

УДК 532.51.013.4:536.24 + 534.13

© 1998 г. А.А. ИВАНОВА, В.Г. КОЗЛОВ

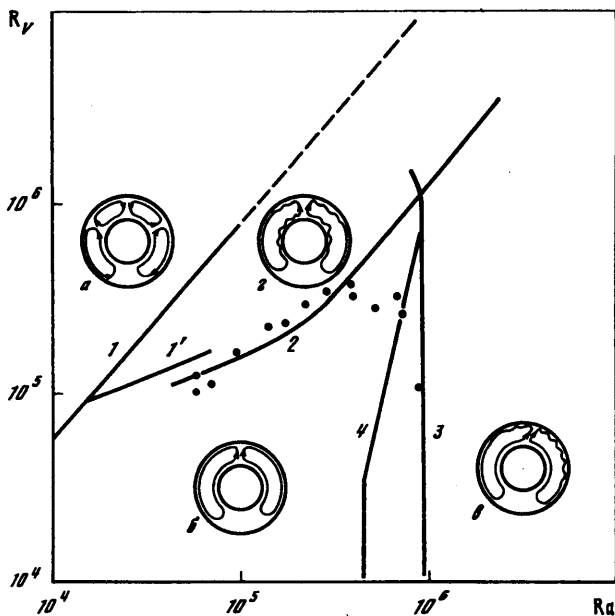
## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КОНВЕКТИВНЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ В ВИБРАЦИОННОМ ПОЛЕ

Исследована волновая неустойчивость конвективных пограничных слоев в горизонтальном цилиндрическом слое этилового спирта, совершающем высокочастотные гармонические вертикальные колебания. Обнаружено сильное дестабилизирующее влияние вибраций на устойчивость конвективных пограничных слоев. Найдена граница возбуждения волновой неустойчивости на плоскости гравитационного и вибрационного чисел Рэлея  $Ra$ ,  $R_V$ . Изучена зависимость от чисел Рэлея периодов пульсаций температуры, вызванных волнами в пограничных слоях вблизи внешней и внутренней границ полости.

В замкнутых полостях сформировавшиеся в условиях развитой гравитационной конвекции пограничные слои при определенных условиях теряют устойчивость. Неустойчивость проявляется в виде бегущих волн, локализованных непосредственно в пограничных слоях. Такого типа волны наблюдались в физических и численных экспериментах [1, 2] в полостях разной геометрии при числах Прандтля, соответствующих газам ( $Pr \sim 1$ ). Подобного типа неустойчивость была обнаружена при экспериментальном изучении свободно-конвективного течения жидкости с относительно большим числом Прандтля ( $Pr \sim 15$ , этанол) в горизонтальном цилиндрическом слое, образованном двумя коаксиальными цилиндрами [3]. Волны наблюдались вблизи внешней (холодной) цилиндрической поверхности. Однако их возбуждение происходило на фоне неустойчивого течения в целом (асимметричное течение и крупномасштабные возмущения в нисходящих потоках), что осложняло изучение собственно волновой моды. Исследования вибрационной конвекции в том же слое выявили селективное влияние вибраций на разные моды неустойчивости гравитационного течения [4]: вибрации значительно снижают порог возбуждения волновой неустойчивости конвективных пограничных слоев, делая эту моду наиболее опасной, что облегчает ее исследование.

Настоящая работа посвящена изучению волновой неустойчивости конвективных пограничных слоев в горизонтальном цилиндрическом слое, совершающем высокочастотные вертикальные вибрации.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим определяющие безразмерные параметры и структуру вибрационно-гравитационного течения в горизонтальном цилиндрическом слое. В отсутствие силы тяжести в полости с неизотермической жидкостью, совершающей высокочастотные поступательные вибрации, возможно возбуждение осредненного течения – вибрационной тепловой конвекции, которая в предельном случае больших безразмерных частот  $\omega = \Omega h^2/\nu \gg 1$  характеризуется вибрационным числом Рэлея  $R_V = (b\Omega\beta\theta h)^2/2\nu\chi$  и числом Прандтля  $Pr = \nu/\chi$ . Здесь  $b$  и  $\Omega$  – амплитуда и частота вибраций,  $h$  и  $\theta$  – характерные размер полости и разность температур,  $\beta$ ,  $\nu$  и  $\chi$  – коэффициенты теплового расширения, кинематической вязкости и температуропроводности. При одновременном действии вибрационного и гравитационного механизмов, как это имеет место в замкнутой полости, совершающей вибрации в поле



Фиг. 1. Карта режимов вибрационно-гравитационной конвекции в горизонтальном цилиндрическом слое этилового спирта, совершающем высокочастотные вертикальные вибрации, 1, 1' -  $\omega = 320$ ; 2-4 -  $\omega = 1700$

силы тяжести, структура течения определяется еще и гравитационным числом Рэлея  $Ra = g\beta\theta h^3/\nu\chi$ .

Экспериментальное исследование структуры вибрационно-гравитационной конвекции в горизонтальном цилиндрическом слое этанола ( $Pr \sim 15$ ) с отношением радиусов внутренней и внешней поверхностей  $r_i/r_0 \sim 0,5$  было проведено в [5-7]. Линейные вибрации осуществлялись вдоль вертикальной оси. Структура течения исследовалась с помощью термозондов. Опыты проводились в области высоких безразмерных частот  $\omega = 320-1700$ . На фиг. 1 приведена полученная в [6] карта режимов вибрационно-гравитационной конвекции. Вибрационное и гравитационное числа Рэлея определены по разности температур  $\theta$  изотермических цилиндрических границ слоя и его толщине  $h = r_0 - r_i$ .

На карте (фиг. 1) линия 1 разделяет области двухвихревого гравитационного течения и многовихревого виброконвективного, примерный вид которого показан на рисунке слоя (фрагмент а). Справа от кривой 1 течение в целом сохраняет характерную для гравитационной конвекции структуру в виде двух серповидных вихрей, образованных потоком, восходящим над внутренним разогретым цилиндром. Область устойчивого ламинарного течения (фрагмент б) ограничена кривыми 1-4; за пределами этой области наблюдаются разные типы неустойчивости двухвихревого течения (фрагменты в и з).

Кривые 1' и 2 отмечают границу устойчивости двухвихревого серповидного течения по отношению к вихрям, регулярно срывающимся с внутреннего цилиндра в его полярной области. Этот вид неустойчивости имеет вибрационную природу, а ее возбуждение сопровождается кризисом теплопереноса. Некоторое рассогласование кривых 1' и 2, характеризующих один и тот же порог, объясняется тем, что кривая 2 получена при достаточно высокой безразмерной частоте  $\omega = 1700$  [4], в то время как кривая 1' получена при  $\omega = 320$  [5] и не соответствует высокочастотному пределу.

Кривая 3 отмечает порог возбуждения сравнительно крупномасштабных пульсаций температуры, вызванных колебательной модой неустойчивости основного двухвихревого течения. Справа от линии 3 наблюдается асимметричное двухвихревое серповидное течение с конвективным факелом, устойчиво наклоненным в ту или другую сторону от вертикального положения. При плавном повышении гравитационного числа Рэлея возбуждение этой моды при сравнительно небольших вибрационных параметрах  $R_V$  ( $R_V < Ra$ ) происходит одновременно с основной колебательной модой (кривая 3), но обратный переход к ламинарному симметричному относительно вертикали течению происходит с гистерезисом. Кривая 4 показывает нижнюю границу гистерезиса. Точками на рисунке представлены результаты исследований, проведенных в настоящей работе; их описание будет дано ниже.

Далее приводятся результаты исследования волновой неустойчивости конвективных пограничных слоев вблизи внешней и внутренней границ полости в условиях рассмотренного на фиг. 1 вибрационно-гравитационного течения.

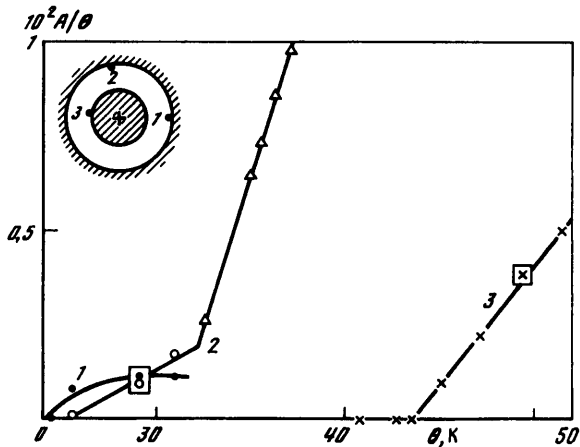
**2. Экспериментальная установка. Методика эксперимента.** Исследования были проведены на относительно толстом ( $r_i/r_0 = 0,48$ ) слое, заполненном 96%-ным этиловым спиртом (параметры жидкости определялись по средней температуре слоя). Используемая в экспериментах модель с диаметрами внутреннего и внешнего цилиндров соответственно 10,5 и 22,0 мм и рабочей длиной слоя 75 мм по конструкции подобна описанной в [7]. Внутренний цилиндр, изготовленный из меди, нагревался вмонтированным в него электрическим нагревателем, внешний, алюминиевый, поддерживался при постоянной температуре за счет циркулирующей в специальных каналах воды от термостата. Высокая теплопроводность металлов обеспечивала однородность температуры границ полости. С торцов слой был ограничен прозрачными плексигласовыми фланцами, через которые могли проводиться визуальные наблюдения.

Измерения температуры проводились с помощью медь-константановых термопар с диаметром термоэлектродов 0,06 мм. Холодные спаи всех термопар были выведены в массив внешнего цилиндра. Горячие спаи размещались в слое на относительном расстоянии  $s = r/r_0 = 0,48; 0,56; 0,66; 0,86; 0,98$ . Спаи одной из термопар был вмонтирован в стенку внутреннего цилиндра, что позволяло измерять разность температур границ слоя. Для исключения загромождения полости термопары были разнесены по углу и по длине слоя. При повороте модели вокруг продольной оси взаимное расположение термопар оставалось неизменным. В силу симметрии полости поворот модели, не изменяя структуру конвективного течения, позволял измерять температуру ограниченным числом термодатчиков во всем объеме.

Температура внешней границы слоя во всех опытах поддерживалась постоянной и равной 10,0°C. Нагреватель, установленный во внутреннем цилиндре, был подключен к стабилизированному источнику питания типа Б5-49. Нестабильность мощности тепловыделения во внутреннем цилиндре в ходе эксперимента не превышала 0,02 Вт. Температурные измерения проводились в установившемся режиме, который наступал примерно через 5–10 мин после изменения мощности нагревателя. Данные с термопар выводились на цифровой вольтметр и параллельно с ним на самопишущий потенциометр. Точность измерения температуры составляла  $\pm 0,05$  К.

Опыты проводились с использованием механического вибратора, описание которого приведено в [7]. Модели сообщались вертикальные гармонические поступательные колебания с амплитудой  $b$  и частотой  $f$ . Амплитуда вибраций изменялась в интервале значений  $b = 0-60$  мм ( $\Delta b = 0,3$  мм). Частота вибраций поддерживалась постоянной и равнялась  $f = 10$  Гц. Измерение частоты проводилось цифровым тахометром ТЦ-3М с точностью  $\pm 0,01$  Гц. Нестабильность частоты в ходе экспериментов не превышала 0,2 Гц.

Методика проведения эксперимента менялась в зависимости от амплитуды вибраций. При умеренных амплитудах ( $b < 30$  мм) опыты проводились при постоянно включенном вибраторе. При этом мощность тепловыделения во внутреннем цилиндре изменялась пошагово, а температурные измерения в слое проводились после установления стационарного режима конвекции на каждом шаге. При амплитудах  $b > 30$  мм после изменения мощности предварительное установление режима теплопереноса осуществлялось в отсутствие вибраций; измерение температуры проводилось после включения вибратора и установления стационарного режима конвекции.

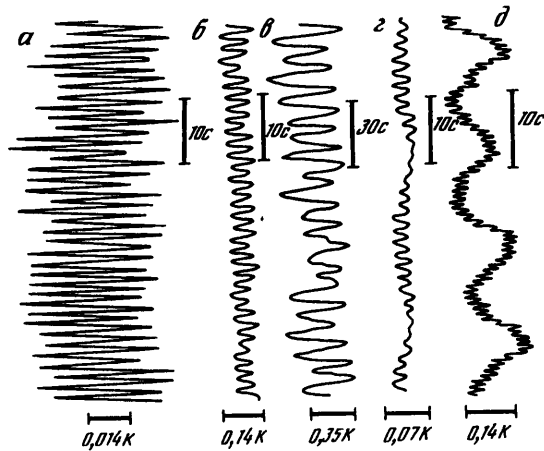


Фиг. 2. Вид амплитудных кривых различных мод неустойчивости в зависимости от разности температур границ слоя  $\theta$ . Обозначения кривых соответствуют номерам термодатчиков, положение которых (оно показано на рисунке слоя точками) определяется относительным расстоянием от оси  $s$  и отсчитанным от вертикали углом  $\alpha$ : 1 -  $s = 0,95$ ;  $\alpha = 82^\circ$ , 2 -  $0,90$ ;  $-20^\circ$ , 3 -  $0,50$ ;  $-85^\circ$

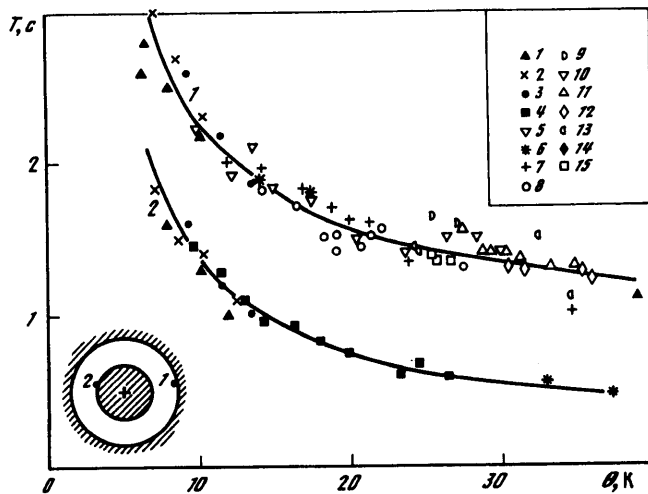
**3. Экспериментальные результаты.** В отсутствие вибраций критическое число Рэлея, при котором ламинарное течение теряет устойчивость, зависит от возмущающих факторов и колеблется в интервале значений  $Ra = (5-9) \cdot 10^5$ . При этом проявляются несколько мод неустойчивости, в том числе неустойчивость типа потери симметрии течения, когда конвективный факел случайным образом отклоняется в ту или другую сторону от нормального вертикального положения, что сопровождается возбуждением интенсивных вихрей в опускающихся вблизи внешней границы потоках. Отклонение факела происходит по всей длине слоя, наклонное состояние является устойчивым. Появление вихрей связано, по-видимому, с колебаниями факела относительно среднего наклонного положения. Вихри вызывают интенсивные очень регулярные колебания температуры в нисходящих потоках.

Одновременно с развитием описанной выше неустойчивости непосредственно в пограничном слое около внешней границы ( $s = 0,95$ ) термодатчики отмечают регулярные, сравнительно высокой частоты колебания температуры, вызванные бегущей сверху вниз и локализованной в пограничном слое волной. Колебания регистрируются в интервале  $\alpha = 0-100^\circ$  ( $\alpha$  - азимутальная угловая координата, отсчитываемая от вертикальной оси). По мере удаления от внешней границы интенсивность колебаний резко падает и при  $s < 0,9$  колебания уже не идентифицируются. Опыты показали, что волны в пограничных слоях около внешней границы могут наблюдаться в докритической области ( $Ra < 9 \cdot 10^5$ ) при наличии шероховатости границы. При этом неустойчивость пограничного слоя имеет локальный характер: регулярные колебания малой интенсивности наблюдаются в ограниченной по углу экваториальной части внешнего пограничного слоя ( $\alpha = 80-100^\circ$ ).

Изучение устойчивости погранслоистого течения в вибрационном поле показало, что даже сравнительно слабые вибрации ( $b \sim 10$  мм,  $f = 10$  Гц) приводят к резкому снижению границы возбуждения волновой моды. Пороговое возбуждение регулярных колебаний температуры практически во всем пограничном слое, включая его верхнюю часть, происходит до того, как проявят себя другие типы неустойчивости гравитационного конвективного течения. Увеличение амплитуды вибраций значительно понижает порог устойчивости  $Ra$ . На фиг. 2 изображена зависимость ампли-



Фиг. 3. Вид пульсаций температуры вблизи холодной (а, б) и горячей (в-д) границ цилиндрического слоя. Диаграммы а и б получены с термодатчиков 1 и 2, диаграммы в-д - с термодатчика 3 (см. фиг. 2) при постоянной частоте вибраций  $f = 10$  Гц: а, б и в - при амплитуде вибраций  $b = 29,7$  мм ( $R_V = 1,7 \cdot 10^6$ ) и разности температур  $\theta = 25,5; 29$  и  $49$  К ( $Ra = 3,6 \cdot 10^5, 4,6 \cdot 10^5$  и  $7,7 \cdot 10^5$  соответственно). Диаграммы г и д - при параметрах: г -  $b = 90$  мм,  $\theta = 7,2$  К ( $R_V = 2,2 \cdot 10^5, Ra = 9,7 \cdot 10^4$ ); д -  $b = 70$  мм,  $\theta = 18$  К ( $R_V = 8,1 \cdot 10^5, Ra = 2,4 \cdot 10^5$ )



Фиг. 4. Зависимость периода колебаний температуры  $T$  во внешнем (1) и внутреннем (2) пограничных слоях от разности температур  $\theta$ . Положение термодатчиков: 1 -  $s = 0,95; \alpha = 82^\circ$ , 2 -  $0,50; -85^\circ$ , точки 1-15 соответствуют амплитудам  $b = 100; 90; 80,2; 70,5; 59,6; 51,2; 44,3; 38; 29,7; 27,4; 19,7; 17,3; 14,4; 7,6$  и  $0$  мм

туды А колебаний температуры от разности температур  $\theta$  в расположенных вблизи границ слоя точках 1-3 при вибрациях с амплитудой  $b = 29,7$  мм. Амплитудные кривые 1 и 2 отмечают практически один и тот же порог волновой неустойчивости внешнего пограничного слоя, который для указанной амплитуды вибраций наблюдается при  $\theta \sim 25$  К. Определенные из амплитудных кривых пороговые значения числа Рэлея нанесены точками на карту режимов (фиг. 1). При числах Рэлея

$Ra < 3 \cdot 10^5$  полученные точки совпадают с границей возбуждения виброконвективных низкочастотных колебаний температуры вблизи внутреннего цилиндра (кривая 2, фиг. 1).

Излом на амплитудной кривой 2 (фиг. 2) при  $\theta = 32$  К связан с развитием неустойчивости конвективного течения в виде крупномасштабных вихрей в нисходящих потоках (кривая 3, фиг. 1). Характер колебаний температуры в точках 1 и 2 при этом резко меняется: колебания становятся нерегулярными, период колебаний возрастает. Амплитудная кривая 3 на фиг. 2 характеризует пороговое развитие сравнительно низкочастотных колебаний температуры вблизи внутреннего цилиндра, исследованных в [5]. Порог возбуждения этой моды неустойчивости, которая имеет вибрационную природу, изображен кривой 2 на фиг. 1.

Вид пульсаций температуры в точках, выделенных на кривых 1–3, показан на фиг. 3, а–в.

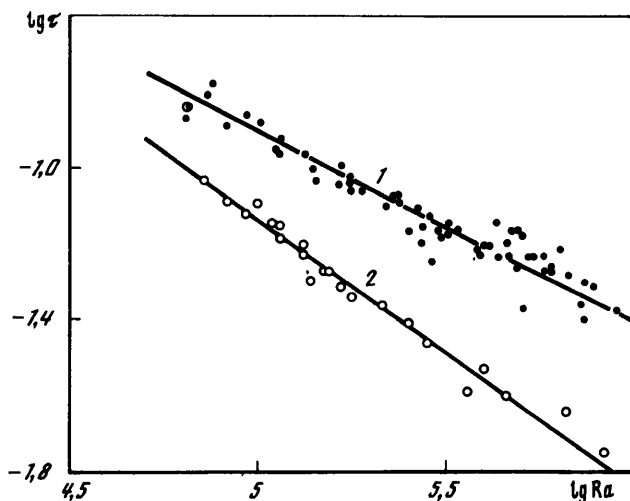
Изучение поля температуры вблизи внутреннего цилиндра показало, что низкочастотные колебания сопровождаются высокочастотными пульсациями температуры, вызванными еще одним волновым процессом, происходящим вблизи поверхности внутреннего цилиндра. Вид колебаний температуры приведен на фиг. 3, з (амплитуда вибраций  $b = 90$  мм,  $\theta = 7,2$  К) и 3, д ( $b = 70$  мм,  $\theta = 18,0$  К). Высокочастотные пульсации имеют малую амплитуду и регистрируются только на фоне низкочастотных. Это позволяет предположить, что пороги возбуждения высокочастотной и низкочастотной мод совпадают. Как будет показано ниже, высокочастотные колебания температуры около внутреннего цилиндра связаны с развитием неустойчивости конвективного пограничного слоя. Учитывая то, что порог возбуждения волновой неустойчивости в пограничном слое вблизи внешней границы (точки на фиг. 1) совпадает с кривой 2, можно сделать вывод: на плоскости  $Ra$ ,  $R_V$  выше кривой 2 (фиг. 1) наблюдается волновая неустойчивость пограничных слоев как вблизи внешней, так и вблизи внутренней границ цилиндрического слоя.

Рассмотрим зависимость периодов высокочастотных пульсаций температуры, вызванных бегущими волнами в пограничных слоях, от чисел  $Ra$  и  $R_V$ . На фиг. 4 дана зависимость периодов колебаний температуры во внешнем ( $T_1$ ) и внутреннем ( $T_2$ ) пограничных слоях от  $\theta$  для различных значений амплитуды вибраций  $b$ . Значения  $b$  приведены на фиг. 4. Соответствующие безвибрационному случаю ( $b = 0$ ) точки получены при создании искусственной шероховатости границы.

В обоих пограничных слоях период колебаний с увеличением  $\theta$  уменьшается. Важным является то, что период колебаний не зависит от амплитуды вибраций  $b$ , т.е. не зависит от вибрационного параметра  $R_V$ , который изменялся в широком интервале значений:  $R_V = 1 \cdot 10^5 - 7 \cdot 10^6$ . Таким образом, хотя порог возбуждения волновой неустойчивости пограничных слоев и определяется числами  $Ra$  и  $R_V$ , период колебаний температуры в исследованной области параметров зависит только от  $Ra$ , а это значит, что наблюдаемая в экспериментах неустойчивость имеет гравитационную природу.

**4. Обсуждение результатов.** Проведенные в области чисел  $Ra = 6 \cdot 10^4 - 2,6 \cdot 10^6$  при безразмерной частоте  $\omega = \Omega h^2 / \nu = 1700$  исследования выявили сильное дестабилизирующее влияние линейных вертикальных вибраций на устойчивость погранслоного течения в горизонтальном цилиндрическом слое. Неустойчивость течения проявляется в развитии двумерных волн, локализованных в пограничных слоях. Граница возбуждения волновой моды определяется вибрационным и гравитационным числами Рэлея. На карте  $Ra$ ,  $R_V$  порог возбуждения волновой моды внешнего пограничного слоя (точки на фиг. 1) имеет экстремум при  $Ra \sim 4 \cdot 10^5$ , а в области значений  $Ra < 3 \cdot 10^5$  совпадает с границей возбуждения виброконвективных колебаний, развивающихся в потоках вблизи внутреннего цилиндра (кривая 2).

Настоящее исследование было проведено при значениях числа  $Ra > 5 \cdot 10^4$ . Однако в [5] при изучении режимов виброконвекции в горизонтальном цилиндрическом слое



Фиг. 5. Зависимость от числа Рэлея безразмерного периода колебаний температуры  $\tau = Tv/h^2$  в пограничных слоях вблизи внешней (1) и внутренней (2) границ полости ( $0,1 \cdot 10^6 \leq R_V \leq 7 \cdot 10^6$ )

при числах  $Ra < 5 \cdot 10^4$  в закритической области (выше кривой 1') были зарегистрированы высокочастотные колебания температуры во внешнем пограничном слое в его экваториальной части. Это означает, что волны во внешнем пограничном слое наблюдаются в области, расположенной выше кривых 1' и 2, начиная со значений  $Ra > 10^4$ . Таким образом, вибрации снижают порог возбуждения волновой неустойчивости конвективных пограничных слоев практически на два порядка.

Периоды высокочастотных колебаний температуры в пограничных слоях, как следует из экспериментов, не зависят от величины  $R_V$ , а значит, в исследованной области безразмерных параметров вибрации не оказывают существенного влияния ни на структуру пограничных слоев, ни на гравитационное течение в слое. Обнаруженные волны связаны исключительно с неустойчивостью конвективных пограничных слоев гравитационной природы. Вибрации лишь провоцируют возбуждение этого типа неустойчивости при заметно меньших значениях числа Рэлея. На фиг. 5 приведена зависимость от  $Ra$  безразмерного периода высокочастотных колебаний температуры  $\tau = Tv/h^2$  во внешнем (1) и внутреннем (2) пограничных слоях. Результаты охватывают все реализованные в эксперименте значения  $R_V$ . В изученной области параметров зависимости безразмерных периодов пульсаций температуры во внешнем и внутреннем пограничных слоях могут быть представлены выражениями  $\tau_1 = 40Ra^{-0.5}$  и  $\tau_2 = 230Ra^{-0.7}$ .

Обратимся к известным работам по исследованию устойчивости пограничных слоев в замкнутых полостях в условиях гравитационной конвекции. В [8] численно найдена зависимость периода волновых колебаний в пограничном слое у вертикальной стенки квадратной полости (нагрев сбоку) от  $Ra$  для числа Прандтля  $Pr = 0,7$ . Анализируя собственные результаты и результаты экспериментальных исследований [1] для того же значения  $Pr$ , авторы получили связь периода с числом Рэлея  $\tau \sim Ra^{-0.5}$ . С другой стороны, зависимость периода волновых колебаний в пограничных слоях типа  $\tau \sim Ra^{-0.5}$  в случае  $Pr = \text{const}$  вытекает из работ [9, 10]. В [9] определена зависимость толщины пограничного слоя  $\delta$  для замкнутых полостей в условиях гравитационной конвекции:  $\delta \sim Ra^{-0.25}$ . В то же время известно [10], что при постоянном  $Pr$  скорость в пограничном слое связана с его толщиной соотношением  $u \sim 1/\delta$ . Поскольку длина волны, возбуждаемой в пограничном слое, пропорциональна его толщине  $\delta$ , а фазовая скорость волны пропорциональна скорости жидкости, то

$\tau \sim \delta/v \sim \delta^2$  или  $\tau \sim Ra^{-0.5}$ . Как видно из фиг. 5, полученная в настоящей работе зависимость периода вызванных бегущей волной колебаний во внешнем пограничном слое имеет тот же вид:  $\tau_1 \sim Ra^{-0.5}$ .

Отличие закона изменения периода колебаний во внутреннем пограничном слое  $\tau_2 \sim Ra^{-0.7}$  может быть объяснено неучтенной зависимостью периода от числа Прандтля. Напомним, что в настоящих экспериментах температура внешней границы слоя поддерживалась постоянной, а значит, и параметр Прандтля жидкости во внешнем пограничном слое практически не изменялся. Увеличение числа Рэлея достигалось повышением температуры внутреннего цилиндра, что приводило к заметному возрастанию температуры во внутреннем пограничном слое (число  $Pt$  при этом уменьшалось).

Визуальные наблюдения позволили обнаружить в отсутствие вибраций далеко в закритической области (при  $Ra \sim 3 \cdot 10^6$ ) двумерную периодическую волновую структуру, состоящую из локализованных в пограничном слое вблизи внутреннего цилиндра валов, параллельных образующей слоя и перемещающихся вверх со скоростью, меньшей скорости восходящих у внутреннего цилиндра конвективных потоков. Надо полагать, что это та волновая мода, которая наблюдалась в вибрационных экспериментах и возбуждалась на фоне низкочастотных колебаний. То, что волны в пограничном слое вблизи внутренней (горячей) границы полости регистрируются в отсутствие вибраций при больших значениях числа Рэлея, может быть также связано с зависимостью устойчивости пограничных слоев от числа Прандтля (помимо зависимости от геометрии, различной для сравниваемых пограничных слоев). Подобный вывод сделан при изучении конвекции в горизонтальном цилиндре [11], где показано, что с увеличением числа Прандтля порог волновой неустойчивости резко снижается.

**Заключение.** Экспериментально исследована устойчивость конвективных пограничных слоев в горизонтальном коаксиальном зазоре при воздействии вертикальных вибраций. Изучена зависимость порога возбуждения волновой неустойчивости пограничных слоев от определяющих безразмерных параметров – гравитационного и вибрационного чисел Рэлея. Показано, что вибрации снижают порог волновой неустойчивости в десятки раз и что период колебаний определяется только гравитационным числом Рэлея. Проведено сравнение периода с данными, полученными другими авторами для случая гравитационной конвекции.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарунин Е.Л., Шайдуров В.Г., Шарифулин А.Н. Экспериментальное и численное исследование устойчивости замкнутого конвективного пограничного слоя // Конвективные течения и гидродинамическая устойчивость. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1979. С. 3–16.
2. Зимин В.Д., Шайдуров В.Г. Неустойчивость конвективного пограничного слоя в замкнутой прямоугольной полости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 5. С. 188–190.
3. Иванова А.А. Об устойчивости конвективного течения в слое между горизонтальными коаксиальными цилиндрами // Конвективные течения. Пермь: Перм. пед. ин-т, 1987. С. 25–32.
4. Иванова А.А. Устойчивость свободно-конвективного течения в горизонтальном цилиндрическом слое в вибрационном поле // Конвективные течения. Пермь. Перм. пед. ин-т, 1989. С. 37–44.
5. Иванова А.А., Козлов В.Г. Экспериментальное изучение влияния вертикальных вибраций на конвекцию в горизонтальном цилиндрическом слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 6. С. 180–183.
6. Иванова А.А. Экспериментальное исследование тепловой вибрационной конвекции в цилиндрических слоях: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Пермь: ПГУ, 1989. 157 с.
7. Иванова А.А., Козлов В.Г. Вибрационно-гравитационная конвекция в горизонтальном цилиндрическом слое // Конвективные течения. Пермь: Перм. пед. ин-т, 1985. С. 45–57.



8. *Полежаев В.И., Бунэ А.В., Верезуб Н.А. и др.* Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье – Стокса. М.: Наука, 1987. 271 с.
9. *Зимин В.Д.* Естественная конвекция внутри горизонтального кругового цилиндра // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 2. С. 172–175.
10. *Kutateladze S.S., Kirdyashkin A.G., Ivakin V.P.* Turbulent natural convection on a vertical plate and in a vertical layer // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1972. V. 15. № 2. P. 193–202.
11. *Чернатынский В.И.* Численное исследование конвекции в горизонтальном цилиндре кругового сечения // Гидродинамика. Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 1974. Вып. 7. С. 65–82.

Пермь

Поступила в редакцию  
10.X.1996