

УДК 533.6.011.72:534.222.2

© 1998 г. М.В. ЛАСКОВЫЙ, В.А. ЛЕВИН, Л.И. СЕДОВ

## ПЕРИФЕРИЙНЫЙ ВЗРЫВ В САМОГРАВИТИРУЮЩЕМ ГАЗОВОМ ШАРЕ И ДИНАМИЧЕСКИЙ ВЗРЫВ РАВНОВЕСИЯ ЗВЕЗДЫ

Решена задача о периферийном взрыве в звезде, первоначально находящейся в состоянии равновесия с экспоненциальным распределением плотности. Получены качественно новые режимы течений, в частности неоднократный сброс оболочки звезды и уход части массы в межзвездное пространство. Найдены критические значения энергий, отделяющие различные режимы течений. Расчеты, проведенные в широком диапазоне определяющих параметров, позволяют сделать некоторые выводы о возможности объяснения явлений, происходящих в недрах пульсирующих и переменных звезд.

Рассмотрена также задача о динамическом взрыве равновесия звезды с образованием волны детонации, распространяющейся по покоящемуся гравитирующему газу. Показана возможность конструирования различных решений с детонацией за счет выбора показателя адиабаты и показателя степенного распределения плотности.

Рассматривается задача о мгновенном выделении энергии на некоторой сфере, центр которой совпадает с центром газового шара, находящегося в состоянии устойчивого равновесия под действием сил тяготения. Впервые привлечение теории ударных волн к объяснению наблюдаемых в астрофизике явлений было применено в середине 40-х годов нашего столетия [1, 2]. В работах [3, 4] указывалось на возможность быстрого выделения энергии в достаточно тонких слоях оболочки или ядрах некоторых звезд за счет ядерных реакций, что дает основание рассматривать задачу о периферийном или центральном взрыве в самогравитирующем газовом шаре (см., например, [5]). Обзор работ по этой теме дан в [6]. Ниже представлены результаты численного решения одномерной задачи о периферийном взрыве в звезде с экспоненциальным начальным распределением плотности. Качественно новые режимы течений самогравитирующего газа, полученные в результате расчетов, наводят на мысль о возможности объяснения некоторых наблюдаемых в астрофизике явлений движением ударных волн, вызванных периферийным взрывом.

Рассмотрим одномерное сферически-симметричное движение газа в поле сил тяготения в следующих предположениях: звезда описывается однозонной моделью [4], т.е. вещество звезды однородно по составу и химические реакции и ядерные превращения вещества не учитываются; вещество звезды является невязким нетеплопроводным газом с уравнением состояния  $e = p/(\rho(\gamma - 1))$  и  $p = \rho RT$ . Показатель адиабаты Пуассона  $\gamma = 5/3$ , т.о. не учитывается вклад излучения в давление. Считается, что таким уравнениям удовлетворяет вещество звезд главной последовательности с массой порядка 20 солнечных.

При сделанных предположениях движение газа описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial M}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho, \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial r} + \frac{2\rho u}{r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{fM}{r^2} = 0, \quad \frac{d[p/\rho^\gamma]}{dt} = 0$$

где  $p, \rho, u$  – давление, плотность и скорость газа,  $M = M(r, t)$  – масса газового шара радиуса  $r$ ,  $f$  – гравитационная постоянная. Решение уравнений (1) должно удовлетворять следующим граничным условиям:

$$M(0; t) = 0, \quad M(r_0; t) = M_0, \quad u(0; t) = 0, \quad p(r_0; t) = 0 \quad (2)$$

где  $r_0 = r_0(t)$  – радиус внешнего края оболочки звезды. Поскольку уравнения равновесия газовой конфигурации содержат три неизвестные функции, то, опираясь на данные о качественном виде распределений параметров внутри звезд [4, 6], начальное распределение плотности выбрали в виде

$$\rho^\circ(r) = \rho_0^\circ \exp[-k(r/r_0^\circ)^2] \quad (3)$$

где  $k = \text{const}$ , а  $\rho_0^\circ$  и  $r_0^\circ$  – начальная плотность в центре звезды и начальный радиус невозмущенной конфигурации.

Пусть в начальный момент времени на некоторой сфере с центром в точке  $r = 0$  и радиусом  $r_*$  происходит мгновенное выделение энергии  $E_*$  – периферийный взрыв, вызывающий ударные волны, двигающиеся к центру и к поверхности звезды. Анализ размерностей позволяет выявить следующую группу определяющих параметров:

$$k, \quad \alpha = \frac{r_*}{r_0^\circ}, \quad \beta = \frac{E_*}{E_0^\circ}, \quad \delta = \frac{f[r_0^\circ]^2 [\rho_0^\circ]^2}{p_0^\circ}, \quad \gamma$$

где  $E_0^\circ$  и  $p_0^\circ$  – начальная внутренняя энергия и давление в центре невозмущенной конфигурации.

В расчетах параметр  $k$  принимался равным 0 (равномерное распределение) и 3, значение  $\alpha$  бралось от  $\alpha = 0$  (взрыв в центре) до  $\alpha = 1$  (на поверхности звезды),  $\beta$  – от 0 до 10.

Задача решалась модифицированным методом Годунова 2-го порядка точности по времени и координате на подвижной сетке [7]. Срыв части массы звезды и унос ее в межзвездное пространство определялся по достижению массовой скорости газа местной параболической  $u_{\text{П}} = \sqrt{2fM(r)/r}$ .

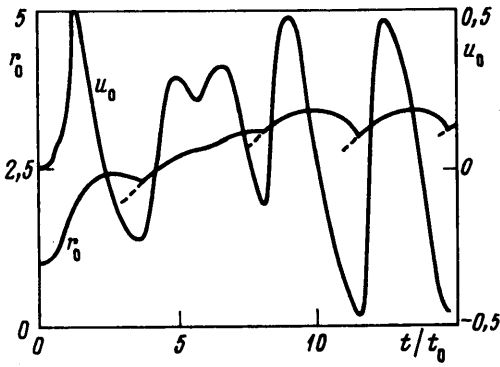
Сравнение поведения газовой конфигурации при различных наборах определяющих параметров позволило выявить четыре качественно различных режима течения.

1а. При малых значениях параметра  $\beta$  не происходит сколько-нибудь заметного сброса массы. В этом случае после взрыва образуется сложная картина взаимодействия ударных волн и волн разрежения и далее течение выходит на почти периодический режим колебаний. Период таких колебаний и радиус образовавшейся конфигурации практически не зависят от места начального энерговыделения, центральная плотность меняется незначительно. Характерный вид зависимости радиуса звезды и скорости наружного края оболочки от времени приведен на фиг. 1.

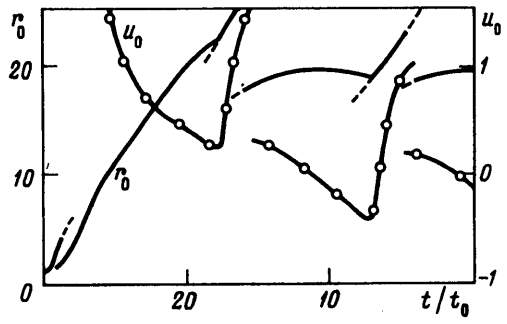
1б. При увеличении энергии взрыва наступает момент, когда газ, увлеченный ударной волной, идущей к поверхности, не успевает вернуться в исходное положение к проходу волны, отраженной от центра. В этом случае после резкого роста амплитуды колебаний устанавливается квазипериодическое пульсационное течение, при котором мощная ударная волна, периодически двигающаяся к поверхности, приводит к срыву оболочки. При этом образуется плотное компактное ядро, окруженное протажной оболочкой с радиусом, на порядок превышающим размер ядра. Период пульсаций, сбрасываемая масса и радиус ядра увеличиваются с увеличением энергии взрыва и практически не зависят от  $\alpha$ .

Не исключено, что процессами, подобными 1, а и 1, б, объясняется поведение некоторых переменных звезд и классических цефеид.

2. При дальнейшем увеличении энергии взрыва наступает момент, когда отраженная от центра ударная волна успевает догнать прямую волну, идущую к поверхности. Течение выходит на качественно новый режим, ранее никем не отмечавшийся, при



Фиг. 1. Выход на режим квазипериодических колебаний. Штриховыми линиями отмечены траектории наиболее сильных ударных волн,двигающихся к поверхности:  $k = 3$ ;  $\alpha = 0,75$ ;  $\beta = 0,0015$



Фиг. 2. Режим повторного сброса оболочки. Разрывы линий означают унос массы в межзвездное пространство:  $k = 3$ ;  $\alpha = 0,75$ ;  $\beta = 0,42$

котором после сброса большей части массы образуется мощная аккреционная волна,двигающаяся к центру и повторяющая срыв оболочки после отражения. После вторичного сброса образуется протяженная оболочка, во много раз превышающая размеры невозмущенной конфигурации, а размеры ядра меняются незначительно. Период пульсаций уменьшается при увеличении энергии взрыва, а весь характер течения указывает на возможное наличие таких процессов в недрах повторных новых звезд.

3а. В режиме двойного сброса оболочки унос части массы звезды происходит уже при первом выходе ударной волны на поверхность звезды, а отраженная от центра вторая волна имеет достаточную интенсивность для осуществления повторного сброса. После этого течение выходит на режим квазипериодических колебаний, подобный 1а, с образованием коллапсирующего ядра. Именно такое течение может иметь место в недрах сверхновых звезд 1-го типа, эволюция которых завершается образованием нейтронной звезды, окруженной разреженным газовым облаком – протяженной оболочкой.

3б. При увеличении энергии взрыва после двойного сброса течение вновь попадает в полосу пульсационной неустойчивости типа 1б (см. фиг. 2).

4. При энергии взрыва, сравнимой с внутренней энергией начальной конфигурации, наступает полный разлет газового шара. После первичного сброса оболочки с большой скоростью продолжается непрерывное истечение вещества в межзвездное пространство. Одновременно возникает мощная аккреционная волна, формирующая сильно сжатое ядро. После отражения от центра эта волна довершает разброс всей массы. Описанная картина хорошо согласуется с результатами наблюдений взрывов сверхновых звезд 2-го типа, всегда заканчивающихся фатально для звезды.

При более интенсивном взрыве скорость разлета вещества звезды может оказаться сравнимой со скоростью света, что приводит к необходимости учета релятивистских эффектов. При этом, как показано в [8, 9], возможно образование безмассовых объектов, подобных фотонам.

Полученные значения параметров, описывающих различные режимы течения, сведены в таблице, где приняты следующие обозначения:  $\tau_*$  – время выхода конфигурации на квазипериодический режим либо время полного разлета;  $u_0$  – скорость наружного края оболочки либо скорость разлета массы;  $M_*$  – масса, сбрасываемая за период пульсаций;  $\Pi$  – период пульсационного или квазипериодического течения;  $\rho_0$  – центральная плотность ядра;  $R_0$  – радиус образующего ядра;  $r_0$  – радиус оболочки. Кривые, отделяющие различные режимы течений в плоскости  $(\alpha, \beta)$ , приведены на фиг. 3.

Параметр	Режим					
	1а	1б	2	3а	3б	4
$\tau_s/t_0$	10	20	3	3-5	5-10	1
$u_0$	0,5	0,8	1	10	20	40
$M_s/M_0$	-	$10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$10^{-1}$	-
$\Pi$	6	8-10	6-15	-	17	-
$\rho_0$	1	0,7	0,5	0,4	0,4	-
$R_0$	2	3	1	3	6	-
$r_0$	3	20	40	20	20	-

В [10] была решена задача о динамическом взрыве равновесия – разрушении неустойчивой равновесной конфигурации звездного вещества без выделения энергии. В этом случае из центра звезды к периферии распространяется ударная волна, сформированная без дополнительного подвода энергии. Это можно назвать взрывным типом потери устойчивости равновесного распределения параметров звезды.

Ниже исследуется возможность существования решения, подобного динамическому взрыву равновесия, содержащего ударную волну с тепловыделением, разделяющую области газа с различными показателями адиабаты.

Рассмотрим покоящийся газ с распределением параметров

$$u_1 \equiv 0, \quad \rho_1 = Ar^\alpha, \quad M_1 = \frac{4\pi A}{3+\alpha} r^{3+\alpha}, \quad p_1 = -\frac{2\pi f A^2}{(3+\alpha)(\alpha+1)} r^{2(\alpha+1)} \quad (4)$$

При любых  $A = \text{const}$  и  $\alpha = \text{const}$  распределение (4) есть решение системы (1). Потребуем, однако,  $-3 < \alpha < -1$ . Это необходимо, с одной стороны, для конечности массы вблизи центра симметрии и, с другой стороны, для положительности давления и температуры. Существует другое известное распределение [10], также являющееся точным решением (1)

$$u_2 = \frac{2r}{3t}, \quad \rho_2 = \frac{1}{6\pi f t^2}, \quad M_2 = \frac{2r^3}{9ft^2}, \quad p_2 = ct^{-2\gamma_2}, \quad c = \text{const} \quad (5)$$

Запишем условия на волне с тепловыделением

$$\rho_1 = \rho_2 \frac{D_s - u_2}{D_s}, \quad M_1 = M_2, \quad p_1 = p_2 + \rho_2 u_2^2 - \rho_2 D_s u_2 \quad (6)$$

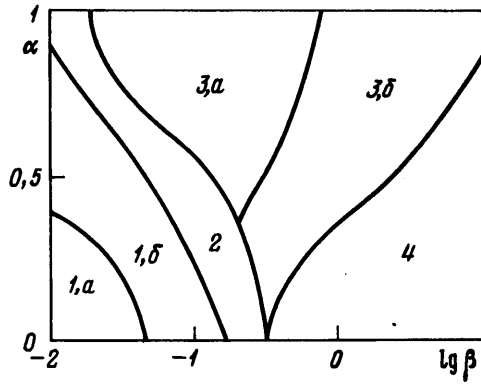
$$D_s = \frac{(\gamma_1 - 1)((\gamma_2 - 1)p_1 + (\gamma_2 + 1)p_2)}{2((\gamma_1 - 1)p_2 - (\gamma_2 - 1)p_1)} u_2 + \frac{Q(\gamma_1 - 1)(\gamma_2 - 1)(p_2 - p_1)}{u_2((\gamma_1 - 1)p_2 - (\gamma_2 - 1)p_1)}$$

где  $D_s$  – скорость распространения волны по покоящемуся газу. Будем сшивать решения (4) и (5) по волне детонации с помощью условий (6). Второе уравнение (6) сразу дает

$$r_s = \frac{(3+\alpha)^{1/\alpha}}{9^{1/\alpha}(2\pi f A)^{1/\alpha}} t^{-2/\alpha}, \quad D_s = \frac{dr_s}{dt} = -\frac{2}{\alpha} \frac{(3+\alpha)^{1/2}}{9^{1/\alpha}(2\pi f A)^{1/\alpha}} t^{-(2+\alpha)/\alpha} \quad (7)$$

что совпадает с выводами теории размерностей [11]. Первое условие (6) при подстановке (4) и (5) с учетом (7) выполняется тождественно, а из третьего уравнения (6) следует:

$$\gamma_2 = 2 + \frac{2}{\alpha}, \quad c = -K \frac{13\alpha + 12}{\alpha}, \quad K = \frac{A(3+\alpha)^{(\alpha+2)/\alpha}}{(\alpha+1)9^{(2\alpha+2)/\alpha}(2\pi f A)^{(\alpha+2)/\alpha}} \quad (8)$$



Фиг. 3. Границы, отделяющие различные режимы течения в плоскости  $(\beta, \alpha)$  для  $k = 3$

Следовательно, так как  $\gamma_2 > 1$ , то должно быть  $\alpha < -2$ .

Рассмотрим теперь четвертое условие (6). Пусть сначала  $\gamma_1 = \gamma_2$  и  $Q = 0$  (ударная волна без тепловыделения). Тогда из четвертого условия (6) имеем

$$c = -K \frac{4 - \alpha}{8 + 3\alpha} \quad (9)$$

Тогда из (8) и (9) сразу же следует  $\alpha = -2,4$ .

Этому случаю соответствует известное решение Л.И. Седова [10] о динамическом взрыве равновесия, в котором энергия возмущенного движения равна энергии равновесного распределения, при этом  $\gamma_1 = \gamma_2 = 7/6$ .

В случае  $\gamma_1 = \gamma_2$ ,  $Q \neq 0$  из (6) и (8) получим

$$Q = Bu_2^2, \quad B = \frac{\alpha(4 - \alpha) - (12\alpha + 13)(8 + 3\alpha)}{2(11\alpha + 13)(\alpha + 2)}$$

Так как  $\alpha < -2$ , то при  $\alpha > -2,4$  имеем  $Q > 0$ , при  $\alpha < -2,4$   $Q < 0$ . При стремлении  $\alpha$  к  $-2$  снизу, величина  $B$  стремится к бесконечности. График зависимости  $B(\alpha)$  при  $\gamma = \text{const}$  приведен на фиг. 4. Для возникновения такого течения не требуется начального подвода энергии, так как энергия возмущенного течения в любой момент времени  $T$  равна сумме энергии начального невозмущенного состояния и энергии, выделившейся за время от 0 до  $T$  на волне детонации.

В случае  $\gamma_1 \neq \gamma_2 = 2 + 2/\alpha$ ,  $Q \neq 0$  получаем

$$B = \frac{6(\alpha + 2)/(\gamma_1 - 1) - \alpha(\alpha + 2) - (8 + 3\alpha)(12\alpha + 13)}{2(\alpha + 2)(11\alpha + 13)}$$

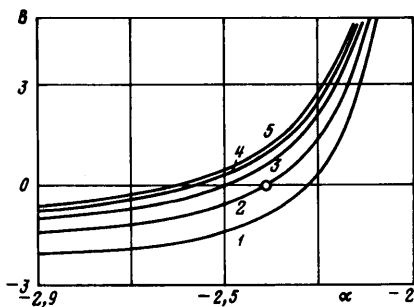
Графики зависимости  $B(\alpha)$  при  $\gamma = \text{const}$  и  $B(\gamma)$  при  $\alpha = \text{const}$  приведены на фиг. 4 и 5. Если потребовать  $\alpha = -2,4$ , то получим

$$B = \frac{6(\alpha + 2)/(\gamma_1 - 1) - 6\alpha}{2(\alpha + 2)(11\alpha + 13)} = \frac{5}{67} \frac{6\gamma_1 - 7}{\gamma_1 - 1}$$

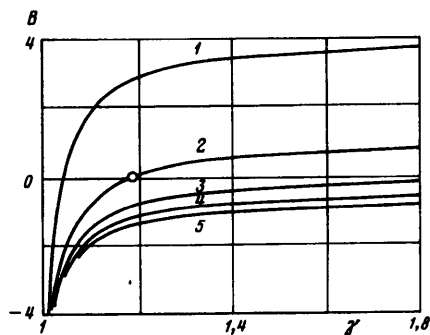
При  $\gamma_1 = 2 + 2/\alpha$  получим, как и прежде,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 7/6$  и  $B = 0$ , при  $\gamma_1 < 7/6$  —  $B < 0$  и при  $\gamma_1 > 7/6$  получим  $B > 0$ .

Таким образом, можно построить следующее решение: в момент  $t = 0$  имеем равновесное распределение (4) с  $\alpha = -2,4$  и, например, таким  $\gamma_1$

$$\gamma_1 = 7/6, \quad r \leq R_0, \quad \gamma_1 > 7/6, \quad r > R_0 \quad (0 < R_0 < R_0^0) \quad (10)$$



Фиг. 4. Зависимость коэффициента тепловыделения  $B = Q/u_2^2$  от  $\alpha$  при  $\gamma = 1,1; 7/6; 1,2; 1,4; 1,6$  (кривые 1–5). Точкой отмечено значение  $B$  в задаче о динамическом взрыве равновесия [10]



Фиг. 5. Зависимость коэффициента тепловыделения  $B = Q/u_2^2$  от  $\gamma$  при  $\alpha = -2,2; -2,4; -2,6; -2,8; -3$  (кривые 1–5). Точкой отмечено значение  $B$  в задаче о динамическом взрыве равновесия [10]

Тогда ударная волна без тепловыделения будет двигаться до  $r_s = R_0$ , где превратится в детонационную волну,двигающуюся по тому же закону с тепловыделением

$$Q = \frac{5}{67} \frac{6\gamma_1 - 7}{\gamma_1 - 1} u_2^2 = \frac{4}{9} \frac{5}{67} \frac{6\gamma_1 - 7}{\gamma_1 - 1} (30\pi f A)^{35/36} r_s^{-2/5}$$

Автомодельные решения с постоянным тепловыделением в случае степенного начального распределения плотности были найдены, например, в [12].

Поскольку тепловыделение на волне детонации определяется термодинамическими свойствами вещества, а не массовой скоростью газа, необходимо выразить величину тепловыделения  $Q$  через температуру газа на фронте волны. Используя (5) и (7), нетрудно получить

$$Q = \frac{4BE^2R^\beta}{9(6\pi cf)^\beta} T_s^\beta, \quad E = \frac{(3+\alpha)^{1/\alpha}}{(18\pi f A)^{1/\alpha}}, \quad \beta = \frac{2+\alpha}{\alpha(\gamma_2-1)}$$

константа  $B$  определена выше.

Поскольку  $\alpha < -2$ , то показатель степени  $\beta > 0$ , т.е. тепловыделение – возрастающая степенная функция температуры, причем показатель степени убывает от  $1/3(\gamma_2 - 1)$  до 0 при росте  $\alpha$  от  $-3$  до  $-2$  и от  $6(2 + \alpha)/\alpha$  до 0 при росте  $\gamma_2$  от  $7/6$  до  $+\infty$ .

**Заключение.** Решена задача о периферийном взрыве в звезде с экспоненциальным начальным распределением плотности. Получены различные режимы колебаний звезды в зависимости от энергии взрыва и его расположения относительно центра. Для различных начальных распределений плотности найдены критические значения энергии, приводящие к сбросу сферической оболочки и уходу части массы звезды в межзвездное пространство. Исследована возможность неоднократного сброса оболочки, приводящего к быстрой переменности звезды. Показано, что критическое значение энергии существенно зависит не только от внутренней энергии звезды в положении равновесия, но и от места начального энерговыделения.

Анализ полученных результатов и имеющихся астрономических данных позволяет сделать вывод о возможности объяснения явлений переменных и пульсирующих звезд, а также новых и сверхновых, мгновенным выделением энергии в периферийных слоях оболочек некоторых типов звезд.

В классической постановке решена автомодельная задача о течениях самогравитирующего газа с детонационными волнами. За счет выбора показателя адиабаты показана возможность конструирования решений с детонацией типа динамического взрыва равновесия без начального подвода энергии.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Седов Л.И.* О движении газа при звездных вспышках // Докл. АН СССР. 1956. Т. 111. № 4. С. 780–782.
2. *Чандрасекар Ш.* Введение в учение о строении звезд. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 476 с.
3. *Ягер К.* Звезды наибольшей светимости. М.: Мир, 1984. 493 с.
4. *Масевич А.Г., Тутков А.В.* Эволюция звезд: теория и наблюдения. М.: Наука, 1988. 280 с.
5. *Надёжин Д.К., Франк-Каменецкий Д.А.* Распространение ударных волн во внешних слоях звезды // Астрон. журн. 1965. Т. 42. Вып. 2. С. 290–298.
6. *Климишин И.А.* Ударные волны в оболочках звезд. М.: Наука, 1984. 215 с.
7. *Копченев В.И., Крайко А.Н.* Монотонная разностная схема второго порядка для гиперболических систем с двумя независимыми переменными // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1983. Т. 23. № 4. С. 848–859.
8. *Седов Л.И.* Об одном возможном механизме порождения безмассовых частиц, обладающих энергией // Докл. АН СССР. 1985. Т. 285. № 2. С. 350–353.
9. *Седов Л.И., Цыпкин А.Г.* Основы макроскопических теорий гравитации и электромагнетизма. М.: Наука, 1989. 272 с.
10. *Седов Л.И.* О динамическом взрыве равновесия // Докл. АН СССР. 1957. Т. 112. № 2. С. 211–212.
11. *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1987. 432 с.
12. *Яворская И.М.* Решение некоторых задач о детонации в среде с переменной плотностью // Докл. АН СССР. 1956. Т. 111. № 4. С. 783–786.

Москва

Поступила в редакцию  
26.VIII.1997