rho_p - \rho_f)Vg \quad (1.2)$$

$$M = F_f \frac{d}{2} - HR_n \quad (1.3)$$



Фиг. 1. Схема движения сферической частицы

Здесь $F = \{F_\tau, F_n\}$ и M – динамические сила и крутящий момент, действующие со стороны жидкости на частицу; индексы τ и n означают проекции на направление скорости u и на нормальное этому направлению, R_n – нормальная реакция стенки на частицу, P – вес частицы в жидкости, V – объем частицы, F_f – сила трения. Характер трения может в принципе меняться от чистого качения до чистого скольжения. Согласно [4], сила трения F_f зависит от ω и при $\omega \lesssim 0,9$ можно считать

$$F_f \approx k_s(P \cos \alpha - F_n) \quad (1.4)$$

Как известно, $2H/d \ll k_s$ и для $\omega \lesssim 0,9$ вторым членом в выражении для M (1.3) можно пренебречь. В случае движения частицы без контакта со стенкой

$$F_\tau = P \sin \alpha, M = 0 \quad (1.5)$$

Согласно (1.1), выражения для сил и моментов в безразмерном виде ($S = \pi d^2/4$)

$$\begin{aligned} C_\tau &= \frac{2F_\tau}{\rho_f u^2 S} = C_\tau(\text{Re}_p, \omega, \epsilon), \quad C_n = \frac{2F_n}{\rho_f u^2 S} = \\ &= C_n(\text{Re}_p, \omega, \epsilon), \quad C_M = \frac{2M}{\rho_f u^2 d S} = C_M(\text{Re}_p, \omega, \epsilon) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь C_τ – традиционный коэффициент сопротивления движению сферической частице. Если в (1.3) пренебречь влиянием трения качения $2H/d \ll k_s$, то

$$C_{\tau M} = \frac{2P \sin \alpha}{\rho_f u^2 S} = C_\tau + C_M = C_{\tau M}(\text{Re}_p, \omega, \epsilon) \quad (1.7)$$

Этой функцией удобно пользоваться при обработке экспериментов для больших чисел Re_p (см. [5]) при не очень маленьких углах α , при которых $\omega < 1$. В [5] обсужден случай $C_{\tau M} \approx C_\tau$ при контактном движении. В случае бесконтактного движения $C_{\tau M} = C_\tau$. Все сказанное справедливо при произвольных числах Рейнольдса.

В [1, 2] рассмотрена стационарная задача о движении сферической частицы со скоростями u вдоль стенки и Ω с зазором h между частицей и стенкой для $\text{Re}_p \ll 1$ в стоксовом приближении. При $\epsilon \rightarrow 0$ найдено [1]

$$F_\tau = -3\pi\eta d \left[\left(\frac{8}{15} \ln \epsilon - 0,96 \right) u - \left(\frac{2}{15} \ln \epsilon + 0,25 \right) \frac{\Omega d}{2} \right]$$

$$F_n \equiv 0 \quad (1.8)$$

$$M = -2\pi\eta d^2 \left[\left(\frac{2}{5} \ln \varepsilon - 0,38 \right) \frac{d\Omega}{2} - \left(\frac{1}{10} \ln \varepsilon + 0,19 \right) u \right]$$

Здесь обращает на себя внимание отсутствие нормальной составляющей гидродинамической силы благодаря симметричному обтеканию частицы жидкостью в стоксовом приближении. Для $Re_p \ll 1$ выражения (1.6), (1.7) примут вид

$$C_\tau = \frac{B_\tau}{Re_p}, \quad C_M = \frac{B_M}{Re_p}, \quad C_n \equiv 0, \quad C_{\tau M} = \frac{B_{\tau M}}{Re_p}, \quad B_n = 0$$

$$B_\tau = -24 \left[\left(\frac{8}{15} \ln \varepsilon - 0,96 \right) - \left(\frac{2}{15} \ln \varepsilon + 0,25 \right) \omega \right]$$

$$B_M = -32 \left[\left(\frac{2}{5} \ln \varepsilon - 0,38 \right) \omega - \left(\frac{1}{10} \ln \varepsilon + 0,19 \right) \right] \quad (1.9)$$

$$B_{\tau M} = -24 \left[\left(\frac{6}{15} \ln \varepsilon - 1,21 \right) + \left(\frac{6}{15} \ln \varepsilon - 0,76 \right) \omega \right]$$

В случае движения сферы без вращения вдали от стенки, согласно Стоксу, $B_\tau = 24$. Безразмерное представление сил и момента B_τ , B_n и B_M дает первый член асимптотического ряда по Re_p , соответствующий приближению Стокса.

Из (1.8) в силу логарифмической особенности по ε следует, что скатывание частицы по наклонной плоскости с конечной скоростью под действием веса в контакте со стенкой для абсолютно гладкой частицы невозможно [1]. Для реальных частиц эксперимент показывает противоположное, ибо частица не может двигаться лишь при углах $\alpha \lesssim 1^\circ$ [5]. Последнее, по-видимому, можно объяснить трением качения ($H \neq 0$). В [1] обсуждается ряд механизмов, которые могут устранить противоречие между теорией и экспериментом.

В [1, 3] сделано предположение, что зазор h обусловлен шероховатостями поверхностей сферы и плоскости. Эксперименты [3] с большой сферой с наклеенными малыми полусферами ($h \sim 10^2$ мкр) дали хорошее согласование с теорией (1.2), (1.3), (1.8). При этом коэффициент k_s (см. (1.4)) являлся подгонным коэффициентом.

Теория движения при $h = 0$ с проскальзыванием (может быть, и эффективным) жидкости относительно поверхностей (случай, когда не выполняется условие прилипания) развита в [6]. Этот механизм, согласно [3], вряд ли определяет рассматриваемые здесь движения частиц.

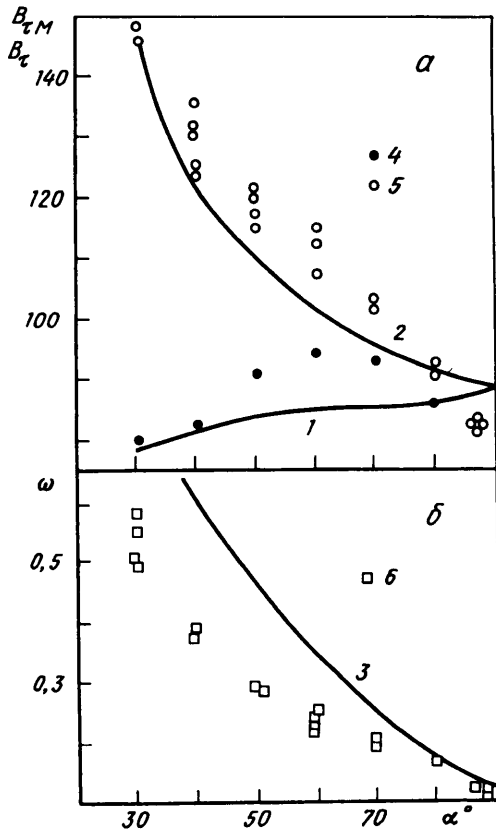
Ниже показано, что наряду с контактным движением, определенным шероховатостями, может существовать и бесконтактное движение частицы вдоль плоскости, не объясняемое в рамках стоковского приближения.

2. Методика эксперимента. Опыты проведены в наклонной стеклянной трубе диаметра $D = 4,4$ см для $d/D \ll 1$. Угол наклона трубы α непрерывно менялся от 0° в горизонтальном положении до 90° . Схема установки приведена в [5].

Шероховатости частицы h_p измерены шуповым прибором (путем сравнения с эталонными поверхностями), используемым для определения класса точности обработки R_a в шарикоподшипниковой промышленности (см. подробнее [5])

$$h_p = 2R_a = \frac{2}{l} \int_0^l |y(x)| dx$$

Здесь l – фиксированная длина на поверхности, $y(x)$ – профиль поверхности, измеряемый от его среднего значения. Замер проведен в пяти различных местах сферической частицы. Аналогично измерена шероховатость стенки h_w .



Фиг. 2. Зависимость сил B_{τ} , $B_{\tau M}$ (а) и коэффициента проскальзывания ω (б) от угла наклона стенки α для сферической свинцовой частицы с большой шероховатостью 1-3 – расчетные кривые; 4-6 – эксперимент

Скорости u и Ω найдены визуально с помощью секундомера, линейки и метки на частице.

Коэффициент трения k_s определен как тангенс максимального угла наклона трубы, при котором две склеенные между собой движущиеся друг за другом вдоль трубы частицы останавливались (см. схему в [5]) при медленном уменьшении угла α .

3. Движение сферической частицы с большой шероховатостью. Экспериментальные зависимости $B_{\tau M}$ (5) (построена без учета трения, см. (1.7), (1.9)), B_{τ} (4) (с учетом трения, см. (1.2), (1.4), (1.6), (1.9)) и ω (6) (см. (1.1)) от угла наклона трубы α для свинцовой частицы в водном растворе глицерина представлены на фиг. 2.

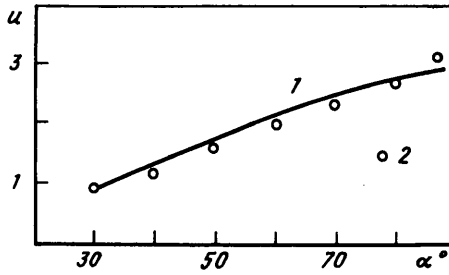
Расчеты проведены для случая контакта частицы и стенки по формулам (1.2), (1.3), (1.4), (1.8), вычислены u и Ω и далее из (1.1), (1.9) B_{τ} , $B_{\tau M}$ и ω для следующих значений констант:

$$d = 0,35 \text{ см}, \eta = 6,4 \text{ П}, \rho_f = 1,25 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_p = 11,3 \text{ г/см}^3, k_s = 0,27 \pm 0,02, h = h_p = 11 \pm 4 \text{ мкр}$$

Значением шероховатости стенки пренебрегали, ибо $h_w = 0,04 \pm 0,02$ мкр. Результаты расчетов представлены на фиг. 2 кривыми 1-3.

На фиг. 3 приведены теоретическая (1) и экспериментальная (2) зависимости $u(\alpha)$.



Фиг. 3. Зависимость скорости u (см/с) движения свинцовой частицы вдоль стенки от угла ее наклона α

Отмечается (фиг. 2, 3) достаточно хорошее соответствие теории и эксперимента по всей совокупности данных. При этом зазор между частицей и стенкой искажался шероховатостями, что могло приводить к некоторым несоответствиям теории и эксперимента. Отметим, что подгоночных параметров в отличие от [3] здесь не было. Выдвинутая в [1, 3] гипотеза об образовании необходимого для движения зазора между частицей и стенкой шероховатостями поверхностей здесь является правомерной.

4. Некоторые несоответствия теории [1, 3] с экспериментом при больших углах наклона трубы. В общем случае, даже не пользуясь дополнительными предположениями относительно силы трения (см. (1.4)) и отжимающей частицу от стенки силы F_n , можно записать

$$F_f \leq k_s(P \cos \alpha - F_n) \quad (4.1)$$

Согласно (4.1), при $\alpha \rightarrow 90^\circ$ $B_M \rightarrow 0$, $F_\tau \approx P \sin \alpha$, $B_{\tau M} \approx B_\tau$ и из первых двух уравнений (1.9) по известным из экспериментов значениям B_τ определяются безразмерный зазор ϵ (или h , см. (1.1)) и коэффициент проскальзывания ω . В табл. 1 представлены расчетные и экспериментальные значения h и ω для различных частиц и для $\alpha = 87^\circ$. Под экспериментальным значением h понимается значение, определенное по шероховатостям, т.е. когда $h = h_p$. Прочерк означает отсутствие экспериментальных данных. Согласно табл. 1, только для алюминия имеется совпадение по h , т.е. $h = h_p \approx 3,2$ мкр. Для других частиц теоретические значения h значительно больше экспериментальных. Для ω имеется прекрасное согласование по всей совокупности экспериментальных данных. При этом значения ω достаточно малые, т.е. влияние стенки минимально.

Все это наводит на мысль, что при малых шероховатостях поверхностей сферическая частица не движется в контакте со стенкой по крайней мере при больших углах α .

5. Движения сферической частицы с малыми шероховатостями. Эксперименты проведены в водном растворе глицерина при 26°C для двух стальных сферических частиц, имеющих приблизительно равные диаметры d и коэффициенты трения k_s , но с сильно различающимися шероховатостями h_p (см. табл. 2, $h_p \leq 1$ мкр).

Экспериментальные зависимости $B_{\tau M}$ (1.9) и ω (1.1) от угла наклона трубы α представлены на фиг. 4. Экспериментальным данным (точки 3 и 4) на фиг. 4 отвечают соответствующие значения в табл. 2. Зависимости $\omega(\alpha)$ при достаточно больших углах почти не возрастают с уменьшением угла α . Первой при $\alpha \approx 50^\circ$ начинает резко возрастать зависимость 3, соответствующая сферической частице с большими шероховатостями. При еще несколько меньших значениях α происходит резкий рост второй (4) зависимости. Они существенно отличны от зависимости $\omega(\alpha)$ для свинцовой частицы (см. фиг. 2), для которой резкий рост $\omega(\alpha)$ с уменьшением α начинается уже

Таблица 1

Материал	d , см	ρ_p , г/см ³	B_τ	ω	Re_p	h , мкр	h , мкр	ω
	Эксперимент						Расчет	
Карбид вольфрама	0,48	15	104	0,15	0,14	0,24 ± 0,002	4,0	0,15
Бронза	0,633	8,42	105	0,15	0,14	0,46 ± 0,08	5,2	0,15
Алюминий	0,633	2,7	111	0,17	0,032	3,6 ± 0,6	3,2	0,16
	0,238	2,7	92	0,16	0,0021	—	5,5	0,14

Таблица 2

N	d , см	h_p , мкр	h_w , мкр	k_s	ρ_p , г/см ³	ρ_f , г/см ³
3	0,408	0,3 ± 0,1	0,04 ± 0,02	0,22 ± 0,02	7,8	1,25
4	0,396	0,02 ± 0,004	0,04 ± 0,02	0,22 ± 0,02	7,8	1,25

при $\alpha \approx 85^\circ$, хотя коэффициенты трения для свинца и стали различаются не сильно.

Проведены также опыты со стальной частицей $d = 0,396$ см в том же растворе глицерина при температурах 16 и 30°C (см. фиг. 4, точки 5, 6) для углов $70^\circ \leq \alpha < 90^\circ$. Вязкость при этом уменьшалась от 13,6 до 4,5 П, а числа Рейнольдса изменялись на порядок. Например, при $\alpha = 89^\circ$ числа Re_p для этих температур равнялись соответственно $3,3 \cdot 10^{-2}$ и $3 \cdot 10^{-1}$. Зависимости $B_{\tau M}$ и ω от α при больших углах совпали с полученными для 26°C (см. фиг. 4, точки 3, 4) и практически не зависели от температуры.

Приведенные в табл. 1 и на фиг. 4 данные показывают, что по крайней мере для $\alpha > 40-50^\circ$ стальные частицы движутся без контакта со стенкой под действием некоторой нормальной силы F_n . А резкий рост $\omega(\alpha)$ при уменьшении α соответствует касанию частицей стенки, происходящего сперва для более шероховатой частицы, затем — для менее. Для свинца, как упоминалось выше, касание существовало практически изначально.

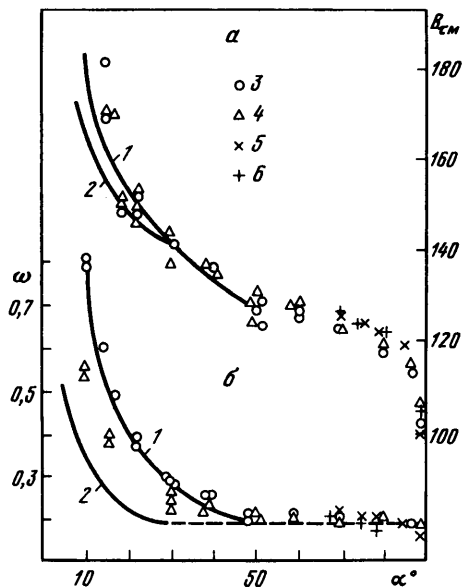
Расчет зависимости коэффициента проскальзывания ω и безразмерного зазора $\epsilon = 2h/d$ от угла наклона стенки α проведен по формулам (1.9), где для достаточно больших α величина B_τ в предположении о бесконтактности движения определена силой $F_\tau = P \sin \alpha$ и экспериментально измеренной скоростью u , а $B_M \equiv 0$ (1.5). Все необходимые для расчета параметры даны в табл. 2. Расчеты проведены до достижения зазором h при некотором угле α_0 размеров шероховатости. В первом случае $h = h_p \approx 0,3$ мкр ($h_w \ll h_p$), во втором $h = h_p + h_w \approx 0,06$ мкр. Отметим, что при $\alpha = 89^\circ$ расчетная величина $h \approx 3,1$ мкр.

После касания частицами стенки их дальнейшее движение осуществляется либо с постоянным значением $\epsilon \approx 2h_p/d_1$, либо с $\epsilon \approx 2(h_p + h_w)/d_2$. Отжимающая же частицу от стенки сила при угле касания α_0 равна нормальной составляющей веса частицы в жидкости. Полагается, что эта сила в области $\alpha \leq \alpha_0$ в основном зависит от h

$$F_\tau = P \sin \alpha - F_f, \quad M = \frac{F_f d}{2} \quad (5.1)$$

$$F_f = k_s P (\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$

Подставляя (5.1) в (1.8), можно рассчитать значения $u(\alpha)$ и $\Omega(\alpha)$, а тем самым, например, $B_{\tau M}(\alpha)$ и $\omega(\alpha)$.



Фиг. 4. Расчет (кривые 1–2) и экспериментальные значения (точки 3–6) силы $B_{\tau M}$ (а) и коэффициента проскальзывания ω (б) от угла наклона стенки α для стальных частиц с малыми шероховатостями

Зависимости $\omega(\alpha)$ (фиг. 4, б) до касания частиц со стенкой при $\alpha \geq \alpha_0$; $\alpha_0 = 48^\circ$ для $h_p = 0,3$ мкр и 27° для $0,02$ мкр, представлены штрихованной частью кривых, которые при $\alpha > 48^\circ$ совпадают. После же касания частицами стенки – это сплошные части кривых $\omega(\alpha)$ 1 и 2, соответствующие случаям большей и меньшей шероховатости. Сплошными же частями кривых 1 и 2 представлены и зависимости (фиг. 4, а) B_{τ} при движении частиц в контакте со стенкой. Для $\alpha > \alpha_0$ эти зависимости не приводятся, ибо неизвестна природа силы F_n .

Расчетные зависимости на фиг. 4 неплохо согласуются с экспериментом, если учесть, что в расчетных формулах не учитываются искажение зазора h за счет шероховатостей (при движении в контакте со стенкой) и добавки в решении, связанные с существованием нормальной силы F_n . Явное различие зависимостей $\omega(\alpha)$ для частиц с различными шероховатостями практически пропадает для соответствующих зависимостей $B_{\tau M}(\alpha)$. Подчеркнем, что при расчетах не использовалось никаких подгоночных параметров. В случае свинца (фиг. 2) учет небольшой (в силу большого зазора) силы F_n улучшит совпадение экспериментов и расчетов.

6. О возможной природе отжимающей от стенки частицу силы. Из сказанного выше остается неясным происхождение силы F_n , удерживающей частицу в бесконтактном движении. Здесь обсуждаются в продолжение [1, 3] некоторые возможные причины появления такой силы. Учет инерции в уравнениях гидродинамики является, казалось бы, наиболее естественной причиной возникновения F_n . Но в этом случае безразмерная нормальная сила $F_n/(\eta du)$ убывающая функция Re_p , стремящаяся к нулю, так как $B_n \equiv 0$ (1.9). Эксперименты проведенные со стальной частицей при различных температурах жидкости (фиг. 4, точки 5, 6), показывают не в пользу этого.

Согласно (1.9) и экспериментальным данным, скорость $u \sim \eta^{-1}$, а тем самым и значения $F_n/(\eta du) = P \cos \alpha/(\eta du)$ при разных температурах практически одни и те же, хотя числа Re_p меняются на порядок. Возможно, что число Re_p следует изменять значительно больше.

В тонких слоях жидкости между твердыми поверхностями под их воздействием

могут меняться ее физические свойства с исчезновением частей, сохраняющих объемные свойства. Для поддержания термодинамического равновесия в этом случае надо к твердым поверхностям приложить "расклинивающее" давление [7]. Характерная толщина таких слоев для некоторых низкомолекулярных жидкостей, а такими являются ньютоновские жидкости, $h \leq 0,05$ мкр. Таким образом, этим механизмом вряд ли можно объяснить возникающие зазоры $h \sim 1$ мкр, хотя для растворов глицерина данные об h отсутствуют.

При значительных скоростях деформации (или при быстрых воздействиях) даже для типичных ньютоновских жидкостей могут проявляться свойства сдвиговой упругости [8]. В этом случае необходимо, чтобы число Вейссенберга $We = \dot{\gamma}\theta \sim 1$ (θ – время релаксации жидкости, $\dot{\gamma}$ – скорость деформации). Сдвиговое движение приводит в этом случае к образованию (наряду с касательными) нормальных к поверхностям напряжений [9]. Вследствие того что при движении сферической частицы $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ при $\epsilon \rightarrow 0$, вязкоупругий механизм образования силы F_n делается в принципе возможным [1], несмотря на малость времени θ . В приведенных опытах со стальными частицами $\dot{\gamma} \leq 10^5$ с⁻¹. Величина времени θ для глицерина в литературе отсутствует. В пользу вязкоупругого механизма говорит и независимость результатов опытов (см. фиг. 4) от температуры. Такое поведение для вязкоупругой жидкости наблюдается, например, при стационарном сдвиге в режиме постоянного напряжения [9]. В этом случае безразмерная скорость сдвига $\dot{\gamma}\theta$ и тем самым нормальные напряжения не зависят от температуры.

Причины бесконтактного движения сферической частицы могут быть различны. В зависимости от толщины зазора его определяют разные механизмы.

Заключение. При седиментации сферической частицы в вязкой жидкости вдоль наклонной плоскости с уменьшением угла наклона происходит переход от бесконтактного движения к контактному, которое обусловлено шероховатостями поверхностей. Для частиц с большими шероховатостями (~ 10 мк) бесконтактное движение практически не наблюдается при любых углах наклона плоскости. Причины бесконтактного движения не ясны. Они не могут быть объяснены в рамках приближения Стокса, где подъемная сила, действующая на частицу, равна нулю. Возможно, что бесконтактное движение частицы связано с изменением свойств жидкости в тонком зазоре между частицей и стенкой.

Автор благодарит М.А. Брутяна и В.И. Рогатина за помощь в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Goldman A.J., Cox R.G., Brenner H. Slow viscous motion of a sphere parallel to a plane wall. I // Chem. Eng. Sci. 1967. V. 22. № 4. P. 637–651.
2. O'Neill M.E., Stewartson K. On the slow motion of a sphere parallel to a nearby plane wall // J. Fluid Mech. 1967. V. 27. Pt 4. P. 705–724.
3. Smart J.R., Beimfohr S., Leighton D.T. Measurement of the translational and rotational velocities of a noncolloidal sphere rolling down a smooth inclined plane at low Reynolds number // Phys. Fluids. A. 1993. V. 5. № 1. P. 13–24.
4. Johnson K.L. Contact mechanics. Cambridge: Univ. Press. 1985. 452 p.
5. Прокунин А.Н., Уильямс М.К. Седиментация сферической частицы вдоль наклонной плоскости при больших числах Рейнольдса // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 4. С. 105–112.
6. Davis A.M.J., Kezirian M.T., Brenner H. On the Stokes-Einstein model of surface diffusion along solid surfaces: slip boundary conditions // J. Colloid and Interface Sci. 1994. V. 165. № 1. P. 129–140.
7. Дерягин Б.В. Теория устойчивости коллоидов и тонких пленок. М.: Наука, 1986. 205 с.
8. Корнфельд М.И. Упругость и прочность жидкостей. М.; Л.: Гостехиздат, 1951. 108 с.
9. Leonov A.I., Prokunin A.N. Nonlinear phenomena in flows of viscoelastic polymer fluids. L.: Chapman and Hall, 1994. 475 p.

Москва

Поступила в редакцию
16.I.1997