

УДК 532.526.5

© 1998 г. А.В. БУНЯКИН

ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ С КРУГОВОЙ ВЫЕМКОЙ

Численно изучается схема ликвидации отрыва ламинарного пограничного слоя в носовой части симметричного крылового профиля, обтекаемого безотрывно при нулевом угле атаки. С целью увеличения максимального угла атаки, при котором обтекание все еще безотрывно, на отрывоопасном сегменте располагается круговая выемка-окружность, находящаяся почти полностью внутри профиля (вихревая ячейка). Асимптотика соответствующего течения при больших числах Рейнольдса моделируется по схеме Прандтля – Бэтчелора.

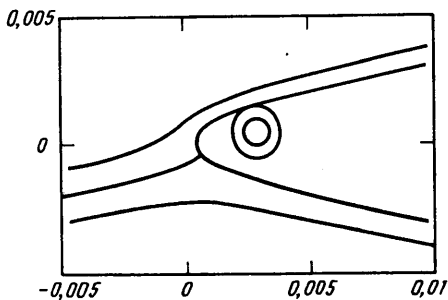
Явление отрыва пограничного слоя, неизбежно возникающее при увеличении угла атаки, не только приводит к ухудшению аэродинамических характеристик крылового профиля, но также вызывает турбулизацию потока за профилем и, как следствие, сильные вибрации крыла. В последнее время получает распространение идея улавливания вихрей путем расположения на профиле крыла двумерных или трехмерных ячеек, для того чтобы вихревые образования в них приобретали устойчивость и не срывались с крыла вниз по потоку. Среди первых натуральных экспериментов, имевших успех, можно выделить полеты планера Каспера в 1981 г. Профиль крыла, воспроизведенный по чертежам Каспера, обдувался в аэродинамических трубах [1], но оказалось, что уловить вихри в ячейках, имеющих острые углы, не удастся.

Принципиальная возможность ликвидации отрыва хотя бы при небольшом превышении критического угла атаки путем расположения вихревой ячейки представляется возможной, но возникают связанные с этим вопросы. Среди них: влияние нестационарности [2], выбор формы выемки [3], неединственность соответствующего невязкого течения. В данной работе рассматривается одна из простейших схем, позволяющих подойти к решению последнего вопроса путем учета вязкости в стационарной модели ламинарного пограничного слоя. Цель работы – получение приближенного соотношения между завихренностью в выемке ω и двумя параметрами: радиусом выемки r и угловой величиной слоя смещения β . Оценка константы, входящей в это соотношение, производится численно для достаточно малых значений этих двух параметров, причем дальнейшее их уменьшение, хотя и желательно, приводит к существенной потере точности расчетов.

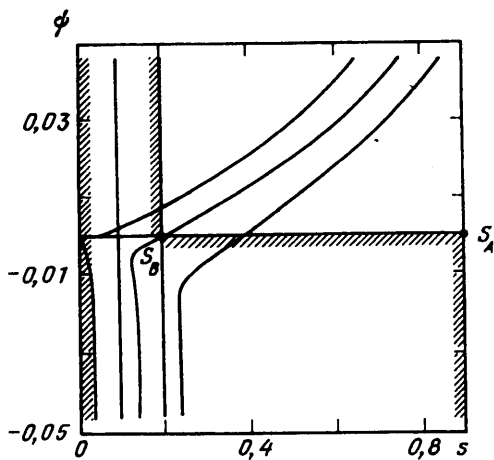
Основное допущение упрощенной постановки – пренебрежение ненулевым градиентом давления на участке контакта внешнего потока с течением внутри выемки. Оно делается в связи с тем, что этот участок полагается малым настолько, что изменением давления на нем можно пренебречь. Эффект выемки состоит в том, что профиль скорости пограничного слоя при прохождении над ней в слое смещения становится более наполненным, а ниже по потоку уже не отрывается.

Поток, обтекающий крыловой профиль, полагается потенциальным и бездивергентным. Число Рейнольдса считается большим и вязкость учитывается только в пограничном слое у стенок профиля, выемки, а также в слое смещения.

1. Постановка задачи. Рассмотрим крыловой профиль, обтекаемый равномерным на



Фиг. 1. Крыловой профиль с каверной;
 $r = 0,001$, $\alpha = 0,013$



Фиг. 2. Расчетная область совокупного слоя

бесконечности потоком без отрыва ламинарного пограничного слоя с нулевым углом атаки α . При увеличении α на верхней кромке крыла появляется точка отрыва пограничного слоя. Рассмотрим малый сегмент крылового профиля, внутри которого располагается точка отрыва, и проведем через концы этого сегмента окружность так, чтобы она почти полностью располагалась внутри профиля. Радиус окружности r , как правило, меньше радиуса кривизны контура крылового профиля, и их пересечение происходит с ненулевыми углами, но он должен задаваться по возможности большим и ограничиваться тем, что окружность должна иметь только две точки пересечения с контуром профиля.

Требование малости β объясняется тем, что углы пересечения окружности с контуром профиля должны быть малыми (фиг. 1). Вообще говоря, эти углы должны быть бесконечно малыми, иначе возникает вторичный отрыв (см. [4]). Ввиду малости сегмента, на котором происходит взаимодействие с внешним потоком, нарушением гладкости течения, связанным с наличием малых углов пересечения, пренебрегаем.

В асимптотике $Re \gg 1$ внешний поток потенциален. Внутри выемки линии тока замкнуты и, согласно теореме Прандтля – Бэтчелора, завихренность постоянна, откуда следует, что линии тока должны быть окружностями, как и форма границы (твердотельное вращение). Таким образом, невязкое решение состоит из потенциального внешнего потока и тривиального кругового вращения внутри выемки, откуда давление внутри каверны постоянно.

При любой другой форме выемки будет иметь место ненулевой градиент давления, который может привести к отрыву пограничного слоя внутри нее. Линия тока, разделяющая эти течения, лежит в области, ограниченной отрывоопасным сегментом профиля и сегментом окружности – дополнением границы выемки. Ввиду малости сегмента поперечный размер данной области на порядок меньше продольного, поэтому различием между этими тремя линиями пренебрегаем. На разделяющей линии тока может быть тангенциальный разрыв произвольной интенсивности, связанной с величиной завихренности в выемке. Неединственность значения завихренности в невязком течении ликвидируется при решении задачи о циклическом пограничном слое в выемке.

Действительно, при $Re \gg 1$ необходимо произвести расчет пограничного слоя, сращиваемого с внешним потоком, от передней точки торможения до левого конца выемки на верхней кромке контура крылового профиля, затем совокупного слоя, состоящего из слоя смешения и пограничного слоя вдоль стенок выемки. Область расчета совокупного слоя изображена штриховкой на фиг. 2 (горизонтальная коор-

дината s – натуральный параметр вдоль слоя, вертикальная координата ψ – функция тока).

Горизонтальная прямая $\psi = 0$ – линия тока, разделяющая внешний поток и течение внутри выемки, а ее отрезок, являющийся границей области, – стенка выемки. Пересечения этой прямой с вертикальными границами области, уходящими в бесконечность (точки 0 и s_b), соответственно есть левый и правый концы отрывоопасного сегмента, к которому пристроена выемка, – границы слоя смещения. Таким образом, s_b – длина отрывоопасного сегмента (слоя смещения), s_a – длина совокупного слоя (окружности выемки).

Расчет пограничного слоя, как внешнего, так и совокупного, производился по уравнению Мизеса

$$\frac{\partial g}{\partial s} = \sqrt{2(g-p)} \frac{\partial^2 g}{\partial \psi^2}, \quad g = \frac{v^2}{2} + p$$

где g – полное давление, v, p – безразмерные скорость вдоль слоя и давление.

Условие на внешней границе имеет вид

$$\psi > 0: g(0, \psi) = G(\psi)$$

где G – профиль полного давления внешнего (набегающего) пограничного слоя.

Условие прилипания на стенке выемки

$$s_b < s < s_a: g(s, 0) = p$$

Давление p на отрывоопасном сегменте считается постоянным ввиду малости этого сегмента и одинаковым во всех точках каверны ввиду тривиальности течения в невязком пределе.

Условие цикличности совокупного слоя имеет вид [4–6]

$$\psi < 0: g(0, \psi) = g(s_a, \psi)$$

$$\lim_{\psi \rightarrow +\infty} g = g_{\infty}^+, \quad \lim_{\psi \rightarrow -\infty} g = g_{\infty}^-$$

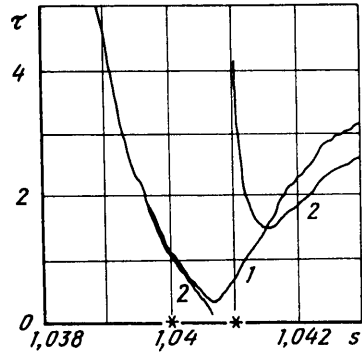
Константа g_{∞}^+ определяется набегающим пограничным слоем, а константа g_{∞}^- находится в процессе решения задачи для совокупного слоя. Последняя константа и определяет завихренность течения внутри выемки как удвоенную угловую скорость твердотельного вращения.

2. Метод расчета. Расчет завихренности невязкого течения внутри выемки и профиля полного давления в конце слоя смещения состоит из четырех основных этапов: расчета внешнего потенциального обтекания крылового профиля, расчета внешнего пограничного слоя от передней точки торможения до левого конца выемки, расчета совокупного слоя и расчета внешнего пограничного слоя за правым концом выемки.

Расчет потенциального внешнего потока производился методом граничных элементов [7]. Для численного решения уравнения Мизеса использовалась неявная шеститочечная разностная схема второго порядка аппроксимации на сетке со сгущением узлов к нулю по переменной ψ и к точкам s_a и s_b справа по переменной s . Расчетные размеры области по переменной ψ определялись из условия, что дальнейшее их увеличение на длину порядка единицы приводит к изменениям решения, не превосходящим заданной погрешности.

На внешних границах совокупного слоя ставились условия срачивания с невязкими решениями, т.е. задавалась функция g . Если на границе срачивания с внешним пограничным слоем значение g_N определяется профилем скорости набегающего пограничного слоя, то на границе срачивания с течением внутри выемки g_1 зависит от вели-

Фиг. 3. Распределение трения на стенке крылового профиля. Кривая 1 соответствует докритическому углу атаки $\alpha = 0,0129$, кривая 2 – закритическому углу атаки $\alpha = 0,013$, точки – концы каверны



чины завихренности, которая при расчете совокупного слоя задавалась так, чтобы получающееся при этом значение конечной разности, аппроксимирующей производную полного давления g по переменной ψ , не равнялось нулю. Обнуление этой разности, которое является численным эквивалентом выхода решения на константу в бесконечности, достигалось подбором завихренности в каверне, что и позволяло определить ее величину.

Обеспечение условия цикличности совокупного слоя производилось методом установления по переменной s , что возможно ввиду параболичности уравнения Мизеса. А именно область, изображенная на фиг. 2, продолжалась периодически вправо и шагами разностной схемы численное решение также продолжалось вправо. Итерации, состоящие в прохождении одного периода, прекращались по достижении заданной точности, определяемой обычным образом [8].

3. Результаты расчетов. Симметричный крыловой профиль, для которого производились расчеты, имел толщину, примерно в 50 раз меньшую длины, а его носовая часть, изображенная на фиг. 1, аппроксимировалась параболой. Оставшаяся часть профиля задавалась точками на верхней кромке, имеющими координаты: $(0,115, 0,0143)$, $(0,251, 0,0179)$, $(0,518, 0,0139)$, $(0,737, 0,00686)$, $(1,0)$. Скорость $v_\infty = 1$.

При $\alpha > 0,0129$ происходит отрыв ламинарного пограничного слоя с верхней кромки вблизи носовой части на малом сегменте, к которому пристроена круговая выемка. Значение r можно выбирать с некоторым произволом, поэтому можно говорить о семействе течений с выемками различных радиусов.

На фиг. 3 представлены для двух углов атаки кривые распределения трения на стенке крылового профиля (натуральный параметр отмеряется по часовой стрелке от хвоста профиля). Видно, что в рассматриваемом случае при замене стенки слоем смещения на малом сегменте крылового профиля при малой закритичности угла атаки отрыва уже нет. Левая ветвь разрывной кривой 2, как и кривая 1, построена без учета наличия выемки и указывает на положение точки отрыва на стенке крылового профиля, а ее правая ветвь, построенная с учетом выемки, начинается с правого ее конца и показывает, что поток, разогнавшийся в слое смещения, за выемкой уже не отрывается. Осцилляции на графиках трения на стенке являются следствием слабой сингулярности внешнего потенциального потока у концов граничных элементов, а дальнейшее увеличение плотности расчетных точек приводит к резкому ухудшению обусловленности системы, получаемой в результате применения метода граничных элементов для данного крылового профиля.

На фиг. 2 показаны также профили скорости в слое смещения, соответственно в его начале, середине и конце. Векторы скоростей этих профилей отложены от вертикальных прямых $s = 0, s_b/2, s_b$. Расчеты показывают, что для каверны, с $r = 0,001$ значение $\omega = 75$ с погрешностью около 1%, а соотношение между порядками величин скоростей на внешних границах слоя смещения можно проследить по профилям скорости. В частности, на фиг. 2 видно, что скорость на границе срачивания с течением внутри выемки на порядок меньше, чем на границе срачивания с внешним потоком,

а значение завихренности при этом достаточно велико. Это объясняется асимптотическим соотношением между ω , β , r , которое получено ниже, и отчасти объясняет трудности дальнейшего увеличения точности численных расчетов.

4. Предельный случай. Рассмотренная задача допускает асимптотику $r \rightarrow 0$. Такой предельный случай интересен в связи с идеей расположения на поверхности крылового профиля не одной выемки размером порядка толщины самого профиля, а множества малых выемок. При этом характерная толщина слоя смешения много меньше характерной толщины внешнего набегающего слоя: $l / \sqrt{\text{Re}_l} \ll L / \sqrt{\text{Re}_L}$ (l, L – длины слоя смешения и набегающего пограничного слоя), так как $l \ll L$. Поэтому профиль скорости набегающего слоя можно считать линейным. Ниже в асимптотических равенствах все отброшенные члены имеют более высокий порядок малости по сравнению с оставленными при $r \rightarrow 0$.

Пусть y – координата поперек слоя, v – скорость вдоль слоя, тогда в набегающем пограничном слое

$$v = \tau y, \quad \psi = \tau y^2 / 2, \quad v = \sqrt{2\tau}$$

Здесь τ – трение на стенке, вычисленное по профилю скорости набегающего пограничного слоя. После масштабирования

$$s = rS, \quad \psi = \tau^{1/3} r^{2/3} \Psi, \quad v = \tau^{2/3} r^{1/3} V$$

все члены в уравнении Мизеса

$$\frac{\partial V}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial \psi} \left(V \frac{\partial V}{\partial \psi} \right)$$

сохраняются ($p'(s) = 0$), а граничные условия принимают вид

$$\Psi > 0: V(0, \Psi) = \sqrt{2\Psi}$$

$$\beta < S < 2\pi: V(S, 0) = 0$$

$$\Psi < 0: V(0, \Psi) = V(2\pi, \Psi)$$

Решение данной задачи определяется только величиной угла β . Обозначив через V_∞ предел этого решения при $\psi \rightarrow -\infty$, получим асимптотику значения завихренности

$$\omega = 2v / r = 2(\tau / r)^{2/3} V_\infty(\beta)$$

Рассмотрим предел полученного решения при $\beta \rightarrow 0$. В слое смешения необходимо положить

$$S = \beta X, \quad \Psi = \beta^{2/3} Y, \quad V = \beta^{1/3} W$$

чтобы сохранить все члены уравнения и граничные условия в набегающем потоке.

Отсюда видно, что порядок величины скорости в слое смешения $\beta^{1/3}$. Однако на границе срачивания с течением внутри выемки она еще меньше. Чтобы в этом убедиться, следуя Сквайру [9], проинтегрируем уравнение Мизеса при нулевом градиенте давления по переменной S вдоль всего циклического слоя

$$0 = \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \int_0^{2\pi} V(S, \Psi)^2 dS$$

Используя условие ограниченности на бесконечности по ψ , получим

$$\int_0^{2\pi} V^2 dS = 2\pi V_\infty^2$$

С другой стороны, это выражение равно интегралу по линии тока, проходящей в непосредственной близости к стенке каверны, а значит, согласно оценке для скорости в слое смешения, должно иметь порядок $\beta^{5/3}$. Откуда получаем

$$V_{\infty}(\beta) = C_{\infty}\beta^{5/6}$$

Здесь C_{∞} – константа, ни от чего уже не зависящая. Если в последнюю формулу подставить величины, соответствующие течению для профиля с выемкой, изображенному на фиг. 1, то получим $C_{\infty} \approx 3$. Уточнение данного значения требует полного асимптотического решения последней задачи, которое выходит за рамки настоящей работы.

Заключение. Для стационарного ламинарного внешнего потока изучено течение в вихревой ячейке, расположенной на отрывоопасном сегменте профиля, с целью ликвидации отрыва и незначительного увеличения угла атаки, для которого еще существует асимптотическое решение при больших числах Рейнольдса. Под незначительным понимается такое увеличение α , при котором точка отрыва на профиле, смещаясь вверх по потоку, не окажется за границей сегмента, под которым расположена выемка (вихревая ячейка).

В случае обтекания профиля турбулентным потоком ввиду предполагаемой малости угловой величины слоя смешения вихревое образование внутри выемки не будет вырываться наружу, несмотря на мелкомасштабную турбулентность в пограничных слоях и слое смешения.

Автор выражает благодарность С.И. Чернышенко за постановку задачи и руководство работой. Работа проводилась при финансовой поддержке Международного научного фонда (гранты М4К000, М4К300) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01290).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wu J.Z., Vakili A.D., Wu J.M. Review of the physics of enhancing vortex lift by unsteady excitation // *Progr. Aerosp. Sci.* 1991. V. 28. № 1. P. 73–131.
2. Chernyshenko S.I. Stabilization of trapped vortices by alternating blowing suction // *Phys. Fluids.* 1995. V. 7. № 4. P. 802–807.
3. Bunyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. Inviscid Batchelor model flow past an aerofoil with a vortex trapped in cavity // *J. Fluid Mech.* 1996. V. 323. P. 367–376.
4. Чернышенко С.И. Отрывное обтекание уступа, высота которого много больше толщины нижнего подслоя области взаимодействия // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1991. № 4. С. 25–30.
5. Чернышенко С.И. Асимптотика стационарного отрывного обтекания тела при больших числах Рейнольдса // *ПММ.* 1988. Т. 52. Вып. 6. С. 958–966.
6. Чернышенко С.И. Расчет отрывных течений маловязких жидкостей с помощью модели Бэтчелора // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1984. № 2. С. 40–45.
7. Kuethe A.M., Chow C.Y. *Foundation of Aerodynamics. Bases of Aerodynamic Design.* N.Y.: Wiley, 1986. 555 p.
8. Калиткин Н.Н. *Численные методы.* М.: Наука, 1978. 512 с.
9. Squire H.B. Note of the motion inside a region of recirculation (cavity flow) // *J. Roy. Aeron. Soc.* 1956. V. 60. № 543. P. 203–205.

Краснодар

Поступила в редакцию
26.VIII. 1996