

УДК 532.546:538.25

© 1998 г. В.А. БРАЙЛОВСКАЯ, Л.В. ФЕОКТИСТОВА

### СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛОБМЕН В АНИЗОТРОПНЫХ ПОРИСТЫХ КОЛЬЦЕВЫХ ПРОСЛОЙКАХ

Представлены результаты расчета течения и теплообмена в кольцевых пористых прослойках в зависимости от числа Рэлея, геометрии прослойки и анизотропии проницаемости. Установлено существование одновихревых и многовихревых режимов конвекции в зависимости от коэффициента анизотропии проницаемости и показана их роль в эффективности теплоизоляционных свойств цилиндрических прослоек.

В [1–9] рассматривалась конвекция в цилиндрических изотропных пористых слоях. В [1–6] исследовалась конвективная фильтрация в изотропных пористых кольцевых прослойках с внутренним подогревом, в [7–9] – при подогреве снаружи. Однако материалы обладают существенной анизотропией проницаемости. В [10] на основе линейаризованных уравнений найдено критическое число Рэлея  $Ra$ , при котором возникает конвекция в бесконечном горизонтальном слое пористого анизотропного материала. В последнее время появились работы по численному моделированию конвекции в плоских пористых слоях с учетом анизотропии проницаемости [11] и теплопроводности [12]. Подробное исследование влияния анизотропии проницаемости на структуру фильтрационного течения и теплообмен в кольцевых прослойках представлено в [13], где приведены данные параметрического численного исследования средних и локальных характеристик конвекции при различных числах  $Ra$  и отношениях радиусов внешнего и внутреннего цилиндров. В [14] исследовалась конвекция в цилиндрических прослойках, состоящих из отдельных слоев изотропного пористого материала с различными коэффициентами проницаемости. Показаны пути повышения эффективности изолирующих свойств прослоек в зависимости от способа комбинации таких слоев.

В [15] рассмотрена задача о конвективной неустойчивости жидкости в бесконечном горизонтальном слое кольцевого сечения, расположенном в непроницаемом массиве. В рамках линейной теории найдены значения первых семи критических чисел  $Ra$  в зависимости от толщины пористого слоя. Проведен анализ смены форм соответствующих критических движений в зависимости от чисел  $Ra$ .

В [3] показано существование в определенных условиях вторичных структур при конвективном течении в изотропной пористой прослойке и выполнены параметрические исследования границ таких режимов в зависимости от числа  $Ra$  и толщины прослойки. Появление вторичных структур при некоторых условиях в однородных пористых прослойках подтверждается и в экспериментах, и в численных расчетах [6].

В данной работе, являющейся продолжением [7–9, 13], выполнено численное моделирование структуры течения и теплопередачи через пористые изотропные и анизотропные прослойки, подтверждено появление вторичных структур и в этих условиях.

Численное исследование естественной конвекции в изотропных пористых прослойках выполнено в диапазоне определяющих параметров  $10 \leq Ra \leq 500$ ,  $1,1 \leq r_2/r_1 \leq 5$  для случаев внешнего [7–9] и внутреннего обогрева. Проведенное в [13] исследование

конвекции в кольцевой анизотропной пористой прослойке в условиях внешнего подогрева показало существенное влияние анизотропии на перенос тепла даже в условиях неизменной одновихревой структуры течения (здесь и в дальнейшем имеется в виду половина области).

В данной работе исследуется конвекция в прослойке, заполненной анизотропным пористым материалом, при условии того, что внутренняя поверхность имеет большую температуру, чем внешняя. При таких условиях обогрева возможно, как показано в [3–6] для изотропных прослоек, возникновение вторичных структур в верхней части области, где реализуются условия, подобные тем, которые вызывают конвекцию Бенара. Особое внимание уделяется исследованию влияния анизотропии проницаемости на характер течения, а именно на процесс перестройки одновихревых течений в мультивихревые и обратно.

**1. Постановка задачи.** Уравнения стационарной конвекции в анизотропной пористой цилиндрической прослойке при использовании линейного закона Дарси и аппроксимации подъемных сил в приближении Буссинеска в безразмерных переменных  $\psi$  (функция тока) и  $\theta$  (температура) в полярных координатах имеют вид [13]

$$\begin{aligned} \frac{k_r}{k_\phi} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} = -\text{Ra} \left( \cos \phi \frac{\partial \theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \sin \phi \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \right) \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \phi^2} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \frac{\partial \theta}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \right) \quad (1.1) \\ U = -\frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad V = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \\ \text{Ra} = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T R_1 C_p k_r}{\mu \lambda} \end{aligned}$$

Здесь  $U$  и  $V$  – проекции скорости на оси  $\phi$  и  $r$  соответственно.  $\text{Ra}$  – фильтрационное число Рэлея,  $\rho$  – плотность,  $\beta$  – коэффициент температурного расширения,  $C_p$  – удельная теплоемкость жидкости, заполняющей поры,  $\lambda$  – теплопроводность пористой среды без учета конвекции,  $\mu$  – динамическая вязкость,  $\Delta T = T - T_0$  – разность между локальной температурой и некоторой характерной,  $k_r$  и  $k_\phi$  – коэффициенты проницаемости пористой среды в радиальном и азимутальном направлениях соответственно,  $R_1$  – радиус внутреннего цилиндра.

Рассматривается задача о тепловой конвекции в кольцевой прослойке  $r_1 \leq r \leq r_2$  на основе уравнений (1.1). Поверхности  $r = r_1$  и  $r = r_2$  считаются изотермическими,  $T_2$  – температура наружной,  $T_1$  – внутренней поверхностей. Число  $\text{Ra}$  рассчитывается по радиусу внутреннего цилиндра, а за масштабы скорости и температуры приняты  $a/R_1$ ,  $T_1 - T_2$ , где  $a = \lambda/C_p$ .

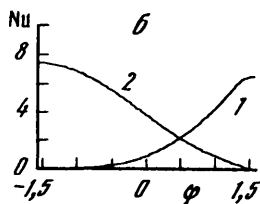
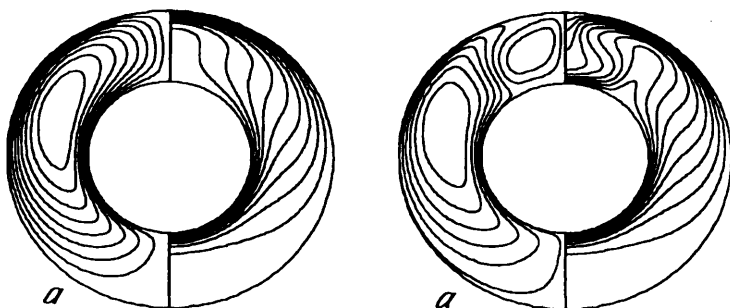
Предполагается, что структура течения и поля температур симметрична относительно вертикальной оси, проходящей через центр области, поэтому достаточно найти решение в половине кольца  $\phi = [-\pi/2, \pi/2]$ .

Граничные условия для системы (1.1) имеют вид

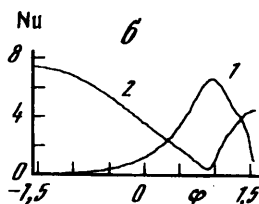
$$\begin{aligned} r = r_1, \quad \phi = [-\pi/2, \pi/2]: \quad \theta = 1 \\ r = r_2, \quad \phi = [-\pi/2, \pi/2]: \quad \theta = 0 \\ r = r_1, \quad r_2: \quad \Psi = 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Помимо характеристик течения и поля температур определяются локальные и средние числа Нуссельта на внутренней и внешней поверхностях кольцевой прослойки

$$\langle \text{Nu}_i \rangle = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left( \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_i d\phi, \quad i = 1, 2$$



Фиг. 1



Фиг. 2

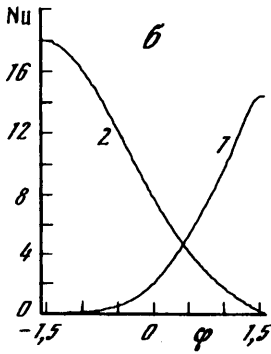
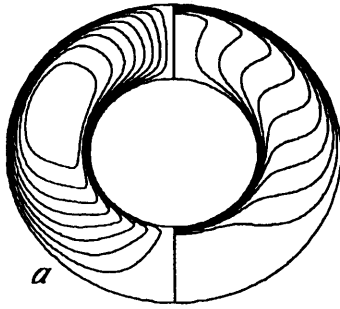
Фиг. 1. Изолинии функций тока (слева) и температур (справа) в изотропной прослойке при  $r_2/r_1 = 2$  (а) и локальные числа Нуссельта вдоль внешней (1) и внутренней (2) границ в половине кольцевой области (б)

Фиг. 2. Изолинии функций тока (слева) и температур (справа) в изотропной прослойке при  $r_2/r_1 = 2$  при наличии возмущений (а) и локальные числа Нуссельта вдоль внешней (1) и внутренней (2) границ области в половине кольцевой области при наличии возмущений (б)

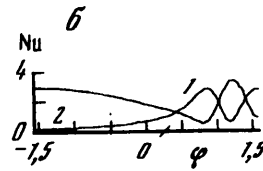
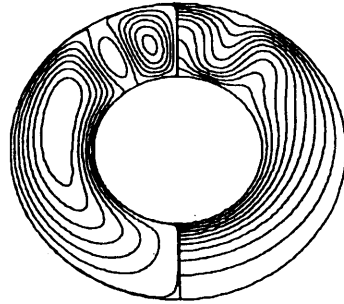
В качестве начального предполагается распределение температуры, соответствующее режиму теплопроводности в отсутствие течения.

**2. Метод решения.** Численное решение задачи (1.1), (1.2) находится методом сеток. Используется явная дивергентная схема, полученная интегрированием основных уравнений по площади элементарной ячейки сетки с последующим переходом к интегралам по границам [7]. Для решения конечно-разностных уравнений применяется метод Зейделя. Стационарное решение находится итерационным методом, причем ускорение сходимости достигается применением метода последовательной верхней релаксации с подбором оптимального параметра релаксации в зависимости от используемых сеток. Число узлов сетки варьируется в диапазоне от  $22 \times 44$  до  $66 \times 264$  в зависимости от ширины прослойки и параметров  $Ra$  и  $k_r/k_\phi$ . Основные расчеты выполнены на сетке  $44 \times 132$ .

**3. Режимы течения и теплообмена в пористых прослойках.** Типичная картина изолиний функции тока в изотропной ( $k_r/k_\phi = 1$ ) прослойке для зазора при  $r_2/r_1 = 2$ ,  $Ra = 200$  представлена на фиг. 1, а слева, справа показаны изолинии температуры. Этот результат согласуется с диаграммой режимов течения на плоскости  $[Ra(r_2/r_1 - 1)], (r_2/r_1 - 1)$ , полученной в [3], и качественно совпадает с картиной изолиний функций тока в [6]. Более того, при внесении специальным образом задаваемого возмущения в верхней части кольцевой области можно, как и в [6], получить устойчивые двух- и трехвихревые структуры течения (фиг. 2, а). Как видно из сопоставления графиков зависимости локальных чисел Нуссельта  $Nu_i(\phi)$  на фиг. 1, б и 2, б, при возникновении вторичных структур нарушается монотонность этих чисел на стенках. Средний тепловой поток на стенках при этом увеличивается в 1,2 раза по сравнению с теплопередачей при основном одновихревом течении.



Фиг. 3



Фиг. 4

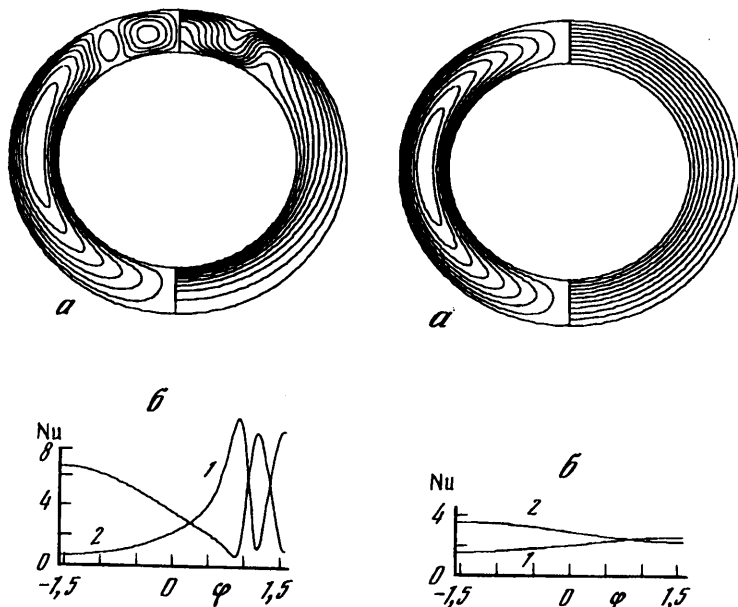
Фиг. 3. Изолинии функций тока (слева) и температур (справа) в анизотропной ( $k_r/k_\phi = 0,2$ ) прослойке при  $r_2/r_1 = 2$  (а) и локальные числа Нуссельта вдоль внешней (1) и внутренней (2) границ в половине кольцевой области (б)

Фиг. 4. Изолинии функций тока (слева) и температур (справа) в анизотропной ( $k_r/k_\phi = 5$ ) прослойке при  $r_2/r_1 = 2$  (а) и локальные числа Нуссельта вдоль внешней (1) и внутренней (2) границ в половине кольцевой области (б)

При увеличении проницаемости по углу по сравнению с радиальным направлением в 5 раз ( $k_r/k_\phi = 0,2$ ) конвективное движение усиливается (фиг. 3, а), что заметно сказывается на структуре температурных полей и приводит к большей в сравнении с изотропным случаем неоднородности локальных тепловых потоков вдоль границ области (фиг. 3, б) и увеличению теплопередачи в 2 раза.

Важно отметить, что для этих достаточно широких прослоек ( $r_2/r_1 = 2$ ) в режиме интенсивной конвекции при  $k_r/k_\phi = 0,2$  (фиг. 3, а) не удается подобрать возмущение, способное раздробить основное одновихревое циркуляционное течение и привести к перестройке его в многовихревое.

При уменьшении в 5 раз проницаемости в азимутальном направлении ( $k_r/k_\phi = 5$ ) происходят ослабление конвекции и перестройка структуры течения без внесения дополнительных возмущений (фиг. 4, а). Графики зависимости локальных чисел  $Nu$  от угловой координаты в этом случае представлены на фиг. 4, б. Средняя теплоотдача к стенкам уменьшается в 2 раза по сравнению с изотропным вариантом. Это объясняется тем, что уменьшение проницаемости в угловом направлении означает увеличение сопротивления движению по восходящему вдоль внутренней нагретой поверхности и нисходящему вдоль внешней охлажденной поверхности направлениям, что приводит к ослаблению основного циркуляционного движения.



Фиг. 5

Фиг. 6

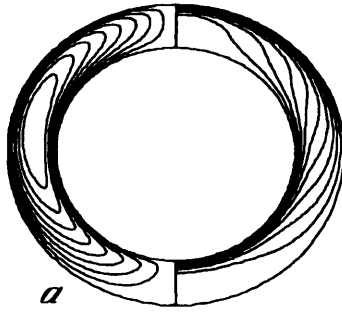
Фиг. 5. Изолинии функций тока (слева) и температур (справа) в изотропной прослойке при  $r_2/r_1 = \sqrt{2}$  (а) и локальные числа Нуссельта вдоль внешней (1) и внутренней (2) границ в половине кольцевой области (б)

Фиг. 6. Изолинии функций тока (слева) и температур (справа) в анизотропной ( $k_r/k_\varphi = 5$ ) прослойке при  $r_2/r_1 = \sqrt{2}$  (а) и локальные числа Нуссельта вдоль внешней (1) и внутренней (2) границ в половине кольцевой области (б)

Аналогичный сценарий перестройки течения при изменении анизотропии проницаемости можно наблюдать для более узких прослоек при  $r_2/r_1 = \sqrt{2}$  и том же числе  $Ra = 200$ . Разница состоит в том, что уже в изотропной прослойке существуют вторичные структуры в верхней части области (фиг. 5, а), что также согласуется с диаграммой течений в [3]. Соответствующий этому режиму график  $Nu_i(\varphi)$ ,  $i = 1, 2$ , представлен на фиг. 5, б. При уменьшении в 2 раза проницаемости по углу ( $k_r/k_\varphi = 2$ ) происходит ослабление конвекции в рамках того же многовихревого режима, что и при  $k_r/k_\varphi = 1$ . Локальные тепловые потоки менее интенсивны, чем в изотропном случае.

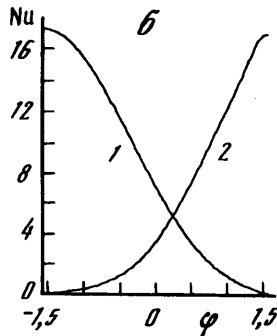
При дальнейшем увеличении коэффициента анизотропии до  $k_r/k_\varphi = 5$  происходит смена режима на одновихревой (фиг. 6, а) с монотонным ростом локальных чисел  $Nu$  на внешней охлажденной стенке и спадом на внутренней нагретой поверхности (фиг. 6, б). Средние числа  $Nu$  уменьшаются по сравнению с изотропным случаем в 1,5 раза. В отличие от сценариев перестройки в более широкой прослойке ( $r_2/r_1 = 2$ ) при увеличении коэффициента анизотропии в прослойке с отношением  $r_2/r_1 = \sqrt{2}$  происходит возврат к одновихревому движению при  $k_r/k_\varphi = 5$ . Это объясняется тем, что в узкой прослойке при таких параметрах реализуется режим, близкий к теплопроводностному, что можно определить и по изолиниям температуры, которые слабо отличаются от concentрических окружностей.

В широкой прослойке с отношением  $r_2/r_1 = 2$  возврат к одновихревому течению происходит при относительно больших значениях коэффициента анизотропии проницаемости ( $k_r/k_\varphi = 10$ ).



Фиг. 7. Изолинии функций тока (слева) и температур (справа) в анизотропной ( $k_r/k_\varphi = 0,2$ )

прослойке при  $r_2/r_1 = \sqrt{2}$  (а) и локальные числа Нуссельта вдоль внешней (1) и внутренней (2) границ в половине кольцевой области (б)



Исходя из полученной при параметрических расчетах зависимости  $\langle Nu \rangle = f(r_2/r_1) \lg Ra^{0,45}$ ,  $f(r_2/r_1) = 0,41$  для  $r_2/r_1 = \sqrt{2}$ ,  $k_r/k_\varphi = 1$ , легко оценить эффективное число Ra, которому можно поставить в соответствие коэффициент анизотропии проницаемости. Так, приближенные расчеты показывают, что при  $r_2/r_1 = \sqrt{2}$  коэффициент  $k_r/k_\varphi = 5$  соответствует эффективному числу  $Ra \approx 55$  для изотропного случая. При таких параметрах диаграмма в [3] предписывает реализацию одновихревого течения, что и получено в численном исследовании (фиг. 6, а). При большой проницаемости по углу ( $k_r/k_\varphi = 0,2$ ) структура течения одновихревая (фиг. 7, а), как и для более широкой прослойки при  $r_2/r_1 = 2$  (фиг. 3, а). Средняя теплоотдача на стенках увеличивается по сравнению с изотропным случаем приблизительно в 1,8 раза. Локальные тепловые потоки меняются монотонно вдоль  $\varphi$  (фиг. 7, б), но неравномерность их увеличивается в соответствии с уменьшением по сравнению с изотропным случаем ширины пограничных тепловых слоев по течению вдоль границ на внутренней и внешней стенках области.

При больших числах  $Ra$  ( $= 300$ ) возврат к одноячейковой структуре при увеличении коэффициента анизотропии происходит при больших значениях  $k_r/k_\varphi$ , чем при  $Ra = 200$  (в прослойке с отношением  $r_2/r_1 = \sqrt{2}$  это значение  $k_r/k_\varphi = 10$ , а в широкой прослойке с отношением  $r_2/r_1 = 2$  оно равно 20).

При меньших числах  $Ra$  ( $= 90$ ) в прослойке с отношением  $r_2/r_1 = \sqrt{2}$  варьирование коэффициента анизотропии не приводит к изменению основной одноячейковой структуры течения, интенсивность же конвекции, как и при  $Ra = 200$ , ослабляется при увеличении коэффициента анизотропии.

**Заключение.** Численные исследования показывают, что анизотропия проницаемости оказывает заметное влияние на течение и теплообмен в пористых прослойках. Одним из путей увеличения эффективности изоляции является использование материалов с малой проницаемостью в азимутальном направлении. Влияние анизотропии про-

ницаемости особенно велико при возникновении вторичных структур, поскольку при этом локальные тепловые потоки на стенках характеризуются большей немонотонностью, что может существенно сказаться на эффективности теплоизоляционных свойств пористых материалов. Построенная по результатам параметрических расчетов диаграмма режимов течения в зависимости от числа Рэлея и коэффициента анизотропии проницаемости для трех различных по ширине прослоек позволяет определять области параметров, при которых возникает многовихревая структура течения с характерным немонотонным поведением локальных тепловых потоков на стенках.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-000584).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Caltagirone J.-P.* Thermoconvective instabilities in a porous medium bounded by two concentric horizontal cylinders // *J. Fluid Mech.* 1976. V. 76. Pt 2. P. 337–362.
2. *Bau H.H.* Thermal convection in a horizontal, eccentric annulus containing a saturated porous medium – an extended perturbation expansion // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 1984. V. 27. № 12. P. 2277–2785.
3. *Himasekhar K., Bau H.* Two dimensional bifurcation phenomena in thermal convection in horizontal, concentric annuli containing saturated porous media // *J. Fluid Mech.* 1988. V. 187. P. 267–300.
4. *Rao Y.F., Fukuda K., Hasegawa S.* Steady and transient analyses of natural convection in a horizontal porous annulus with Galerkin method // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* 1987. V. 109. № 4. P. 919–927.
5. *Mojtabi A., Caltagirone J.-P.* Analyse du transfert de chaleur en convection mixte laminaire entre deux cylindres coaxiaux horizontaux // *Intern. J. Heat and Mass Transfer.* 1980. V. 23. № 10. P. 1369–1375.
6. *Charrier-Mojtabi M.C., Mojtabi A., Azaiez M., Labrosse G.* Numerical and experimental study of multicellular free convection flows in an annular porous layer // *Intern. J. Heat and Mass Transfer.* 1991. V. 34. № 12. P. 3061–3074.
7. *Брайловская В.А., Петражицкий Г.Б., Полежаев В.И.* Естественная конвекция и перенос тепла в пористых прослойках между горизонтальными коаксиальными цилиндрами // ПМТФ. 1978. № 6. С. 90–96.
8. *Брайловская В.А., Петражицкий Г.Б., Полежаев В.И.* Естественная термоконвективная фильтрация в кольцевых пористых прослойках // Теплообмен-1978. Советские исследования. М.: Наука, 1980. С. 174–181.
9. *Brailovskaya V.A., Petrazhitsky G.B., Polezhaev V.I.* Natural thermoconvective filtration in circular porous interlayers // 6th Intern. Heat Transfer Conf. Canada, 1978. Ottawa, 1978. V. 2. P. 239–243.
10. *Castinel G., Combarous M.* Critere d'apparition de la convection naturelle dans une couche poreuse anisotrope horizontale // *C.r. Acad. sci. Ser. B.* 1974. V. 278. P. 701–704.
11. *Nilsen T., Storesletten L.* An analytical study on natural convection in isotropic and anisotropic porous channels // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* 1990. V. 112. № 2. P. 396–401.
12. *Storesletten L.* Natural convection in a horizontal porous layer with anisotropic thermal diffusivity // *Transport in Porous Media.* 1993. V. 12. № 1. P. 19–29.
13. *Брайловская В.А., Коган В.Р., Полежаев В.И.* Влияние анизотропии проницаемости на конвекцию и теплоперенос тепла в пористой кольцевой прослойке // Изв. АН СССР. МЖТ. 1980. № 1. С. 59–64.
14. *Pan C.P., Lai F.C.* Natural convection in horizontal layered porous annuli // *AIAA Paper.* 1995. № 0417. 9 p.
15. *Магомедбеков Х.Г., Рамазанов М.М.* Линейный анализ конвективной неустойчивости жидкости в горизонтальной кольцевой полости, заполненной пористой средой // Изв. РАН МЖТ. 1996. № 3. С. 19–25.