

УДК 532.546

© 1998 г. Н.М. ДМИТРИЕВ, В.М. МАКСИМОВ

ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В АНИЗОТРОПНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Дается новая интерпретация понятия относительной фазовой проницаемости. Относительные фазовые проницаемости представляются в виде тензоров четвертого ранга. Показывается, что классическому представлению относительных фазовых проницаемостей в случае анизотропных пористых сред соответствуют функции, которые зависят не только от насыщенности, но и параметров анизотропии, представляемых в виде отношений главных значений тензора коэффициентов абсолютной проницаемости. Анализируется обобщенный двухчленный закон Дарси для двухфазного течения в анизотропных пористых средах с ортотропной и трансверсально-изотропной симметрией.

Проблемы применимости и обобщения классических моделей двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей, использующих тензоры коэффициентов фазовых проницаемостей и понятие относительной фазовой проницаемости, — предмет как экспериментальных, так и теоретических исследований [1–5]. В теоретических исследованиях применяются методы неравновесной термодинамики, теории перколяции, осреднения, современные возможности численного моделирования. Однако, как правило, в исследованиях рассматриваются изотропные пористые среды. В редких обобщениях классических моделей на случай анизотропных пористых сред не исследуется структура связей между абсолютными и фазовыми характеристиками, не анализируются возможные эффекты, проявление которых может быть обусловлено анизотропией фильтрационных свойств. В работе, используя методы кристаллофизики и теории нелинейных тензорных функций [6–8], дается новая интерпретация понятия относительной фазовой проницаемости и анализируются определяющие уравнения двухфазной фильтрации в анизотропных пористых средах.

1. В классической феноменологической теории двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей (например, нефть и вода) полагается, что закон Дарси выполняется для каждой из фаз

$$w_i^\alpha = -\frac{k_{ij}^\alpha}{\mu^\alpha} \nabla_j p^\alpha, \quad \alpha = 1, 2 \quad (1.1)$$

где w_i^α — компоненты вектора скорости фильтрации, k_{ij}^α — симметричный тензор коэффициентов фазовой проницаемости, μ^α — вязкость жидкости, p^α — давление. Здесь и далее греческие индексы обозначают номер фазы, а латинские — компоненты векторов и тензоров, по повторяющимся латинским индексам подразумевается суммирование и для удобства обозначения тензоры выписаны только в декартовой системе координат.

Таким образом, наряду с тензором коэффициентов абсолютной проницаемости k_{ij} , который задает материальные свойства среды в законе Дарси при фильтрации одной однородной жидкости, посредством соотношений (1.1) вводятся еще дополнительные материальные характеристики k_{ij}^α , которые задают фильтрационные свойства при

совместном течении двух однородных жидкостей. Заметим, что в кристаллофизике [6] векторы и тензоры, которые задают материальные свойства, называются материальными, а векторы и тензоры, которые задают воздействие на среду и отклик на него, называются полевыми.

Экспериментально установлено, что для изотропных пористых сред между тензорами k_{ij}^α и k_{ij} имеется связь

$$k^\alpha \delta_{ij} = f^\alpha(s) k \delta_{ij} \quad (\text{или} \quad k^\alpha = f^\alpha(s) k) \quad (1.2)$$

где δ_{ij} – дельта Кронекера, k и k^α – коэффициенты абсолютной и фазовых проницаемостей соответственно, $f^\alpha(s)$ – коэффициенты пропорциональности (инвариантные коэффициенты связи), которые представляются функциями параметра s – насыщенности среды одной из фаз (обычно водой). Поскольку фазовая проницаемость зависит от геометрии пустотного пространства, которая определяет и задает абсолютную проницаемость, и характера распределения фаз по порам, то соотношения (1.2) фактически постулируют возможность "разделения переменных". Соотношения (1.2) постулируют линейную зависимость фазовой проницаемости от коэффициента абсолютной проницаемости. Результаты экспериментальных измерений интерпретируются таким образом, что после "разделения переменных" k и s нелинейность связи (1.2) задается постулированием нелинейной зависимости инвариантных коэффициентов связи $f^\alpha(s)$ от насыщенности. Функция $f^\alpha(s)$ называется относительной фазовой проницаемостью, так как из (1.2) следует, что $f^\alpha(s) = k^\alpha/k$.

Обобщение соотношения (1.2) на общий случай, когда фильтрационные свойства пористой среды могут быть анизотропны, допускает различные варианты построения связей между k_{ij}^α и k_{ij} . Изначально, когда относительные фазовые проницаемости считались универсальными функциями насыщенности, была предложена связь вида [9]

$$k_{ij}^\alpha = f^\alpha(s) k_{ij} \quad (1.3)$$

в которой полагалось, что симметрия тензоров k_{ij}^α и k_{ij} одинакова и может быть любой, т.е. тензоры могут быть как изотропными, так и анизотропными с произвольным типом анизотропии. Однако, как показали результаты численного эксперимента [10] и построения эффективного закона фильтрации в слоистой пористой среде [4], равенства (1.3) в случае анизотропных тензоров k_{ij}^α и k_{ij} не выполняются.

Отказ от универсальности функций относительных фазовых проницаемостей фактически означает, что зависимость между k_{ij} и k_{ij}^α описывается функциональной тензорной связью общего вида, которая задается равенствами [7]

$$k_{ij}^\alpha = F_{ij}^\alpha(k_{lm}, \mathbf{T}^\alpha, \chi^\alpha) \quad (1.4)$$

где F_{ij}^α – тензорная функция, зависящая от тензора абсолютной проницаемости k_{lm} , тензоров $\mathbf{T}^\alpha$, определяющих и задающих структуру (геометрию) пустотного пространства [8], и параметров физико-химической природы. Отличие соотношений (1.4) от классических, посредством которых определяются упругие тела и вязкие жидкости [7], состоит в том, что они связывают между собой не полевые, а материальные характеристики.

Считая функции F_{ij}^α достаточно гладкими и раскладывая их в ряд с точностью до линейных членов, из соотношения (1.4) получим

$$k_{ij}^\alpha = F_{ijkl}^\alpha k_{kl} \quad (1.5)$$

где тензор F_{ijkl}^α может быть назван тензором коэффициентов относительных фазовых проницаемостей. Тензор связывает величины одинаковой размерности и поэтому его инвариантные коэффициенты безразмерны, а внутренняя симметрия в предположении, что связь потенциальна, такая же, как и у тензора коэффициентов упругости в законе Гука.

Соотношения (1.5) являются естественным обобщением связи (1.2), которая представляет собой частный случай в предположении, что тензоры k_{ij}^α и k_{ij} изотропны.

Ситуация, аналогичная рассматриваемой (1.5), в теории фильтрации уже встречалась [11]. Для задания тензора коэффициентов фильтрационно-конвективной диффузии был введен тензор четвертого ранга – тензор коэффициентов дисперсии пористой среды, но если в [11] материальный тензор четвертого ранга связывал между собой материальный тензор с полевым, то в соотношении (1.5) все три тензора материальные. Последнее означает, что все три тензора k_{ij}^α , k_{ij} и F_{ijkl}^α определяются и задаются симметрией свойств [12]. Симметрия свойств тензоров k_{ij} и k_{ij}^α , очевидно, определяется в независимых экспериментах (в однофазных и двухфазных фильтрационных течениях соответственно) и в общем случае может не совпадать [8, 13]. Несовпадение симметрии физических свойств тензоров k_{ij}^α и k_{ij} может быть обусловлено тем обстоятельством, что проницаемость при однофазном фильтрационном течении представляется в виде композиции тензоров коэффициентов формы, просветности и извилистости [14]. Поэтому, например, изотропные тензоры коэффициентов проницаемости могут иметь "эффективные" тетрагональные и ромбические решетки капилляров с различными "эффективными" диаметрами капилляров. При двухфазном течении проявление капиллярных и поверхностных сил может привести к тому, что симметрия свойств тензора фазовых проницаемостей может совпасть с симметрией капиллярной решетки.

В случае несовпадения симметрии свойств тензоров коэффициентов k_{ij}^α и k_{ij} , не раскрывая явно вида тензора k_{ij} в связи (1.5), можно положить, что симметрия тензора k_{ij}^α совпадает с симметрией тензора F_{ijkl}^α . Данное предположение можно подтвердить и с помощью непосредственных вычислений при условии, что симметрия тензора k_{ij} выше или совпадает с симметрией тензоров k_{ij}^α и F_{ijkl}^α . Последнее обстоятельство, очевидно, не является ограничением на рассматриваемые связи, а, наоборот, приводит к тому, что число различных вариантов связи (1.5) возрастает. В самом деле, кроме варианта, когда симметрия всех трех материальных тензоров совпадает, возможны варианты, при которых симметрия тензора k_{ij} выше симметрии тензоров k_{ij}^α и F_{ijkl}^α . Всего число принципиально различных типов симметричных тензоров второго ранга, определяющих и задающих материальные свойства, равно пяти и далее они будут выписаны. Для симметрий, которые наиболее часто используются в прикладных вычислениях, в предположении, что абсолютная проницаемость изотропна, связи (1.5) приведены ниже.

Для изотропных текстур и групп симметрии кубической сингонии (изотропные свойства)

$$k_{ij}^\alpha = (3f_1^\alpha + 2f_2^\alpha)k\delta_{ij} = f^\alpha(s)k\delta_{ij} \quad (1.6)$$

Для анизотропных текстур и групп симметрии тетрагональной, гексагональной и тригональной сингоний (трансверсально-изотропные свойства)

$$k_{ij}^\alpha = (3f_1^\alpha + 2f_2^\alpha + f_3^\alpha)k\delta_{ij} + (3f_3^\alpha + 4f_4^\alpha + f_5^\alpha)kB_{ij} \quad (1.7)$$

Для групп симметрии ромбической сингонии (ортотропные свойства)

$$k_{ij}^{\alpha} = (3f_1^{\alpha} + 2f_2^{\alpha} + f_3^{\alpha}D_{\parallel} + f_5^{\alpha}M_{\parallel})k\delta_{ij} + 4f_8^{\alpha}kD_{il}M_{jl} + (3f_3^{\alpha} + 4f_4^{\alpha} + f_7^{\alpha}D_{\parallel})kD_{ij} + (3f_5^{\alpha} + 4f_6^{\alpha} + f_9^{\alpha}M_{\parallel})kM_{ij} \quad (1.8)$$

Здесь $f_i^{\alpha}(s)$ – инвариантные коэффициенты, B_{ij} , D_{ij} и M_{ij} – симметричные тензоры, определяющие и задающие рассматриваемые группы симметрии [8].

Соотношения (1.6) описывают случай, когда все три материальных тензора в равенстве (1.5) имеют одинаковую симметрию – изотропны. Соотношения (1.7) и (1.8) описывают эффект, при котором для изначально изотропных свойств тензора коэффициентов абсолютной проницаемости k_{ij} тензор коэффициентов фазовых проницаемостей k_{ij}^{α} может оказаться анизотропным. В случае (1.7) изотропными фильтрационными свойствами при однофазном течении обладала тетрагональная решетка "эффективных" капилляров, в случае (1.8) – ромбическая [12].

Для экспериментального определения указанного эффекта необходимо проведение комплексных измерений на нескольких образцах пористой среды при определении как абсолютной, так и фазовых проницаемостей. Данное обстоятельство принципиально изменяет существующие методики измерений и интерпретацию их результатов.

В случае, когда равенства (1.5) связывают анизотропные тензоры k_{ij}^{α} и k_{ij} с одинаковой симметрией, общий вид связей остается прежним, но становится более громоздким, чем (1.7) и (1.8). Поэтому для прикладных вычислений вместо громоздких представлений типа (1.7) и (1.8) для трансверсально-изотропных и ортотропных сред соответственно можно использовать более компактные

$$k_{ij}^{\alpha} = \varphi_1^{\alpha}k_1\gamma_{ij} + \varphi_3^{\alpha}k_3B_{ij}, \quad \varphi_1^{\alpha} = F_1^{\alpha} + F_2^{\alpha}(1 - \theta_{13})/\theta_{13} \quad (1.9)$$

$$\varphi_3^{\alpha} = F_3^{\alpha}\theta_{13} + F_4^{\alpha}(1 - \theta_{13})$$

$$k_{ij}^{\beta} = \varphi_1^{\beta}k_1a_ia_j + \varphi_2^{\beta}k_2c_ic_j + \varphi_3^{\beta}k_3b_ib_j, \quad \varphi_1^{\beta} = F_1^{\beta} + F_2^{\beta}\theta_{21} + F_3^{\beta}\theta_{31} \quad (1.10)$$

$$\varphi_2^{\beta} = F_2^{\beta}\theta_{12} + F_4^{\beta} + F_5^{\beta}\theta_{23}, \quad \varphi_3^{\beta} = F_3^{\beta}\theta_{13} + F_5^{\beta}\theta_{23} + F_6^{\beta}$$

Здесь $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1$, $\mathbf{c} = \mathbf{e}_2$, $\mathbf{b} = \mathbf{e}_3$ – орты кристаллофизического базиса, $\gamma_{ij} = \delta_{ij} - B_{ij}$, $\varphi_{\beta}^{\alpha}k_{\beta}$ – главные значения тензора фазовых проницаемостей. Величины F_{γ}^{β} представляются в виде линейных комбинаций f_{α} (для трансверсально-изотропных сред) и f_{α} , $D_{\parallel}$ и $M_{\parallel}$ (для ортотропных сред), $\theta_{\alpha\beta} = k_{\alpha}/k_{\beta}$.

Таким образом, в общем случае, когда соотношения (1.5) связывают анизотропные тензоры k_{ij}^{α} и k_{ij} , классическому представлению относительных фазовых проницаемостей вдоль главных направлений тензоров соответствуют функции φ_{β}^{α} , зависящие не только от насыщенности, но и параметров анизотропии $\theta_{\alpha\beta}$. Сделанный вывод находится в полном соответствии с результатами численного эксперимента [10].

2. Кроме рассмотренного случая, когда связь между k_{ij}^{α} и k_{ij} устанавливается по классической схеме с помощью тензора коэффициентов относительных проницаемостей четвертого ранга, можно представить зависимость между абсолютными и фазовыми проницаемостями и в виде [15]

$$k_{ij}^{\alpha} = k_{il}f_{lj}^{\alpha} \quad (2.1)$$

где тензор коэффициентов относительных фазовых проницаемостей f_{ij}^{α} представляется симметричным тензором второго ранга.

Проанализируем связь (2.1) для различных типов анизотропии для того, чтобы показать, что этот вариант является менее удачным по сравнению с (1.5).

Все пять различных вариантов симметричных материальных тензоров, определяющих физические свойства, задаваемые тензорами второго ранга, представляются тензорами вида

$$\begin{aligned} k_{ij} &= k\delta_{ij}, \quad k_{ij} = k_1\delta_{ij} + k_2B_{ij}, \quad k_{ij} = k_1\delta_{ij} + k_2B_{ij} + k_3D_{ij} \\ k_{ij} &= k_1\delta_{ij} + k_2a_ia_j + k_3c_ic_j + k_4(a_ic_j + c_ia_j) \\ k_{ij} &= k_1a_ia_j + k_2c_ic_j + k_3b_ib_j + k_4(a_ic_j + c_ia_j) + k_5(a_ib_j + b_ia_j) + \\ &+ k_6(c_ib_j + b_ic_j) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь k и k_β – инвариантные коэффициенты, определяющие и задающие проницаемость пористых сред, для тензоров и векторов приняты те же обозначения, что и выше. Первые три тензора описывают пористые среды, в которых направления главных осей могут быть определены заранее, до экспериментального определения значений проницаемости, и задают изотропные, трансверсально-изотропные и ортотропные свойства соответственно. Четвертый тензор соответствует случаю, когда известно только одно главное направление (перпендикулярно плоскости с осями a_i и c_i) и задает фильтрационные свойства для групп симметрии моноклинной сингонии [6]. И наконец, последний тензор соответствует случаю, когда неизвестны все три главных направления. Тензор задает фильтрационные свойства для групп симметрии триклинной сингонии.

Рассуждая аналогично, как и при анализе связи (1.5), можно положить, что в общем случае симметрия тензора k_{ij} может быть выше или равна симметрии тензора k_{ij}^α . При различной симметрии тензоров коэффициентов абсолютной и фазовых проницаемостей необходимо положить совпадение симметрии тензоров k_{ij}^α и f_{ij}^α .

Таким образом, эффект не совпадения симметрии тензоров коэффициентов абсолютной и фазовых проницаемостей можно описать связями типа (2.1) точно так же, как и связями типа (1.5). Соотношениям (1.6)–(1.8) в том же порядке соответствуют равенства

$$\begin{aligned} k_{ij}^\alpha &= f^\alpha k\delta_{ij}, \quad k_{ij}^\alpha = f_1^\alpha k\delta_{ij} + f_2^\alpha kB_{ij} \\ k_{ij}^\alpha &= f_1^\alpha k\delta_{ij} + f_2^\alpha kB_{ij} + f_3^\alpha kD_{ij} \end{aligned}$$

Однако при совпадении симметрии тензоров коэффициентов k_{ij} и k_{ij}^α в связях типа (2.1) теряется зависимость "главных значений" относительных фазовых проницаемостей от параметров анизотропии $\theta_{\alpha\beta}$. Связи, соответствующие равенствам (1.9) и (1.10), имеют вид

$$\begin{aligned} k_{ij}^\alpha &= \varphi_1^\alpha k_1\gamma_{ij} + \varphi_3^\alpha k_3B_{ij} \\ k_{ij}^\alpha &= \varphi_1^\alpha k_1a_ia_j + \varphi_2^\alpha k_2c_ic_j + \varphi_3^\alpha k_3b_ib_j \end{aligned}$$

где φ_β^α и k_β – главные значения тензоров относительных и абсолютных проницаемостей вдоль β -го главного направления соответственно, $\varphi_\beta^\alpha = \varphi_\beta^\alpha(s)$.

Более того, если воспользоваться связями типа (2.1) для случая, когда симметрия тензоров коэффициентов фазовых и абсолютных проницаемостей совпадает и задает фильтрационные свойства для групп моноклинной и триклинной сингоний, то непосредственными вычислениями можно убедиться в их несимметричности. Поэтому для данных типов анизотропных пористых сред связь (2.1) должна быть заменена на связь

вида

$$k_{ij}^{\alpha} = 1/2(k_{ii}f_{ij}^{\alpha} + f_{ii}^{\alpha}k_{ij})$$

С другой стороны, делать симметричным k_{ij}^{α} в связи (1.5) не нужно, так как симметрия тензора k_{ij}^{α} по индексам i и j гарантируется внутренней симметрией тензора F_{ijkl}^{α} .

Следовательно, связь между тензорами коэффициентов абсолютной и фазовых проницаемостей типа (2.1) в отличие от связи (1.5), во-первых, не является универсальной и, во-вторых, приводит к таким функциям относительных фазовых проницаемостей, которые вдоль главных направлений тензоров не зависят от параметров анизотропии. Последнее обстоятельство означает, что связь типа (2.1) различает типы анизотропии, но не различает их реализацию, т.е. возможное варьирование параметров анизотропии $\theta_{\alpha\beta}$ для конкретного типа анизотропии.

3. Способ задания фильтрационных свойств при совместном течении в пористой среде двух несмешивающихся жидкостей с помощью приспособленных на этот случай аналогов закона Дарси (1.1), очевидно, является наиболее простым. Так как закон Дарси учитывает геометрию среды и вязкое сопротивление, обусловленное взаимодействием жидкой фазы и твердого скелета, то понятно, что при постулировании тензора фазовых коэффициентов вводятся коэффициенты, которые эффективно описывают как взаимодействие между фазами и твердым скелетом, так и взаимодействие между жидкостями. Представление тензора фазовых проницаемостей в виде (1.5) фактически означает, что силы взаимодействия между жидкостями эффективно учитываются функциями относительных фазовых проницаемостей. Поэтому обобщение классической модели двухфазной фильтрации может быть связано с попытками "расщепления" сил взаимодействия. В [16] методами неравновесной термодинамики для двухфазного течения несмешивающихся жидкостей без учета массообмена и химических реакций в недеформируемом анизотропном пласте был выведен обобщенный закон фильтрации вида

$$a^{\alpha} \nabla_i p^{\alpha} = -R_{ij}^{\alpha} v_j^{\alpha} - r_{ij} (v_j^{\alpha} - v_j^{\beta}) \quad (3.1)$$

где $a^{\alpha} = ms^{\alpha}$ – объемная концентрация α -й фазы, m – пористость среды, s^{α} – насыщенность α -й фазой, v_j^{α} – "истинные" средние скорости фаз, R_{ij}^{α} – симметричный тензор коэффициентов "вязкого" сопротивления, обусловленного взаимодействием жидкой фазы и твердого скелета, r_{ij} – симметричный тензор, учитывающий обмен импульсом между жидкими фазами, симметричность тензоров R_{ij}^{α} и r_{ij} обусловлена соотношениями взаимности Онзагера.

Соотношения (3.1) детализируют силы сопротивления и для задания фильтрационных свойств при двухфазном течении вводят три материальных тензора R_{ij}^{α} и r_{ij} . Можно положить, что симметрия свойств материальных тензоров определяется геометрической симметрией пустотного пространства и что симметрия всех трех тензоров совпадает. Снова, как и в классическом случае, можно положить, что симметрия свойств тензора коэффициентов абсолютных проницаемостей может быть равна или выше симметрии тензоров R_{ij}^{α} и r_{ij} .

Для анализа выражения (3.1) удобнее воспользоваться соотношениями, разрешенными относительно v_i^{α} . Из общего вида связи (3.1) ясно, что равенства, разрешенные относительно v_i^{α} , будут представлять собой линейные зависимости компонент "истинных" средних скоростей фильтрации от компонент векторов градиентов фильтра-

ционного давления в обеих фазах

$$v_i^\alpha = -k_{ij}^\alpha \nabla_j p^\alpha - l_{ij} \nabla_j p^\beta \quad (3.2)$$

причем в равенствах (3.2), согласно принципам кристаллофизики, тензоры k_{ij}^α и l_{ij} будут иметь тот же тип, что и тензоры R_{ij}^α и r_{ij} .

Для доказательства сделанного утверждения рассмотрим переход от равенств (3.1) к соотношениям (3.2) на примере трансверсально-изотропной среды.

Подстановка материальных тензоров $R_{ij}^\alpha = R_1^\alpha \delta_{ij} + R_2^\alpha B_{ij}$ и $r_{ij} = r_1 \delta_{ij} + r_2 B_{ij}$ в обобщенный двухчленный закон Дарси (3.1) дает

$$a^\alpha \nabla_i p^\alpha = -(R_1^\alpha + r_1) v_i^\alpha - (R_2^\alpha + r_2) B_{ij} v_j^\alpha + r_1 v_i^\beta + r_2 B_{ij} v_j^\beta \quad (3.3)$$

Умножим скалярно равенства (3.3) на b_i и вычислим инварианты $b v_i^\alpha$

$$b v_i^\alpha = -\frac{a^\alpha (R^\beta + r) b_i \nabla_i p^\alpha + a^\beta r b_i \nabla_i p^\beta}{R^\alpha R^\beta + (R^\alpha + R^\beta) r} \quad (3.4)$$

После подстановки соотношений (3.4) в равенства (3.3) последние можно разрешить относительно v_i^α

$$v_i^\alpha = -\frac{a^\alpha (R_1^\beta + r_1)}{R_1^\alpha R_1^\beta + r_1 (R_1^\alpha + R_1^\beta)} \gamma_{ij} \nabla_j p^\alpha - \frac{a^\alpha (R^\beta + r)}{R^\alpha R^\beta + r (R^\alpha + R^\beta)} B_{ij} \nabla_j p^\alpha - \\ - \frac{a^\beta r_1}{R_1^\alpha R_1^\beta + r_1 (R_1^\alpha + R_1^\beta)} \gamma_{ij} \nabla_j p^\beta - \frac{a^\beta r}{R^\alpha R^\beta + r (R^\alpha + R^\beta)} B_{ij} \nabla_j p^\beta \quad (3.5)$$

$$R^\alpha = R_1^\alpha + R_2^\alpha, \quad r = r_1 + r_2$$

Таким образом, полученные соотношения (3.5) представляют собой равенства вида (3.2), которые можно было выписать, используя материальные тензоры k_{ij}^α и l_{ij} трансверсально-изотропного типа. Единственным результатом получения соотношений (3.5) является возможность установления связей между инвариантными коэффициентами тензоров R_{ij}^α , r_{ij} и k_{ij}^α , l_{ij} . Следовательно, для написания определяющих уравнений обобщенного двухчленного закона Дарси в форме (3.2) для различных типов анизотропии можно использовать материальные тензоры (2.2).

Например, для ортотропной симметрии связи (3.2) имеют вид

$$v_i^\alpha = -(k_1^\alpha \delta_{ij} + k_2^\alpha B_{ij} + k_3^\alpha D_{ij}) \nabla_j p^\alpha - (l_1 \delta_{ij} + l_2 B_{ij} + l_3 D_{ij}) \nabla_j p^\beta$$

В обобщенном двухчленном законе Дарси естественно положить, что тензор k_{ij}^α является тензором коэффициентов фазовой проницаемости, а тензор l_{ij} – тензором коэффициентов подвижностей фаз [2]. Для тензора коэффициентов фазовых проницаемостей можно установить связи с тензором абсолютной проницаемости аналогично тому, как это было сделано для одночленного закона (1.1).

Заключение. Предложенные соотношения, связывающие материальные характеристики для однофазных и двухфазных потоков в анизотропных пористых средах, позволяют выявить новые эффекты при описании двухфазных течений, сформулировать новые постановки экспериментальных исследований и распространить классическую и обобщенную теории на случай анизотропных пористых сред для всех типов анизотропии.

Авторы признательны В.Н. Николаевскому за внимание к работе и полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lenormand R., Touboul E., Zarcone C.* Numerical models and experiments on immiscible displacements in porous media // *J. Fluid Mech.* 1988. V. 189. P. 165–187.
2. *Максимов В.М.* Основы гидротермодинамики пластовых систем. М.: Недра, 1994. 201 с.
3. *Селяков В.И., Кадет В.В.* Перколяционные модели процессов переноса в микро-неоднородных средах. М.: Недра, 1995. 222 с.
4. *Швидлер М.И.* Осредненное описание фильтрационного переноса несмешивающихся жидкостей в средах с маломасштабной неоднородностью // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1989. № 6. С. 92–99.
5. *Панфилова И.* Решеточные модели пористых сред: Препринт № 28. М.: ИПНГ РАН, 1995. 57 с.
6. *Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П.* Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979. 639 с.
7. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1983. 528 с.
8. *Лохин В.В., Седов Л.И.* Нелинейные тензорные функции от нескольких тензорных аргументов // *ПММ.* 1963. Т. 27. Вып. 3. С. 393–417.
9. *Коллинз Р.* Течения жидкостей через пористые материалы. М.: Мир, 1964. 350 с.
10. *Bear J., Braester C., Menier P.S.* Effective and relative permeabilities of anisotropic porous media // *Transp. Porous Media.* 1987. V. 2. № 3. P. 301–316.
11. *Николаевский В.Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.
12. *Басниев К.С., Дмитриев Н.М.* Обобщенный закон Дарси для анизотропных пористых сред // *Изв. вузов. Нефть и газ.* 1986. № 5. С. 54–59.
13. *Дмитриев Н.М.* Просветность и проницаемость пористых сред с периодической микроструктурой // *Изв. РАН. МЖГ.* 1995. № 1. С. 79–85.
14. *Дмитриев Н.М.* Тензор коэффициентов проницаемости в капиллярной модели Козени – Кармана // *Изв. РАН. МЖГ.* 1996. № 4. С. 96–104.
15. *Каневская Р.Д., Швидлер М.И.* Особенности фильтрационного переноса несмешивающихся жидкостей при анизотропии фазовых проницаемостей // *Изв. РАН. МЖГ.* 1992. № 5. С. 91–100.
16. *Колесниченко А.В., Максимов В.М.* Методы неравновесной термодинамики для моделирования многофазного многокомпонентного континуума // *Науч. тр. Моск. ин-та нефти и газа.* 1986. № 200. С. 10–28.

Москва

Поступила в редакцию
3.IX.1996