

УДК 532.529.6:534.13

© 1998 г. В.С. АВДУЕВСКИЙ, Р.Ф. ГАНИЕВ, Л.Е. УКРАИНСКИЙ,
И.Г. УСТЕНКО**ДВИЖЕНИЕ ГАЗОВОГО ВКЛЮЧЕНИЯ В КАПИЛЛЯРЕ
ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВИБРАЦИИ**

Исследуется движение газовых включений в трубопроводе, заполненных жидкостью, при действии вибрации для случая, когда поперечные размеры газовых включений соизмеримы с поперечными размерами трубопровода. Рассмотрены два предельных случая движения включений, различающихся механизмами сопротивления. При малых скоростях движения предполагается, что сопротивление в основном определяется капиллярными силами и трением в пленке жидкости, отделяющей газовое включение от стенки трубопровода. С ростом скорости движения включения главный вклад в сопротивление вносят такие механизмы, как отрыв потока, образование области пониженного давления в следе и т.п.

Показано, что влияние вибрации на газовое включение, движущееся в капилляре под действием стационарных сил, приводит к торможению включения в определенных точках капилляра. При этом капилляр ведет себя как фильтр, не пропускающий те включения, размер которых меньше некоторого критического значения.

В работах [1–5] рассмотрено влияние вибрационного воздействия на движение сферических газовых пузырей в сосудах, размеры которых существенно превосходят размеры включений. Было установлено, что вибрация заметно влияет на движение пузырей. Так, например, всплывающие под действием силы тяжести пузыри в покоящейся жидкости могут изменить направление своего движения и начать тонуть после включения вибрации.

В данной работе рассматривается движение газовых включений в капилляре, заполненном жидкостью, когда поперечные размеры включений соизмеримы с диаметром капилляра, т.е. включение представляет собой газовую пробку, отделенную от стенок капилляра тонкой пленкой жидкости. Изучение движения такого рода образований к настоящему времени проведено лишь для стационарных случаев [6–8].

1. Математическая постановка задачи. Рассмотрим движение газового включения длиной Y в заполненной жидкостью тонкой цилиндрической трубке с поперечным сечением площадью A . Поступательное движение включения определяется количеством жидкости, протекающей через пленку между включением и стенкой трубки. Трубка благодаря внешним воздействиям совершает вдоль своей оси гармонические колебания с круговой частотой ω . Принимаем, что движение трубки происходит в однородном поле массовых сил, ускорение которого g направлено вдоль оси трубки к ее дну. Нижний конец трубки закрыт, противоположный конец находится под постоянным давлением P_* . Сжимаемостью жидкости по сравнению со сжимаемостью включений пренебрегаем. Течение жидкости вдоль всей трубки будем считать ламинарным, за исключением малой области вблизи отступающего мениска включения в случае больших скоростей его перемещения.

Считаем, что линейный размер поперечного сечения существенно меньше, чем длина столбиков жидкости, заполняющей трубку. При этом неоднородностью тече-

ния жидкости в трубке можно пренебречь и считать его одномерным. Всю жидкость в трубке разделим на три участка: первый – от дна трубки до нижнего мениска газового включения, второй – между боковыми поверхностями газового включения и трубки, третий – от верхнего мениска газового включения до свободной поверхности жидкости. Предполагаем, что в процессе движения жидкий объем остается односвязным, скорость всех частиц жидкости в каждом из участков одинакова. Тогда выражения для кинетической и потенциальной энергии системы могут быть записаны в следующем виде:

$$T = \frac{1}{2} \rho A \left[X \dot{X}_0^2 + sY \left(\dot{X}_0 - \frac{1}{s} \dot{X} \right)^2 + Z (\dot{X}_0 + (1-s)\dot{Y})^2 \right]$$

$$\Pi = \frac{P_0 V_0^\gamma Y^{1-\gamma}}{(\gamma-1)(A-\sigma)^{\gamma-1}} -$$

$$-\rho g A \left[\left(\frac{X}{2} + X_0 \right) X - sY \left(\frac{Y}{2} + X_0 + X \right) - Z \left(\frac{Z}{2} + X_0 + X + Y \right) \right] + P_* A (1-s)Y \quad (1.1)$$

где X, Z – длины нижнего и верхнего столбов жидкости; X_0 – координата дна трубки; ρ – плотность жидкости; σ – площадь сечения пленки жидкости на втором участке; P_0, V_0 – невозмущенные давление и объем газового включения; γ – показатель адиабаты газа; $s = \sigma/A$.

При выводе выражения для потенциальной энергии принимается, что процесс сжатия газа происходит адиабатически, а энергией, связанной с поверхностным натяжением, можно пренебречь. Первый член в уравнении описывает энергию сжатого газа пробки, второй – энергию поля силы тяжести, третий – энергию внешних сил на свободной поверхности жидкости.

В настоящей работе будут учитываться следующие непотенциальные силы. В-первых, силы вязкости в жидкости, которые могут быть сведены к силе сопротивления движению жидкой пленки F_1 и силе сопротивления движению верхнего столбца жидкости F_2 . Во-вторых, капиллярные силы F_3 , обусловленные возникновением разницы перепадов давления на отступающем и наступающем менисках газового включения вследствие их различной кривизны. Сила F_3 будет учитываться при малых скоростях движения, при больших ею пренебрегаем по сравнению с силой F_4 , обусловленной отрывом потока и турбулентностью в следе включения. Принимается, что F_1, F_3, F_4 приложены к центру масс жидкой пленки, а F_2 – к центру масс верхнего участка жидкости. Учитывая это, получаем выражения для сил

$$Q_x = F_i + F_1, \quad Q_y = \frac{1}{2} F_i + F_2; \quad i = 3 \text{ (Re} < 1\text{)}; \quad i = 4 \text{ (Re} > 1\text{)}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho R}{\mu} |\dot{X} + 0,5\dot{Y}| \quad (1.2)$$

где Re – число Рейнольдса, определяемое через скорость центра масс второго участка жидкости, радиус капилляра R и динамическую вязкость μ . Выражения (1.1), (1.2) подставляем в уравнения Лагранжа второго рода и делаем следующие упрощающие предположения. Изменения толщины пленки s считаем медленными и производными этой функции пренебрегаем. Предполагая, что пульсации включения малы, положим $Y = Y_0 + y, y/Y_0 \ll 1$, где Y_0 – невозмущенная длина включения, y – его пульсации. Сохраним в уравнениях члены до второго порядка малости относительно y . В процессе перемещения включения по капилляру длина верхнего столба жидкости

изменяется. Когда включение близко к свободной поверхности, то членами уравнений, содержащими Z , будем пренебрегать. В результате получим

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= s[\ddot{X}_0 - (1-s)g] - \frac{\dot{y}}{Y_0} \left[\dot{X} - s^2 \dot{X}_0 + \frac{1}{2} s(1-s)^2 \dot{y} \right] + \frac{y\dot{y}}{Y_0^2} (\dot{X} - s^2 \dot{X}_0) + \\ &+ \Phi_1^0 + \Phi_1^1 y + \Phi_1^2 \dot{y} + \frac{1}{2} (\Phi_1^{11} y^2 + \Phi_1^{22} \dot{y}^2) + \Phi_1^{12} y\dot{y} \\ \ddot{y} + \Omega^2 y &= \frac{1}{1-s} (g - \ddot{X}_0) + \Psi \left[1 + \frac{sy}{Z} + \left(\frac{sy}{Z} \right)^2 \right] + \frac{\dot{y}}{Z} \left[\dot{X} \left(1 + \frac{sy}{Z} \right) + \frac{s}{2} \dot{y} \right] + \\ &+ \left(\frac{\gamma+1}{2Y_0} - \frac{s}{Z} \right) \Omega^2 y^2 + \Phi_2^0 + \Phi_2^1 y + \Phi_2^2 \dot{y} + \frac{1}{2} (\Phi_2^{11} y^2 + \Phi_2^{22} \dot{y}^2) + \Phi_2^{12} y\dot{y} \quad \left(\frac{Z}{Y_0} > 1 \right) \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$y^2 + \frac{2}{s} y\dot{X} + \frac{\dot{X}}{(1-s)^2} \left(\frac{1}{s^2} \dot{X} - 2\dot{X}_0 \right) - By + \frac{\gamma+1}{2Y_0} By^2 = 0 \quad \left(\frac{Z}{Y_0} < 1 \right)$$

$$\Omega^2 = \frac{\gamma P_*}{\rho Z Y_0 (1-s)}, \quad B = Y_0 \frac{2\gamma P_*}{\rho} \frac{1-s}{s}, \quad \Psi = \frac{\dot{X}}{Z(1-s)^2} \left(\frac{\dot{X}}{2s} - s\dot{X}_0 \right)$$

$$\Phi_1 = \frac{s}{\rho Y} \frac{Q_x}{A}, \quad \Phi_2 = \frac{1}{\rho Z (1-s)^2} \frac{Q_y}{A}$$

$$\Phi_k^1 = \frac{\partial \Phi_k}{\partial y} \Big|_{y=\dot{y}=0}, \quad \Phi_k^2 = \frac{\partial \Phi_k}{\partial \dot{y}} \Big|_{y=\dot{y}=0}, \quad k = 1, 2$$

Первое из уравнений (1.3) описывает поступательное перемещение газового включения как материальной точки, а два других – его пульсации.

Определим выражения для непотенциальных сил. Разность капиллярных давлений на противоположных менисках включения, возникающая вследствие их различной кривизны, порождает силу, препятствующую движению включения [6]. Рассмотрим медленное прямолинейное стационарное движение газового включения. Будем называть мениск, перемещающийся в направлении от газа к жидкости, наступающим, а от жидкости к газу – отступающим. Предполагаем, что формы менисков имеют форму сферических сегментов, причем угол, образованный поверхностью мениска и стенкой капилляра (угол смачиваемости), определяется через радиус капилляра R и радиус кривизны мениска r : $\cos \Theta = R/r$.

Воспользовавшись феноменологическими соотношениями, связывающими величины углов смачивания со скоростью включения [9, 10], получим

$$\cos \Theta_1 = 1 - (1 - \cos \Theta_0) \exp \left(- \frac{T}{W\alpha(1 - \cos \Theta_0)} \nu \right) \quad (1.4)$$

$$\cos \Theta_2 = \cos \Theta_0 \exp \left(- \frac{T}{W\alpha \cos \Theta_0} \nu \right)$$

где Θ_0 , Θ_1 и Θ_2 – углы смачивания покоящегося, наступающего и отступающего менисков, T – температура, α – коэффициент поверхностного натяжения, W – эмпирический коэффициент, ν – скорость перемещения мениска относительно стенок капилляра. В рассматриваемом случае для нижнего мениска $\nu = \dot{X}$, для верхнего $\nu = \dot{X} + \dot{Y}$.

Используя формулу Лапласа для перепада давлений по разные стороны каждого из менисков и считая, что распределение давления внутри газового включения однород-

но, вычислим перепад давлений, который образуется между менисками вследствие действия поверхностных сил

$$F_3 = \frac{2\alpha A}{R} (\cos \Theta' - \cos \Theta'') \quad (1.5)$$

где Θ' , Θ'' – углы смачивания верхнего и нижнего менисков.

Соотношения (1.4), (1.5) позволяют определить величину F_3 для разных случаев движения включения

$$F_3 = \frac{2\alpha A}{R} \{ \delta_{i1} - \delta_{i4} + \beta_1 (\cos \Theta_0 - \delta_{i1} - \delta_{i3}) - \beta_2 (\cos \Theta_0 - \delta_{i4} - \delta_{i3}) \}$$

$$\beta_1 = \exp \left[-\frac{T(\dot{X} + \dot{Y})}{\alpha W (1 - \cos \Theta_0)} \right], \quad \beta_2 = \exp \left[-\frac{T\dot{X}}{\alpha W \cos \Theta_0} \right] \quad (1.6)$$

$$i = 1 (\dot{X} > 0, \dot{X} + \dot{Y} > 0); \quad i = 2 (\dot{X} > 0, \dot{X} + \dot{Y} < 0)$$

$$i = 3 (\dot{X} < 0, \dot{X} + \dot{Y} > 0); \quad i = 4 (\dot{X} < 0, \dot{X} + \dot{Y} < 0)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера.

Величину F_4 можно найти, воспользовавшись эмпирическими результатами работы [8]

$$F_4 = -\frac{\rho k}{R} (\dot{X} + \dot{Y}) |\dot{X} + \dot{Y}| Y \quad (1.7)$$

где k – первый корень функции Бесселя первого рода, первого порядка.

Формулы (1.6), (1.7) справедливы при стационарных движениях. Предположим, что при нестационарном движении эти выражения сохраняют свой вид, но коэффициенты Θ_0 и W должны быть подобраны с учетом экспериментальных данных.

Оценим теперь сопротивление, испытываемое жидкостью при ее перемещении относительно стенок капилляра. Движение жидкости, происходящее в рассматриваемой системе, будем предполагать ламинарным.

Сила сопротивления движению жидкости на третьем участке F_2 зависит от формы сечения капилляра. Определим ее для трубки круглого поперечного сечения. Для этого воспользуемся решением Гельмгольца [11] задачи о движении вязкой несжимаемой жидкости в трубке круглого поперечного сечения под действием гармонического перепада давления на концах трубки. Используя его, определяем связь между средней по сечению трубки радиуса R скоростью и перепадом давления на ее концах. Затем выделим ту часть перепада, которая связана с вязкостью жидкости и применим полученное соотношение для третьего участка жидкости. Получим

$$F_2 = (1 - s) \left(K_r \dot{Y} + \frac{K_i}{\omega} \ddot{Y} \right)$$

$$K = K_r + iK_i = i\pi R^2 \omega \rho Z \left(1 + \frac{J_0(qR)}{J_2(qR)} \right), \quad q = \sqrt{-\frac{i\omega\rho}{\mu}}$$

где J_0 и J_2 – функции Бесселя первого рода.

Для вычисления сопротивления движению пленки жидкости на втором участке F_1 воспользуемся аналогичным приемом. Рассмотрим движение вязкой несжимаемой жидкости в кольцевой зоне толщиной h и площадью сечения s , прилегающей к стенке цилиндрической трубки радиуса R , которое происходит под действием гармонического перепада давлений между ее торцами. На стенке капилляра ставится условие прилипания, а на поверхности контакта с газом принимается, что касательные

составляющие тензора напряжений в жидкости равны нулю. Используя полученное решение, находим зависимость силы сопротивления F_1 , обусловленной действием вязкости, от средней по сечению кольцевой зоны скорости жидкости в пленке. Имеем

$$F_1 = -\frac{R^2}{sh(2R-h)} \left(G_r \dot{X} + \frac{G_i}{\omega} \ddot{X} \right)$$

$$G = G_r + iG_i = iAY\omega\rho \left(1 + \frac{1}{k-1} \right), \quad k = \frac{2R(N_1'J_1'' - N_1''J_1')}{hq(2R-h)(N_1'J_0'' - N_0''J_1')}$$

где J, N – функции Бесселя первого и второго рода; штрих означает, что аргумент функции равен $q(R-h)$, а два штриха – qR .

Толщина пленки h считалась медленно меняющейся величиной, изменения которой становятся заметными за достаточно большой промежуток времени $\Delta t > \tau = 2\pi/\omega$. Также предполагалось, что в начальный момент толщина пленки имеет такое же значение, как и в случае стационарного движения h_0 .

Рассматривая движение газового включения под действием стационарной силы тяжести, легко получить связь между толщиной пленки и скоростью включения

$$h_0 = R \sqrt{\frac{2\mu \dot{X}_*}{\rho g R^2 (\pi - 1)}}$$

В расчетах в качестве \dot{X}_* бралась определенная экспериментально средняя скорость всплывания включения по капилляру в отсутствие вибрации.

Значение $h = h_0$ считалось постоянным на первом шаге интегрирования уравнений (1.3) от начала процесса при $t = t_0$ до конца первого шага при $t = t_1 = t_0 + H$. На этом шаге определялись численно величины $X(t)$, $Y(t)$ и их производные. Затем определялась средняя на интервале длина газового включения

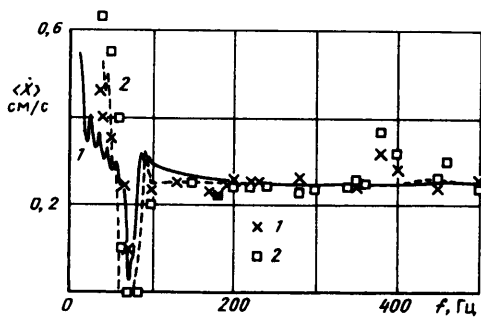
$$\langle Y \rangle = \frac{1}{H} \int_{t_0}^{t_1} Y(t) dt$$

Значение h для следующего шага интегрирования находилось из того условия, чтобы объем включения в начальный момент этого шага был равен среднему объему на предыдущем шаге, и т.д.

Подбор шага H осуществлялся на основании сравнения результатов счета с экспериментом, а также из соображений экономии машинного времени, и обычно эта величина принимала значения от 10 до 100 τ .

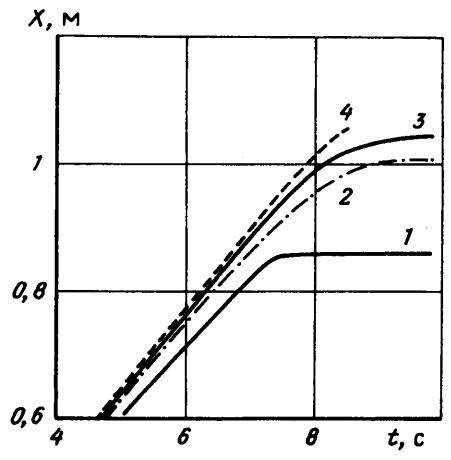
2. Сравнение экспериментальных и теоретических результатов. Экспериментальные исследования проводились на стенде, состоящем из электродинамического вибратора, на подвижном столе которого жестко крепились стеклянные трубки с жидкостью. Стол вибратора можно было фиксировать под любым углом к вертикали, что давало возможность изменять величину внешней массовой силы, действующей в направлении оси трубки, в диапазоне от $g = 0$ до g_0 , где g_0 – ускорение свободного падения. Газ вводился в нижнюю часть трубки с помощью дозирующего устройства. Движение включений регистрировалось с помощью скоростной кинокамеры. Интервал между кадрами составлял 0,25 с.

Наблюдался следующий характер движения газовых включений. Сначала включение поднималось по капилляру со скоростью, близкой к стационарной, колебания его длины малы. В области, где частота вибрации ω близка к частоте собственных колебаний Ω , происходило торможение движения включения, в этом случае наблюдались его интенсивные колебания. После прохождения резонансного участка ско-



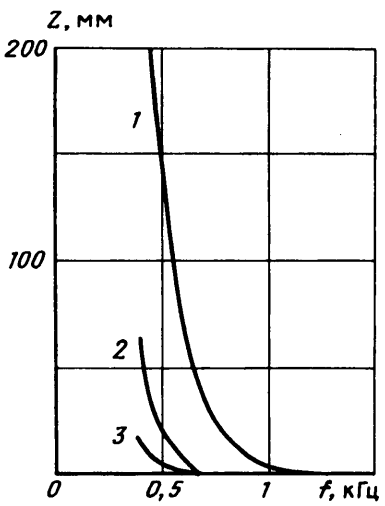
Фиг. 1

Фиг. 1. Зависимость средней скорости включения от частоты вибрации. Диаметр капилляра 3,5 мм; длина 300 мм; стационарная длина включения 10 мм; ускорение силы тяжести 1 g_0 ; амплитуда вибрации 2 g_0 и 6 g_0 (кривые 1, 2)



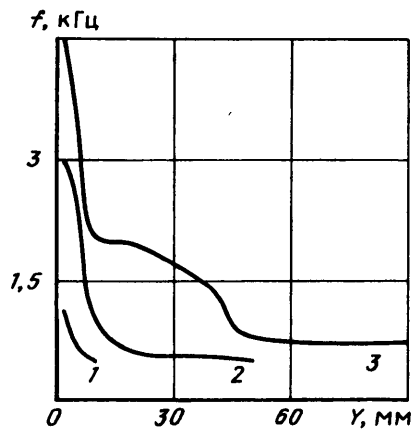
Фиг.2

Фиг. 2. Траектории движения газовых включений в капилляре диаметром 4,2 мм и длиной 1,2 м при вибрации с амплитудой 50 g_0 на частоте 400 Гц; $Y_0 = 2, 5, 10, 20$ мм (кривые 1-4)



Фиг. 3

Фиг. 3. Расстояние от точки торможения до верхнего конца капилляра в зависимости от частоты вибрации. Обозначения кривых и значения параметров, как на фиг. 2



Фиг.4

Фиг. 4. Фильтрационные характеристики капилляра при амплитуде вибрации 50 g_0 , 100 g_0 , 200 g_0 (кривые 1-3)

рость всплытия включения вновь становилась близкой к стационарной. При использовании в опытах достаточно длинных капилляров наблюдалось торможение включения в нескольких участках, соответствующих частотам, кратным Ω .

При вибрационном воздействии с частотой ниже Ω наблюдается ускорение движения включения по сравнению со стационарным случаем. С ростом амплитуды виброускорения эти эффекты проявляются сильнее.

На фиг. 1 показана зависимость средней скорости включения от частоты вибрации. Результаты экспериментов показаны точками, а расчетные кривые сплошной линией. Из фигуры видно, что при наложении вибрации с амплитудой ускорения $6 g_0$ и с частотой, близкой к 68 Гц, наблюдается полная остановка включения.

С увеличением объема газового включения действие вибрации становится менее заметным, эффект торможения ослабевает, а при длине пробки более 40 мм вообще не наблюдается. Частота вибрации, при которой наблюдается торможение, с ростом объема включения уменьшается. На фиг. 2 представлены траектории движения в капилляре газовых включений разного объема. С ростом объема включения область торможения смещается вверх к открытому концу капилляра, что согласуется с зависимостью Ω от длин включения Y_0 и верхнего столба жидкости Z в формулах (1.3).

На фиг. 3 представлена зависимость координаты точки торможения от частоты вибрации. Пересечение кривой с осью абсцисс определяет частоту, делящую частотную ось на подобласть, где происходит остановка включения $Z > 0$ и подобласть, где пробка достигает конца капилляра $Z = 0$.

На фиг. 4 построены зависимости точек разбиения частотной оси на подобласти в зависимости от объема включения для различных амплитуд виброускорения. Точки, расположенные выше кривой, соответствуют таким параметрам, при которых происходит беспрепятственное прохождение всего капилляра. Точки, расположенные ниже кривой, соответствуют параметрам, при которых наступает полная остановка включения.

Таким образом, при вибрационной нагрузке капилляр ведет себя как своеобразный фильтр, характеристики которого зависят от параметров вибрации. Кривые на фиг. 4 можно рассматривать как характеристики фильтра. Фильтрационное свойство капилляра является причиной скопления газовых включений. Каким-либо образом сформированные в капилляре включения скапливаются в определенной точке капилляра. В этой точке образуется газовая пробка большого объема. По мере роста объема пробки точка, изображающая на фиг. 4 ее динамику, смещается вправо, поэтому через некоторое время пробка может беспрепятственно пройти оставшуюся часть капилляра.

3. Результаты расчета динамики газовых включений в системах топливоподачи второй ступени космической ракеты-носителя "Зенит". Емкости систем топливоподачи современных ракетных двигателей во многих конструкциях реализуются в виде сетей протяженных разветвленных капилляров разнообразных поперечных сечений. Существенной технической проблемой является определение возможных форм миграции газовых включений в такого рода системах, так как недопустимо, чтобы в момент запуска насоса на входе в него оказалось газовое скопление. Такая ситуация может стать причиной аварии.

Основываясь на изложенных результатах, а также на работе [4] для случая включений, размер которых мал по сравнению с диаметром трубопровода, был проведен анализ топливной системы второй ступени ракеты-носителя "Зенит".

Натурные измерения, проведенные во время испытательных полетов, показали, что в промежутке времени от момента заполнения системы горючим до начала вращения роторов насосов горючего система находится под воздействием вибрации сложного спектрального состава. Преобладающими являются следующие частоты: 300–500 Гц, 3000 ± 300 Гц, 6900 ± 300 Гц, 10000 ± 1000 Гц. Амплитуды указанных спектральных составляющих находятся в диапазоне 5–200 g_0 . Ускорение поля внешних массовых сил изменялось по закону, определяемому движением ракеты, и принимало значение 0,1–6,0 g_0 .

Были проведены расчеты траекторий газовых включений в каждом из трубопроводов рассматриваемой системы. Считалось, что вибрация и ускорение поля внешних массовых сил изменяются таким же образом, как и в реальном полете. Начальный момент времени выбирался совпадающим с моментом окончания заливки топлива.

В результате расчетов были установлены те начальные положения включений, начиная движения из которых газовые скопления попадают на вход насоса горючего в момент его запуска. Выявление данных областей позволило установить места дренажей топливной системы и моменты их включения, исключающие возможность возникновения аварийных ситуаций.

Заключение. Разработана теория, позволяющая описать движение газовых включений в трубопроводах при воздействии вибрации для случая, когда поперечные размеры включений сравнимы с поперечными размерами трубопровода. Показано, что в точках трубопровода, в которых газовое включение совершает резонансные колебания, происходит торможение поступательного движения включения.

Проведено экспериментальное исследование движения газовых включений в капиллярах при вибрационной нагрузке. Получены данные о влиянии различных параметров: частоты и амплитуды вибрации, объема газа на скорость и траекторию движения включения. Показано, что предложенная теория удовлетворительно описывает результаты экспериментов.

Основываясь на полученных результатах, выполнен анализ миграции газовых включений в топливной системе второй ступени ракеты-носителя "Зенит" и выработаны рекомендации, способствующие снижению вероятности возникновения аварийных ситуаций в этой системе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01813).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bleich H.H.* Effect of vibrations on the motion of small gas bubbles in a liquid // *Jet propulsion*. 1956. V. 26. № 11. P. 958–964.
2. *Baird M.H.J.* Resonant bubbles in a vertically vibrating liquid column // *Canad. J. Chem. Eng.* 1963. V. 41. № 2. P. 52–55.
3. *Апштейн Э.З., Григорян С.С., Якимов Ю.Л.* Об устойчивости роя пузырьков воздуха в колеблющейся жидкости // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1969. № 3. С. 101–104.
4. *Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е.* Динамика частиц при воздействии вибрации. Киев: Наук. думка, 1975. 168 с.
5. *Ганиев Р.Ф., Гранова Г.Н., Украинский Л.Е.* О пространственных формах движения пузырьков и условиях их проникновения в колеблющуюся жидкость // *Машиноведение*. 1989. № 1. С. 64–69.
6. *Bretherton F.P.* The motion of long bubbles in tubes // *Fluid Mech.* 1961. V. 10. № 2. P. 166–188.
7. *Taylor G.I.* Deposition of a viscous fluid on the wall of a tube // *Fluid Mech.* 1961. V. 10. № 2. P. 161–165.
8. *Sylvester N.D.* A mechanistic model for two-phase vertical slug flow in pipes // *Trans. ASME. Energy Res. Technol.* 1987. V. 109. № 4. P. 206–213.
9. *Самсонов В.М., Щербаков Л.М.* Неравновесная термодинамика периметра смачивания. Термодинамические характеристики периметра смачивания. Уравнения баланса // *Коллоид. журн.* 1985. Т. 47. № 4. С. 729–736.
10. *Самсонов В.М., Щербаков Л.М.* Применение неравновесной термодинамики к кинетике растекания и течения жидкости в капилляре // *Коллоид. журн.* 1985. Т. 47. № 5. С. 907–921.
11. *Helmholtz H.* Uber elektrische Grenzschichten // *Ann. Phys. und. Chem.* 1879. Bd. 7. P. 337–382.

Москва

Поступила в редакцию
23.X.1996