

УДК 523.529 : 532.517.4

© 1998 г. В.М. АЛИПЧЕНКОВ, Л.И. ЗАЙЧИК

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СТАЛКИВАЮЩИХСЯ ЧАСТИЦ В ТУРБУЛЕНТНОМ СДВИГОВОМ ПОТОКЕ

Представлена кинетическая модель для функции плотности вероятности (ФПВ) скорости частиц в турбулентном потоке с учетом столкновений и выполнено ее тестирование путем сопоставления с результатами численного эксперимента для нестационарного однородного сдвигового слоя.

Однородный турбулентный поток с постоянным градиентом скорости представляет собой простейшее сдвиговое течение и поэтому часто используется для тестирования моделей турбулентности. В настоящей статье предлагается кинетическая модель для ФПВ скорости сталкивающихся частиц в турбулентном потоке и выполнен ее анализ в слое с постоянным сдвигом скорости. В рассматриваемом течении вследствие однородности турбулентности тройные моменты пульсаций скорости обращаются в нуль, цепочка моментных уравнений, следующая из кинетического уравнения для ФПВ, обрывается и уравнения для вторых моментов становятся замкнутыми. Поэтому появляется возможность провести анализ поведения турбулентных характеристик дисперсной фазы на уровне вторых моментов без введения дополнительных замыкающих соотношений для более высоких моментов.

Для тестирования представленной модели, являющейся развитием моделей [1, 2], используются результаты прямого стохастического моделирования эволюции однородного сдвигового слоя во времени, полученные на основе метода крупных вихрей как без учета [3], так и с учетом<sup>1</sup> межчастичных столкновений.

**1. Уравнения для ФПВ и моментов.** Движение инерционной частицы в турбулентном потоке описываются стохастическим уравнением Ланжевена

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{\mathbf{u} - \mathbf{v}_p}{\tau_u} + \mathbf{F} + \mathbf{W} \quad (1.1)$$

Здесь  $\mathbf{v}_p$  – скорость частицы,  $\mathbf{u}$  – скорость газа,  $\mathbf{F}$  – внешняя сила. Первый член в правой части (1.1) определяет силу межфазного гидродинамического сопротивления, причем время динамической релаксации частицы  $\tau_u$  может зависеть от числа Рейнольдса обтекания и тем самым учитывать влияние как осредненного, так и пульсационного межфазового скоростного скольжения на режим обтекания. Последний член в (1.1) описывает межчастичное взаимодействие в результате случайных столкновений.

Скорости двух частиц после столкновений  $\mathbf{v}'_p$ ,  $\mathbf{v}'_{p1}$  связаны со скоростями этих частиц перед столкновением  $\mathbf{v}_p$ ,  $\mathbf{v}_{p1}$  соотношениями

$$\mathbf{v}'_p = \mathbf{v}_p - \frac{1}{2}(1+e)(\mathbf{w} \cdot \mathbf{k})\mathbf{k}, \quad \mathbf{v}'_{p1} = \mathbf{v}_{p1} + \frac{1}{2}(1+e)(\mathbf{w} \cdot \mathbf{k})\mathbf{k} \quad (1.2)$$

<sup>1</sup> Представлены J. Laviéville, O. Simonin на 8th Workshop on Two-Phase Flow Predictions, Merseburg, Germany, 1996.

где  $e$  – коэффициент восстановления импульса при соударении;  $\mathbf{w} = \mathbf{v}_p - \mathbf{v}_{p1}$  – относительная скорость сталкивающихся частиц;  $\mathbf{k}$  – единичный вектор, направленный от центра первой частицы к центру второй при ударе.

Для перехода от динамического траекторного описания отдельных частиц на основе стохастических уравнений (1.1), (1.2) к статистическому континуальному моделированию дисперсной фазы может быть введена последовательность функций плотности вероятности в фазовом пространстве координат и скоростей частиц. Уравнение для ФПВ скорости одной частицы представляется в виде

$$\frac{\partial P}{\partial t} + v_k \frac{\partial P}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial v_k} \left[ \left( \frac{U_k - v_k}{\tau_u} + F_k \right) P \right] = - \frac{1}{\tau_u} \frac{\partial \langle u'_k p \rangle}{\partial v_k} + J_c \quad (1.3)$$

Здесь  $U_k$ ,  $u'_k$  – осредненная и пульсационная составляющие скорости несущей сплошной фазы.

Члены в правой части уравнения (1.3) описывают соответственно взаимодействие частиц с турбулентными вихрями несущего потока и вклад столкновений. Используя предположение о гауссовом характере случайного поля скорости сплошной фазы, в [2] при помощи метода функционального дифференцирования и итерационной процедуры получено явное выражение для коррелятора  $\langle u'_i p \rangle$  в неоднородном турбулентном потоке с точностью до пространственных производных первого порядка

$$\begin{aligned} \langle u'_i p \rangle = & - \langle u'_i u'_k \rangle \left( f_u \frac{\partial P}{\partial v_k} + \tau_u g_u \frac{\partial P}{\partial x_k} + \tau_u l_u \frac{\partial U_n}{\partial x_k} \frac{\partial P}{\partial v_n} + \right. \\ & \left. + \tau_u^2 h_u \frac{\partial U_n}{\partial x_k} \frac{\partial P}{\partial x_n} + \tau_u^2 m_u \frac{\partial U_j}{\partial x_n} \frac{\partial U_n}{\partial x_k} \frac{\partial P}{\partial v_j} \right) \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$f_u = f_{u0}, \quad g_u = \Psi_{u0} - f_u, \quad l_u = g_u - f_{u1}, \quad h_u = f_{u1} + \Psi_{u1} - 2g_u$$

$$m_u = f_{u2} + \Psi_{u1} + 2f_{u1} - 3g_u$$

$$f_{un} = \frac{1}{n! \tau_u^{n+1}} \int_0^\infty \Psi_u(\xi) \xi^n \exp\left(-\frac{\xi}{\tau_u}\right) d\xi, \quad \Psi_{un} = \frac{1}{n! \tau_u^{n+1}} \int_0^\infty \Psi_u(\xi) \xi^n d\xi$$

Коэффициенты  $f_u$ ,  $g_u$ ,  $l_u$ ,  $h_u$ ,  $m_u$  в (1.4) характеризуют степень вовлечения частиц в макропульсационное движение несущего потока и определяются автокорреляционной функцией пульсаций скорости сплошной фазы вдоль траекторий частиц  $\Psi_u(\xi)$ . При задании автокорреляционной функции в виде часто используемой экспоненциальной зависимости  $\Psi_u = \exp(-\xi/T_{Lp})$  коэффициенты вовлечения принимают вид

$$f_u = (1 + \Omega_u)^{-1}, \quad g_u = [\Omega_u(1 + \Omega_u)]^{-1}, \quad l_u = [\Omega_u(1 + \Omega_u)^2]^{-1}, \quad h_u = [\Omega_u^2(1 + \Omega_u)^2]^{-1} \quad (1.5)$$

$$m_u = [\Omega_u^2(1 + \Omega_u)^3]^{-1}, \quad f_{u1} = (1 + \Omega_u)^{-2}, \quad \Omega_u = \tau_u / T_{Lp}$$

Здесь  $T_{Lp}$  есть лагранжев временной масштаб, характеризующий время взаимодействия частиц с энергоемкими вихрями несущей среды. Для безынерционной примеси  $T_{Lp}$  совпадает с интегральным лагранжевым масштабом турбулентности  $T_L$ , а для инерционных частиц, особенно при наличии осредненного скоростного скольжения,  $T_{Lp}$  может существенно отличаться от  $T_L$ .

Следует отметить, что последние три члена в правой части соотношения (1.4) играют важную роль в сдвиговых потоках, так как непосредственно связаны с производными осредненной скорости; при отсутствии этих членов выражение для  $\langle u'_i p \rangle$

переходит в соотношение, полученное в [4, 5] для однородного безградиентного течения. Первый член в правой части (1.4) аналогичен оператору Фоккера – Планка в теории броуновских частиц.

В настоящей статье ограничимся анализом разреженной дисперсной среды ( $\Phi \ll 1$ , где  $\Phi$  – объемная концентрация дисперсной фазы), когда существенны только двойные соударения, и непосредственным вкладом межчастичных столкновений в напряжения и поток пульсационной энергии дисперсной фазы можно пренебречь. Кроме того, частицы предполагаются достаточно малыми, чтобы изменение осредненных характеристик течения на расстоянии размера частицы можно было бы не принимать во внимание ( $d_p S / k_p^{1/2} \ll 1$ , где  $d_p$  – диаметр частиц,  $S$  – характерный сдвиг скорости,  $k_p = \langle v'_k v'_k \rangle / 2$  – пульсационная энергия частиц). В этом случае оператор столкновений в уравнении (1.3) представляется в виде [6, 7]

$$J_c = \frac{d_p^2}{4} \iint P_2(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) (\mathbf{w} \cdot \mathbf{k}) d\mathbf{k} d\mathbf{v}_1 \quad (1.6)$$

Здесь  $P_2(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1)$  – ФПВ скорости двух частиц.

Интегрируя кинетическое уравнение (1.3) с учетом (1.4), (1.6) по подпространству скоростей фазового пространства, получаем цепочку континуальных уравнений для моментов ФПВ. Уравнения неразрывности, сохранения количества движения и баланса турбулентных напряжений для дисперсной фазы имеют вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi V_k}{\partial x_k} = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial \langle v'_i v'_k \rangle}{\partial x_k} + \frac{U_i - V_i}{\tau_u} + F_i - \frac{D_{pik}}{\tau_u} \frac{\partial \ln \Phi}{\partial x_k} \quad (1.8)$$

$$D_{pij} = \tau_u \left( \langle v'_i v'_j \rangle + g_u \langle u'_i u'_j \rangle + \tau_u h_u \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \right) \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle v'_i v'_j \rangle}{\partial t} + V_k \frac{\partial \langle v'_i v'_j \rangle}{\partial x_k} + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial \Phi \langle v'_i v'_j v'_k \rangle}{\partial x_k} = & -\langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial V_j}{\partial x_k} \langle v'_j v'_k \rangle \frac{\partial V_i}{\partial x_k} - \\ & - \langle u'_i u'_k \rangle \left[ g_u \frac{\partial V_j}{\partial x_k} - l_u \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \tau_u \frac{\partial U_n}{\partial x_k} \left( h_u \frac{\partial V_j}{\partial x_n} - m_u \frac{\partial U_j}{\partial x_n} \right) \right] - \langle v'_j v'_k \rangle \left[ g_u \frac{\partial V_i}{\partial x_k} - \right. \\ & \left. - l_u \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \tau_u \frac{\partial U_n}{\partial x_k} \left( h_u \frac{\partial V_i}{\partial x_n} - m_u \frac{\partial U_i}{\partial x_n} \right) \right] + \frac{2}{\tau_u} \left( f_u \langle u'_i u'_j \rangle - \langle v'_i v'_j \rangle \right) + J_{ij} \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\Phi = \int P dv, \quad V_i = \frac{1}{\Phi} \int v_i P dv, \quad \langle v'_i v'_j \rangle = \frac{1}{\Phi} \int (v_i - V_i)(v_j - V_j) P dv$$

Здесь  $D_{pij}$  – тензор турбулентной диффузии частиц,  $N$  – число частиц в единице объема. Уравнение (1.10) включает члены, описывающие эволюцию во времени, конвекцию, диффузию, порождение пульсаций из осредненного сдвигового потока, генерацию флуктуаций в результате вовлечения частиц в пульсационное движение сплошной фазы, диссипацию турбулентной энергии дисперсной фазы за счет работы силы межфазного гидродинамического сопротивления. Последний член  $J_{ij}$  в уравнении (1.10) обусловлен столкновениями частиц.

Выражение (1.4) для коррелятора  $\langle u'_i p \rangle$  позволяет определить корреляционный момент пульсаций скоростей сплошной и дисперсной фаз, необходимый для расчета обратного влияния частиц на турбулентные характеристики несущего потока. Так, из (1.4) следует

$$\begin{aligned} \langle u'_i v'_j \rangle &= \frac{1}{\Phi} \int \langle u'_i (v_{pj} - V_j) p \rangle dv = \frac{1}{\Phi} \left( \int \langle u'_i p \rangle v_j dv - V_j \int \langle u'_i p \rangle dv \right) = \\ &= f_u \langle u'_i u'_j \rangle + \tau_u \langle u'_i u'_k \rangle \left[ l_u \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - g_u \frac{\partial V_j}{\partial x_k} + \tau_u \left( m_u \frac{\partial U_j}{\partial x_n} - h_u \frac{\partial V_j}{\partial x_n} \right) \frac{\partial U_n}{\partial x_k} \right] \end{aligned} \quad (1.11)$$

**2. Определение столкновительного члена.** Для нахождения столкновительного члена  $J_{ij}$  в (1.10) необходимо определить ФПВ скоростей двух частиц в момент соударения. Для этой цели, как правило, по аналогии с гипотезой молекулярного хаоса в кинетической теории газов, составляющей основу уравнения Больцмана, используется предположение о некоррелированности (статистической независимости) движения частиц. В соответствии с этим допущением двухчастичная ФПВ представляется в виде произведения одночастичных функций и получающиеся выражения для описания столкновений частиц в турбулентном потоке по существу оказываются аналогичными соответствующим соотношениям в кинетической теории газов [1, 8, 9]. Однако такой подход действителен только для относительно крупных частиц, время динамической релаксации которых много больше интегрального масштаба турбулентности, и поэтому их относительное движение некоррелировано и аналогично хаотическому движению молекул. Недавно в [10, 11], основываясь соответственно на предположении о нормальном распределении совместной плотности вероятности скоростей частиц и сплошной фазы и на решении кинетического уравнения для ФПВ двух частиц, вычислена частота столкновений частиц с учетом коррелированности их пульсационного движения в результате взаимодействия с турбулентными вихрями несущего потока. В принципе метод [11], основанный на решении кинетического уравнения, является более последовательным. Однако в настоящей статье используется подход [10], позволяющий в сочетании с разложением Грэда получить простое явное выражение для столкновительного члена.

Представим двухчастичную ФПВ в виде обобщенного разложения Грэда

$$P_2(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) = P_{20}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) + P_{21}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) \quad (2.1)$$

Здесь первым членом является коррелированное нормальное распределение [10, 11]

$$\begin{aligned} P_{20}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) &= \frac{N^2}{(1-R^4)^{3/2}} \left( \frac{3}{4\pi k_p} \right)^3 \times \\ &\times \exp \left[ -\frac{3}{4(1-R^4)k_p} (v'_k v'_k - 2R^2 v'_k v'_{1k} + v'_{1k} v'_{1k}) \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

Коэффициент корреляции скоростей сталкивающихся частиц [10]

$$R = k_i / (k_p k)^{1/2} \quad (2.3)$$

Здесь  $k = \langle u'_k u'_k \rangle / 2$  – турбулентная энергия сплошной фазы,  $k_i = \langle u'_k v'_k \rangle / 2$  – турбулентная энергия межфазного взаимодействия. Следует отметить, что выражение (2.3) для коэффициента корреляции имеет локальный характер, так как принимает во внимание только коррелированность движения сталкивающихся частиц в результате их взаимодействия с полем скорости газа в точке соударения и не учитывает пространственную коррелированность скоростей частиц, движущихся в точку соударения

по различным траекториям. Однако выражение (2.3) правильно описывает поведение коэффициента корреляции в предельных случаях мелких и крупных частиц ( $\Omega_u \rightarrow 0$  и  $\infty$ ) и хорошо согласуется с результатами прямых численных расчетов [10] по влиянию коррелированности движения частиц в турбулентном потоке на время между их столкновениями.

Из (2.2) следуют соотношения

$$\frac{1}{N} \int P_{20}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) d\mathbf{v}_1 = P_0(\mathbf{v}), \quad \frac{1}{N^2} \iint v'_i v'_j P_{20}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) d\mathbf{v} d\mathbf{v}_1 = \frac{2}{3} k_p \delta_{ij}$$

$$\frac{1}{N^2} \iint v'_i v'_{i'} v'_j P_{20}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) d\mathbf{v} d\mathbf{v}_1 = \frac{2}{3} R^2 k_p \delta_{ij}$$

Здесь  $P_0(\mathbf{v})$  – максвелловское распределение скорости одной частицы.

Второй член в (2.1) представляется в виде, соответствующем удержанию только одного члена в разложении по полиномам Эрмита – Сонина

$$P_{21}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) = P_{20}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) \frac{9}{8k_p^2(1-R^4)} \left( \langle v'_i v'_j \rangle - \frac{2}{3} k_p \delta_{ij} \right) \left[ \left( v'_i v'_j - \frac{v'_i v'_j}{3} \delta_{ij} \right) + \left( v'_{i'} v'_{i'} - \frac{v'_{i'} v'_{i'}}{3} \delta_{ij} \right) - 2R^2 \left( \frac{v'_i v'_{i'} + v'_{j'} v'_{j'}}{2} - \frac{v'_{i'} v'_{i'}}{3} \delta_{ij} \right) \right] \quad (2.4)$$

Выражение (2.4) удовлетворяет условиям

$$\frac{1}{N^2} \iint v'_i v'_j P_{21}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) d\mathbf{v} d\mathbf{v}_1 = \langle v'_i v'_j \rangle - \frac{2}{3} k_p \delta_{ij}$$

$$\frac{1}{N^2} \iint v'_i v'_{i'} P_{21}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_1) d\mathbf{v} d\mathbf{v}_1 = R^2 \left( \langle v'_i v'_j \rangle - \frac{2}{3} k_p \delta_{ij} \right)$$

Из (2.1) – (2.4) получается следующее выражение для столкновительного члена в уравнении баланса турбулентных напряжений:

$$J_{ij} = -\frac{16(1-e^2)\Phi k_p}{3d_p} \left( \frac{2k_p}{3\pi} \right)^{1/2} (1-R^2)^{3/2} \delta_{ij} - \frac{16(1+e)(3-e)\Phi}{5d_p} \left( \frac{3k_p}{2\pi} \right)^{1/2} (1-R^2)^{3/2} \left( \langle v'_i v'_j \rangle - \frac{2}{3} k_p \delta_{ij} \right) \quad (2.5)$$

Первый член в (2.5) выражает диссипацию турбулентных пульсаций дисперсной фазы в результате неупругих соударений, а второй – перераспределение между различными компонентами пульсационной энергии вследствие столкновений, т.е. стремление к изотропии. При  $R = 0$  (2.5) переходит в соотношения, полученные для некоррелированного хаотического движения частиц [7]. Из (2.5) видно, что коррелированность движения частиц приводит к снижению как диссипации их пульсационной энергии, так и скорости стремления к изотропному состоянию, т.е. роль столкновений частиц с увеличением коррелированности их движения падает.

**3. Однородный сдвиговый слой.** Рассмотрим течение вдоль оси  $x$  с постоянным градиентом скорости в направлении  $y$ , т.е.  $dU_x/dy = \text{const}$ . Следующие в этом случае из (1.9) выражения для  $D_{pij}$  согласуются с соответствующими формулами для тензора турбулентной диффузии безынерционных и инерционных частиц, полученными в [12–14]. Из уравнений (1.7), (1.8) вытекает, что в однородном сдвиговом слое при отсутствии внешней силы концентрация частиц должна быть постоянной ( $\Phi = \text{const}$ ), а скорость частиц должна совпадать со скоростью несущего потока ( $V_x = U_x$ ). Хорошо известно, (см., например, [15]), что стационарные решения уравнений для рейнгольдсо-

вых напряжений сплошной фазы в однородном сдвиговом слое не могут быть реализованы. Поэтому анализ турбулентных напряжений дисперсной фазы также должен проводиться на основе нестационарных уравнений для вторых моментов. В этом случае из (1.10) с учетом (2.5) получается следующая система уравнений для компонент тензора напряжений:

$$\begin{aligned} \frac{d\langle v_x'^2 \rangle}{dt} &= -2\langle v_x' u_y' \rangle + f_{u1} \langle u_x' u_y' \rangle \frac{dU_x}{dy} + \frac{2}{\tau_u} (f_u \langle u_x'^2 \rangle - \langle v_x'^2 \rangle) - \\ &- \frac{2}{3} Q_c - \frac{2}{\tau_c} \left( \langle v_x'^2 \rangle - \frac{2}{3} k_p \right) \\ \frac{d\langle v_y'^2 \rangle}{dt} &= \frac{2}{\tau_u} (f_u \langle u_y'^2 \rangle - \langle v_y'^2 \rangle) - \frac{2}{3} Q_c - \frac{2}{\tau_c} \left( \langle v_y'^2 \rangle - \frac{2}{3} k_p \right) \\ \frac{d\langle v_z'^2 \rangle}{dt} &= \frac{2}{\tau_u} (f_u \langle u_z'^2 \rangle - \langle v_z'^2 \rangle) - \frac{2}{3} Q_c - \frac{2}{\tau_c} \left( \langle v_z'^2 \rangle - \frac{2}{3} k_p \right) \\ \frac{d\langle v_x' v_y' \rangle}{dt} &= -\langle v_y'^2 \rangle + f_{u1} \langle u_y'^2 \rangle \frac{dU_x}{dy} + \frac{2}{\tau_u} (f_u \langle u_x' u_y' \rangle - \langle v_x' v_y' \rangle) - \frac{2}{\tau_c} \langle v_x' v_y' \rangle \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$Q_c = \frac{8(1-e^2)\Phi k_p}{d_p} \left( \frac{2k_p}{3\pi} \right)^{1/2} (1-R^2)^{3/2}, \quad \tau_c = \frac{5d_p}{8(1+e)(3-e)\Phi} \left( \frac{2\pi}{3k_p} \right)^{1/2} (1-R^2)^{-3/2}$$

Здесь  $Q_c$  – интенсивность диссипации пульсационной энергии в результате неупругих столкновений,  $\tau_c$  – эффективное время между столкновениями частиц.

Выражения для смешанных корреляционных моментов пульсаций скоростей сплошной и дисперсной фаз (1.11) в однородном сдвиговом слое принимают вид

$$\langle u_x' v_x' \rangle = f_u \langle u_x'^2 \rangle - \tau_u f_{u1} \langle u_x' u_y' \rangle \frac{dU_x}{dy}, \quad \langle u_y' v_y' \rangle = f_u \langle u_y'^2 \rangle, \quad \langle u_z' v_z' \rangle = f_u \langle u_z'^2 \rangle \quad (3.2)$$

$$\langle u_x' v_y' \rangle = f_u \langle u_x' u_y' \rangle, \quad \langle u_y' v_x' \rangle = f_u \langle u_x' u_y' \rangle - \tau_u f_{u1} \langle u_y'^2 \rangle \frac{dU_x}{dy}$$

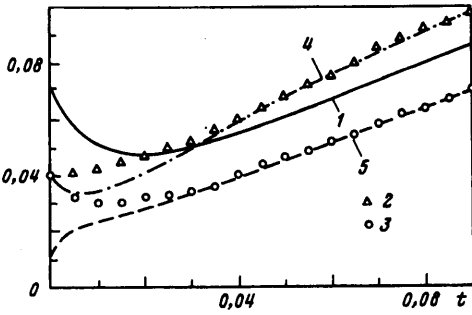
Вначале рассмотрим решение уравнений (3.1), (3.2) с (1.5) в сопоставлении с прямым стохастическим моделированием без учета соударений частиц [3]. Рейнольдсовы напряжения сплошной фазы определяются на основе метода крупных вихрей [3]. Начальные условия соответствуют изотропному состоянию. Сдвиг скорости принимается равным  $50 \text{ с}^{-1}$ , диаметр частиц  $d_p = 60 \text{ мкм}$ , отношение плотностей материала частиц и газа (воздуха)  $\rho_p/\rho = 2000$ . Время взаимодействия частиц с энергоемкими вихрями газа вследствие отсутствия осредненного скоростного скольжения считается равным интегральному лангранжевому масштабу и определяется соотношением  $T_{Lp} = k/(2,075\epsilon)$  [3], где  $\epsilon$  – скорость диссипации турбулентной энергии. Время динамической релаксации частиц находится из выражения

$$\tau_u = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu} (1 + 0,15 \text{Re}_p^{0,687})$$

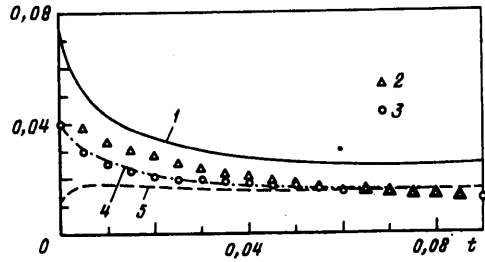
Здесь число Рейнольдса обтекания учитывает пульсационное межфазное скоростное скольжение

$$\text{Re}_p = \sqrt{2(k + k_p - 2k_i)} d_p / \nu$$

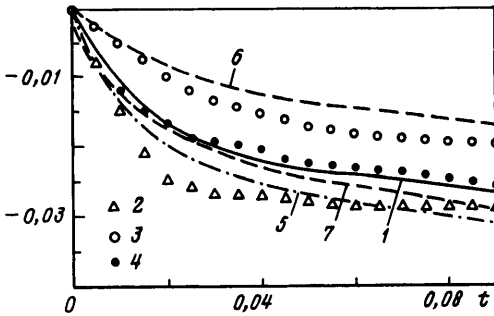
На фиг. 1–3 представлены результаты решения уравнений (3.1), (3.2) (кривые 4, 5) и расчетов [3] (кривые 1 и 2, 3) для нормальных и касательных компонент. Видно, что



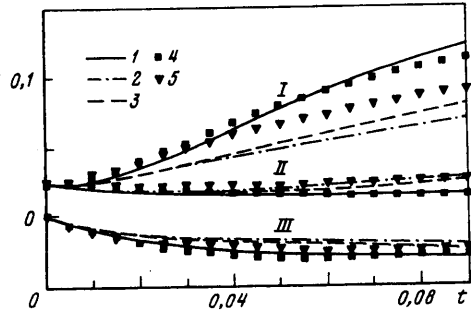
Фиг. 1. Изменения продольных компонент пульсаций скоростей ( $\text{м}^2/\text{с}^2$ ) от времени (с):  
 1 -  $\langle u_x'^2 \rangle$ ; 2,4 -  $\langle v_x'^2 \rangle$ ; 3,5 -  $\langle u_x'v_x' \rangle$



Фиг. 2. Изменения поперечных компонент пульсаций скоростей ( $\text{м}^2/\text{с}^2$ ) от времени (с):  
 1 -  $\langle u_y'^2 \rangle$ ; 2,4 -  $\langle v_y'^2 \rangle$ ; 3,5 -  $\langle u_y'v_y' \rangle$



Фиг. 3. Изменения касательных компонент пульсаций скоростей ( $\text{м}^2/\text{с}^2$ ) от времени (с):  
 1 -  $\langle u_x'u_y' \rangle$ ; 2,5 -  $\langle v_x'v_y' \rangle$ ; 3,6 -  $\langle u_x'v_y' \rangle$ ; 4,7 -  $\langle u_y'v_x' \rangle$



Фиг. 4. Влияние столкновений на изменение пульсаций скоростей дисперсной фазы ( $\text{м}^2/\text{с}^2$ ) от времени (с): I -  $\langle v_x'^2 \rangle$ , II -  $\langle v_z'^2 \rangle$ , III -  $\langle v_x'v_z' \rangle$

решения (3.1), (3.2) находятся в разумном согласии с данными прямого стохастического моделирования, особенно для нормальных компонент вне области начальных значений. Отметим, что в сдвиговом потоке интенсивность пульсаций скорости достаточно инерционных частиц в продольном направлении (фиг. 1) может превышать продольную интенсивность турбулентности несущей среды, тогда как интенсивности флуктуаций скорости частиц в поперечном направлении (фиг. 2), как и при безградиентном течении, оказываются ниже, чем соответствующие интенсивности турбулентности сплошной фазы. Следует указать также на обусловленную сдвигом скорости несимметричность смешанного корреляционного тензора пульсаций скоростей сплошной и дисперсной фаз, т.е. на заметное различие касательных компонент  $\langle u_x'v_y' \rangle$  и  $\langle u_y'v_x' \rangle$  (фиг. 3).

Влияние столкновений на турбулентные напряжения дисперсной фазы исследовалось для частиц диаметром 656 мкм при отношении плотностей материала частиц и воздуха  $\rho_p/\rho = 85$ . Значение сдвига скорости по-прежнему равнялось  $50 \text{ с}^{-1}$ . Соударения частиц считались упругими ( $e = 1$ ). Результаты решения уравнений (3.1) (кривые 1, 2, 3) и расчетов на основе прямого стохастического моделирования с использованием метода крупных вихрей (см. сноску на стр. 105) (4, 5) для продольной, трансверсальной и касательной компонент напряжений представлены на фиг. 4. Кривые 1 и значения 4 показывают эволюцию во времени компонент напряжений, рассчитанных без учета столкновений ( $\Phi = 0$ ), а кривые 2, 3 и значения 5 - с учетом столкновений при  $\Phi = 0,0125$ . Различие кривых 2 и 3 отражает вклад учета коррелированности пульсацион-

ного движения частиц, так как они получены соответственно при  $R = 0$  и согласно (2.3). Видно, что под воздействием столкновений анизотропия пульсаций скорости частиц снижается, однако решения, полученные для хаотического некоррелированного движения частиц, переоценивают влияние столкновений, так как они дают заниженные значения эффективного времени между соударениями. Решения, полученные с учетом коррелированности движения частиц, заметно лучше согласуются с данными прямого стохастического моделирования.

**Заключение.** Результаты проведенного анализа позволяют сделать вывод, что представленная кинетическая модель адекватно описывает влияние сдвига скорости и столкновений на динамические характеристики частиц в турбулентном потоке. Влияние столкновений определялось с учетом коррелированности пульсационного движения частиц в результате их взаимодействия с турбулентными вихрями несущего потока.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научного фонда INTAS (проект 94-4348) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-01-00398).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зайчик Л.И., Першуков В.А. Моделирование движения частиц в турбулентном потоке с учетом соударений // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 1. С. 62–78.
2. Зайчик Л.И. Моделирование движения частиц в неоднородном турбулентном потоке на основе уравнения для функции плотности вероятности // ПММ. 1997. Т. 61. № 1.
3. Simonin O., Deutsch E., Boivin M. Comparison of large eddy simulation and second-moment closure of particle fluctuating motion in two-phase turbulent shear flows // Proc. 9th Symp. on Turbulent Shear Flows. Kyoto, 1993. P. 15.2.1–15.2.6.
4. Деревич И.В., Зайчик Л.И. Осаждение частиц из турбулентного потока // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 5. С. 96–104.
5. Reeks M.W. On a kinetic equation for the transport of particles in turbulent flows // Phys. Fluids A. 1991. V. 3. № 3. P. 446–456.
6. Lun C.K.K., Savage S.B., Jeffrey D.J., Chepurnyi N. Kinetic theories for granular flow: inelastic particles in Couette flow and slightly inelastic particles in a general flow field // J. Fluid Mech. 1984. V. 140. С. 223–256.
7. Jenkins J.T., Richman M.W. Grad's 13-moment system for a dense gas of inelastic spheres // Arch. Rat. Mech. Anal. 1985. V. 87. № 4. P. 355–377.
8. Simonin O. Second-moment prediction of dispersed phase turbulence in particle-laden flows // Proc. 8th Symp. on Turbulent Shear Flows. Munich, 1991. P. 7.4.1–7.4.6.
9. Sommerfeld M., Zivkovic G. Recent advances in the numerical simulation of pneumatic conveying through pipe systems // Comput. Methods in Appl. Sci. Amsterdam, etc.: Elsevier, 1992. P. 201–212.
10. Laviéville J., Deutsch E., Simonin O. Large eddy simulation of interactions between colliding particles and a homogeneous isotropic turbulence field // Proc. 6th Int. Symp. on Gas-Solid Flows, ASME FED. 1995. V. 228. P. 347–357.
11. Деревич И.В. Столкновения частиц в турбулентном потоке // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 2.
12. Riley J.J., Corrsin S. The relation of turbulent diffusivities to Lagrangian velocity statistics for the simplest shear flow // J. Geophys. Res. 1974. V. 79. № 12. P. 1768–1771.
13. Ounis H., Ahmadi G. Motions of small particles in a turbulent simple shear flow field under microgravity condition // Phys. Fluids A. 1991. V. 3. № 11. P. 2559–2570.
14. Reeks M.W. On the constitutive relations for dispersed particles in nonuniform flows. 1. Dispersion in a simple shear flow // Phys. Fluids A. 1993. V. 5. № 3. P. 750–761.
15. Durbin P.A. On modelling three-dimensional turbulent wall layers // Phys. Fluids. A. 1993. V. 5. № 5. P. 1231–1238.