

УДК 532.526.4:533.6.011.5

© 1998 г. А.П. КУРЯЧИЙ

О МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕРМИЧЕСКОГО МЕТОДА УМЕНЬШЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТРЕНИЯ

Проведено сравнение с экспериментальными данными результатов расчетов сверхзвукового турбулентного пограничного слоя на нагретой поверхности, полученных на основе алгебраической, двух- ($k - \epsilon$) и четырехпараметрической ($k - \epsilon - \theta^2 - \epsilon_0$) моделей турбулентности. Основное внимание уделено способности указанных моделей турбулентности предсказывать поведение коэффициентов трения и теплообмена на нагреваемой поверхности. Выбрана оптимальная модель турбулентности. На основе численных расчетов продемонстрирована возможность повышения эффективности снижения вязкого сопротивления за счет локализации областей подвода тепла в пограничный слой.

Разработка и исследование различных методов уменьшения сопротивления трения при турбулентном обтекании тел является весьма актуальной задачей [1]. Одним из активных способов снижения турбулентного трения является повышение температуры обтекаемой поверхности до значений, превышающих равновесную температуру T_r^* [2]. Однако равномерный нагрев всей поверхности, особенно при большой ее протяженности, связан со значительными техническими трудностями и не позволяет получить суммарный выигрыш в энергозатратах. В [3] начато теоретическое исследование возможности повышения эффективности термического метода уменьшения турбулентного трения за счет локализации области подвода тепла в пограничный слой как при объемном, так и при поверхностном нагреве газа. Объемный нагрев при определенных условиях более эффективен, чем нагрев поверхности. При проведении указанных исследований требует первоочередного решения проблема выбора наиболее подходящей для исследуемого класса явлений модели турбулентности или разработка новой, наиболее адекватно описывающей изучаемые явления. Результаты [3], имеющие лишь качественный характер, получены на основе алгебраической модели турбулентности Себиси – Смита [4], которая достаточно хорошо описывает турбулентные течения, близкие к равновесным. Для теоретического исследования пограничного слоя с локальными областями интенсивного теплоподвода представляется целесообразным использовать более совершенные модели турбулентности, успешно применяемые для расчета неравновесных течений [5]. Эффективность разрабатываемого термического метода уменьшения турбулентного трения зависит от большого числа параметров, вследствие чего расчетные оценки их оптимальных значений требуют большого объема вычислений. Поэтому одна из целей данной работы – выбор такой модели турбулентности, которая должна удовлетворительно моделировать исследуемый класс турбулентных течений с интенсивным теплоподводом к газу и быть достаточно эффективной в вычислительном плане.

1. Среди большого числа известных моделей турбулентности были выбраны четыре модели, исходя из следующих соображений. Алгебраическая модель [4] является одной из широко используемых для расчета достаточно широкого класса как несжимаемых, так и сжимаемых течений. Модель Чена [6] позволяет получать

результаты, хорошо согласующиеся с большинством экспериментальных данных, используемых для тестирования моделей турбулентности [7], а также весьма проста в численной реализации и требует меньше ресурсов ЭВМ по сравнению с большинством двухпараметрических моделей [8]. Модель [9] выбрана потому, что она является составной частью более сложной четырехпараметрической модели переменного турбулентного числа Прандтля [10]. Отметим, что все модели [4, 6, 9, 10] относятся к классу моделей, в которых используется гипотеза о диффузионном типе турбулентного тепло- и массопереноса, т.е. понятия турбулентных вязкости и числа Прандтля.

Проверка возможностей моделирования характеристик сжимаемого турбулентного пограничного слоя на поверхности с интенсивным подводом тепла к газу осуществлялась на основе сравнения результатов расчетов с данными экспериментального исследования течения на плоской поверхности при числе Маха набегающего потока $M_\infty = 2,3$ [11]. Основное внимание было уделено распределению коэффициентов трения и теплообмена на поверхности, поскольку именно эти параметры определяют энергетическую эффективность исследуемого метода уменьшения трения.

Измерения характеристик пограничного слоя в [11] проводились на стенке рабочей части сверхзвукового сопла в области развитого турбулентного течения при числе Рейнольдса в начальном сечении $Re_\theta = \rho_\infty^* u_\infty^* \theta_0^* / \mu_\infty^* = 4200$, где ρ_∞^* , u_∞^* и μ_∞^* – плотность, скорость и коэффициент динамической вязкости в набегающем потоке, θ_0^* – толщина потери импульса в указанном сечении. Согласно приведенным в [11] данным, единичное число Рейнольдса течения в рабочей части сопла $Re_1 \cong 5,373 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, следовательно, толщина потери импульса в начальном сечении $\theta_0^* \cong 7,817 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

В [11] результаты измерений профилей скорости и температуры в пяти сечениях пограничного слоя были подвергнуты оригинальной обработке, позволившей получить значения коэффициентов трения и теплообмена при трех различных значениях температурного фактора T_w^* / T_r^* : 1, 1,5 и 2, где T_w^* – температура обтекаемой поверхности, T_r^* – равновесная температура.

Для численного моделирования рассматриваемого течения вводятся безразмерные переменные (без верхнего индекса) согласно следующим соотношениям:

$$x^* = l^* x, \quad y^* = l^* \delta(x) y, \quad \delta^* = l^* \delta, \quad u^* = u_\infty^* u, \quad v^* = u_\infty^* \delta \left(V + \frac{yu}{\delta} \frac{d\delta}{dx} \right) \\ k^* = \frac{u_\infty^{*2}}{Re^{1/2}} k, \quad \varepsilon^* = \frac{u^{*3}}{l^*} \varepsilon, \quad \langle \theta^2 \rangle^* = \frac{T_\infty^{*2}}{Re^{1/2}} \langle \theta^2 \rangle, \quad \varepsilon_\theta^* = \frac{u_\infty^* T_\infty^{*2}}{l^*} \varepsilon \quad (1.1)$$

$$\rho^* = \rho_\infty^* \rho, \quad T^* = T_\infty^* T, \quad \mu^* = \mu_\infty^* \mu, \quad Re = \frac{\rho_\infty^* u_\infty^* l^*}{\mu_\infty^*}$$

Здесь δ – безразмерная толщина вытеснения пограничного слоя, k^* и $\langle \theta^2 \rangle^*$ – кинетическая энергия турбулентности и осредненные пульсации температуры, ε^* и ε_θ^* – скорости диссипации соответственно величин k^* и $\langle \theta^2 \rangle^*$. В (1.1) входит также характерный линейный размер l^* , определяемый из соотношения $l^* = \theta_0^* Re / Re_\theta$, где Re может задаваться произвольно, так как параметры развитого турбулентного пограничного слоя определяются значением числа Re_θ . В проведенных расчетах задавалось $Re = 2 \cdot 10^6$ и, следовательно, $l^* = 0,372 \text{ м}$.

Система уравнений и граничных условий сжимаемого турбулентного пограничного слоя на плоской поверхности при отсутствии внешнего градиента давления в введенных выше безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\rho u}{\delta} \frac{d\delta}{dx} + \frac{\partial \rho V}{\partial y} = 0, \quad \rho = \frac{1}{T}$$

$$\frac{1}{\text{Re} \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho V \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.2)$$

$$\frac{1}{\text{Re} \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho V \frac{\partial T}{\partial y} - (\kappa - 1) M_\infty^2 \frac{(\mu + \mu_t)}{\text{Re} \delta^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

$$y = 0: \quad u = V = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ (a)}, \quad T = T_w \text{ (б)}, \quad \mu \frac{\partial T}{\partial y} + (\kappa - 1) M_\infty^2 \sigma \delta \text{Re} q_w = 0 \text{ (в)} \quad (1.3)$$

$$y = y_c: \quad u = T = 1$$

$$\sigma = 0,72, \quad \kappa = 1,4, \quad \mu = T^{\frac{3}{2}} \frac{1 + T_*^* / T_\infty^*}{T + T_*^* / T_\infty^*}, \quad T_\infty^* = 145,8 \text{ K}, \quad T_*^* = 114 \text{ K}$$

В граничном условии для температуры (1.3) (а) используется на адиабатических участках обтекаемой поверхности, (б) – при заданной ее температуре, (в) – на тех участках поверхности, где задан безразмерный тепловой поток $q_w = q_w^* / \rho_\infty^* u_\infty^{*3}$.

Для замыкания системы уравнений (1.2)–(1.3) необходимо определить коэффициент турбулентной вязкости μ_t и турбулентное число Прандтля σ_t . В алгебраической и двухпараметрических моделях турбулентности используется постоянное значение $\sigma_t = 0,9$. Согласно алгебраической двухслойной модели [4], коэффициент турбулентной вязкости определяется выражениями

$$\mu_t = \begin{cases} \delta \text{Re} \rho \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| (ky)^2 \left\{ 1 + \exp \left[-\frac{y^+}{26} \left(\frac{\rho_w}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}^2 \gamma, & 0 \leq y \leq y_c \\ \delta \text{Re} \rho \alpha \left| \int_0^{y_c} (1-u) dy \right|, & y_c \leq y \leq y_e \end{cases} \quad (1.4)$$

$$y^+ = y \frac{\rho}{\mu} \left[\delta \text{Re} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \gamma = \left[1 + 5,5 \left(\frac{y}{y_0} \right)^6 \right]^{-1} \quad (1.5)$$

$$\alpha = 0,0168 \frac{1,55}{1+\Pi}, \quad \Pi = 0,55 \left[1 - \exp \left(-0,243 Z_1^{\frac{1}{2}} - 0,298 Z_1 \right) \right], \quad Z_1 = \text{Re}_\theta / 425 - 1$$

Здесь индексом w обозначены значения соответствующих величин на обтекаемой поверхности, y_0 – толщина пограничного слоя, где достигается $u = 0,995$, значение y_c определяется из условия непрерывности коэффициента турбулентной вязкости.

В моделях [6, 9, 10] коэффициент турбулентной вязкости задается в виде функции $\mu_t = C_\mu f_\mu R_t \mu$, где $R_t = \rho k^2 / \mu \varepsilon$, а кинетическая энергия турбулентности k удовлетворяет следующему уравнению переноса с граничными условиями:

$$\frac{1}{\text{Re} \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho V \frac{\partial k}{\partial y} - \frac{\mu_t}{\text{Re}^{\frac{1}{2}} \delta^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \rho \text{Re}^{\frac{1}{2}} \varepsilon + D \quad (1.6)$$

$$y = 0: \quad k = 0; \quad y = y_c: \quad k = 0$$

В k - ε -модели [6] используются следующие уравнения переноса скорости диссипации энергии турбулентности, а также коэффициенты и функции:

$$\frac{1}{\text{Re} \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} - C_{\varepsilon 1} \frac{\mu_t}{\text{Re}^{1/2} \delta^2} \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + C_{\varepsilon 2} f_2 \rho \text{Re}^{1/2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{2\mu}{\text{Re} \delta^2} \frac{\varepsilon}{y^2} \exp(-0,5y^+) \quad (1.7)$$

$$y=0: \quad \varepsilon=0; \quad y=y_e: \quad \varepsilon=0$$

$$D = \frac{2\mu}{\text{Re} \delta^2} \frac{k}{y^2}, \quad f_\mu = 1 - \exp(-0,0115y^+), \quad f_2 = 1 - \frac{2}{9} \exp \left[- \left(\frac{R_t}{6} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_k = 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1,3, \quad C_\mu = 0,09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1,35, \quad C_{\varepsilon 2} = 1,8$$

Аналогичное уравнение переноса в k - ε -модели [9] является более сложным и имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\text{Re} \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} - C_{\varepsilon 1} \frac{\mu_t}{\text{Re}^{1/2} \delta^2} \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + C_{\varepsilon 2} \rho \text{Re}^{1/2} \varepsilon \frac{\varepsilon_1}{k} - \rho \text{Re}^{1/2} f_{w2} \left(-2 \frac{\varepsilon \varepsilon_1}{k} + \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_2^2}{k} \right) \quad (1.8)$$

$$y=0: \quad \varepsilon = \frac{1}{2 \text{Re}^{3/2} \delta^2} \frac{\mu}{\rho} \frac{1}{k} \left(\frac{\partial k}{\partial y} \right)^2; \quad y=y_e; \quad \varepsilon=0$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon - \frac{1}{2 \text{Re}^{3/2} \delta^2} \frac{\mu}{\rho} \frac{1}{k} \left(\frac{\partial k}{\partial y} \right)^2; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon - \frac{2}{\text{Re}^{3/2} \delta^2} \frac{\mu}{\rho} \frac{k}{y^2}$$

$$D \equiv 0, \quad f_\mu = \left(1 + \frac{3,45}{\text{Re}^{1/2}} \right) \text{th} \frac{y^+}{115}, \quad f_{w2} = \exp \left[- \left(\frac{R_t}{64} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_k = 0,75, \quad \sigma_\varepsilon = 1,45, \quad C_\mu = 0,096, \quad C_{\varepsilon 1} = 1,5, \quad C_{\varepsilon 2} = 1,83$$

В четырехпараметрической модели [10] гипотеза о динамическом подобии турбулентных потоков импульса и тепла, вводящая турбулентное число Прандтля σ_t , не используется. Вместо нее на основе решения уравнений переноса для вариации температуры $\langle \theta^2 \rangle$ и скорости ее диссипации ε_θ находится коэффициент турбулентной теплопередачи α_t , позволяющий вместе с коэффициентом μ_t определить переменное σ_t согласно выражению $\sigma_t = \sigma \mu_t / \rho \alpha_t$. Отказ от предположения о постоянстве σ_t ведет к более адекватному моделированию турбулентного теплопереноса и, в частности, более точному расчету коэффициента теплообмена на нагреваемой поверхности.

Таким образом, k - ε - $\langle \theta^2 \rangle$ - ε_θ -модель турбулентности [10] представляет собой систему уравнений и граничных условий (1.6), (1.8), дополненную следующими уравнениями:

$$\frac{1}{\text{Re} \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\rho \alpha_t}{\sigma_{\theta 2}} \right) \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial y} - \frac{2\rho \alpha_t}{\sigma \text{Re}^{1/2} \delta^2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + 2\rho \text{Re}^{1/2} \varepsilon_\theta$$

$$\frac{1}{\text{Re} \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\rho \alpha_t}{\sigma_{\varepsilon \theta}} \right) \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial y} - \frac{\rho \alpha_t}{\sigma \text{Re}^{1/2} \delta^2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \left(C_{d1} \frac{\varepsilon_\theta}{\langle \theta^2 \rangle} + C_{d2} \frac{\varepsilon}{k} \right) -$$

$$-C_{d3} \frac{\mu_r}{\text{Re}^{1/2} \delta^2} \frac{\varepsilon_\theta}{k} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \rho \text{Re}^{1/2} \varepsilon_\theta \left(C_{d4} \frac{\varepsilon_{\theta 1}}{\langle \theta^2 \rangle} + C_{d5} \frac{\varepsilon_1}{k} \right) - \rho \text{Re}^{1/2} \xi_{\varepsilon\theta} \quad (1.9)$$

$$y = 0: \langle \theta^2 \rangle = 0, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{4\sigma \text{Re}^{3/2} \delta^2} \frac{\mu}{\rho} \frac{1}{\langle \theta^2 \rangle} \left(\frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial y} \right)^2; \quad y = y_e: \langle \theta^2 \rangle = \varepsilon_\theta = 0$$

$$\xi_{\varepsilon\theta} = f_{w\varepsilon\theta} \left[(C_{d4} - 4) \frac{\varepsilon_{\theta 1}}{\langle \theta^2 \rangle} \varepsilon_\theta + C_{d5} \frac{\varepsilon_1}{k} \varepsilon_\theta - \frac{\varepsilon_{\theta 2}^2}{\langle \theta^2 \rangle} + (2 - C_{d1} - C_{d2}\sigma) \frac{\alpha_r}{\sigma \text{Re}} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \frac{\varepsilon_\theta}{\langle \theta^2 \rangle} \right]$$

$$\varepsilon_{\theta 1} = \varepsilon_\theta - \frac{1}{4\sigma \text{Re}^{3/2} \delta^2} \frac{\mu}{\rho} \frac{1}{\langle \theta^2 \rangle} \left(\frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial y} \right)^2, \quad \varepsilon_{\theta 2} = \varepsilon_\theta - \frac{1}{\sigma \text{Re}^{3/2} \delta^2} \frac{\mu}{\rho} \frac{\langle \theta^2 \rangle}{y^2}$$

$$\alpha_r = \sigma C_\lambda f_\lambda k \left(\frac{k \langle \theta^2 \rangle}{\varepsilon \varepsilon_\theta} \right)^{1/2}, \quad \sigma_r = \sigma \frac{\mu_r}{\rho \alpha_r}$$

$$f_\lambda = f_{w\varepsilon\theta} \frac{C_{1\lambda}}{\text{Re}^{1/4}} + \left[1 - \exp\left(\frac{y^+}{45} \right) \right]^2, \quad f_{w\varepsilon\theta} = \exp\left[-\left(\frac{R_f}{80} \right) \right]$$

$$\sigma_{\theta 2} = 0,75, \quad \sigma_{\varepsilon\theta} = 1,45, \quad C_\lambda = 0,11, \quad C_{1\lambda} = 0,1, \quad C_{d1} = 1,8$$

$$C_{d2} = 0, \quad C_{d3} = 0,72, \quad C_{d4} = 2,2, \quad C_{d5} = 0,8$$

2. Численное решение сформулированных выше параболических задач осуществлялось с использованием неявного двухточечного метода второго порядка точности [12], являющегося по сути модификацией известного блочного метода Келлера. Расчеты для всех описанных выше моделей турбулентности проводились на одинаковой разностной сетке. Независимость результатов расчетов от числа точек в поперечном направлении N_y достигалась при $N_y = 121$ при отношении координаты внешней границы к толщине пограничного слоя $y_e/y_0 = 1,4$. Шаг разностной сетки в продольном направлении задавался равным $0,25\theta_0$.

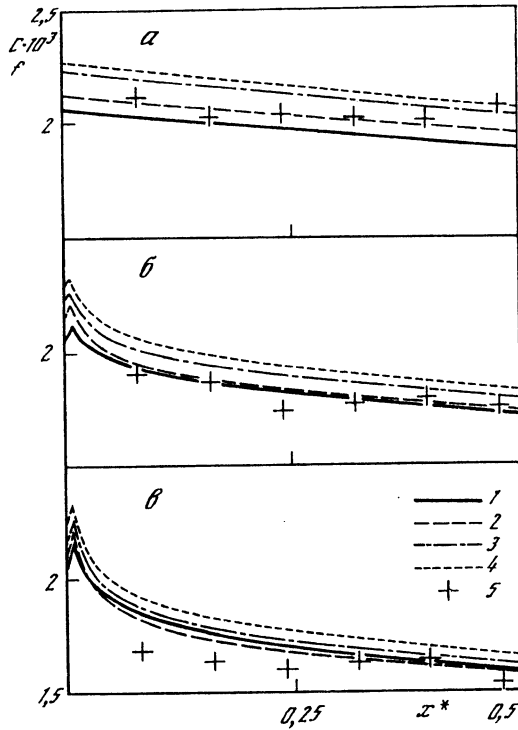
Отметим, что при использовании указанного численного метода необходимо вычислять коэффициенты нелинейных уравнений на стенке, где некоторые из них дают неопределенность типа ноль на ноль, хотя и являются конечными из физических соображений. Отличные качества модели [6] при численной реализации проявляются, в частности, в том, что значения указанных членов на стенке (типа члена D в уравнении (1.6) или ε/k в уравнении (1.7)) можно определять равными их значениям во второй точке сетки по y , что практически не сказывается на численных результатах и тем более на сходимости итераций, хотя при этом и нарушается второй порядок аппроксимации в одной граничной точке разностной сетки.

Двух- и четырехпараметрическая модели (1.6), (1.8) и (1.6), (1.8), (1.9) содержат члены, весьма "неудобные" для численных расчетов, типа последнего члена в уравнении (1.8). Для обеспечения сходимости итерационного процесса в этом случае значения указанных членов на стенке необходимо определять со вторым порядком точности путем их разложения в ряд Тейлора в окрестности второй точки и конечно-разностной аппроксимации появляющихся при этом вторых производных искомых функций также со вторым порядком точности.

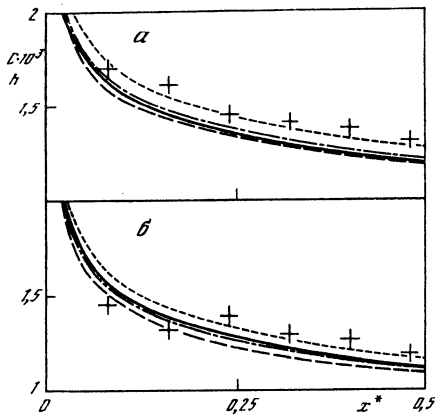
Проведенное тестирование показало, что расчеты на основе модели (1.6), (1.8) требуют в среднем в 3 раза большего машинного времени, чем использование модели (1.6), (1.7).

Ниже приводятся результаты численного моделирования условий экспериментов [11]. На фиг. 1–3 кривые 1–4 – результаты, полученные на основе моделей турбулентности [4, 6, 9, 10] соответственно, 5 – данные эксперимента [11].

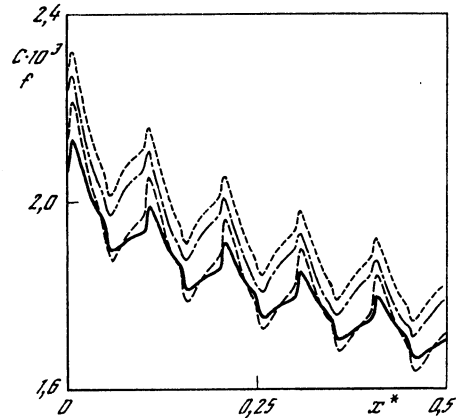
На фиг. 1 показаны распределения местного коэффициента трения C_f при трех значениях температуры поверхности. Отметим, что для каждой модели турбулентности в качестве равновесной бралась температура поверхности T_r , рассчитанная при использовании граничного условия (1.3) (а) в начальном сечении с $\text{Re}_\theta = 4200$. Выбранные модели турбулентности дают несколько различающиеся значения T_r : 1,951, 1,944, 1,947 и 1,926 соответственно для моделей [4, 6, 9, 10]. Наибольшее отличие наблю-



Фиг. 1. Распределения коэффициента локального трения при $T_w/T_r = 1$ (а), $T_w/T_r = 1,5$ (б), $T_w/T_r = 2$ (в)



Фиг. 2. Распределения коэффициента теплообмена при $T_w/T_r = 1,5$ (а) и $T_w/T_r = 2$ (б)



Фиг. 3. Распределения коэффициента трения на поверхности с пятью участками нагрева

дается для модели [10]. Это объясняется тем, что турбулентное число Прандтля, рассчитанное на основе этой модели, имеет значение, близкое к 0,5 в пристеночной области. Следствием этого является более интенсивный, чем при $\sigma_t = 0,9$, турбулентный перенос тепла вблизи стенки и соответственно более низкая ее температура.

При расчете пограничного слоя на нагретой поверхности задавалось линейное нарастание температуры от T_r до заданного значения T_w на участке длиной $10 \theta_0$ от начального сечения. Как видно из представленных на фиг. 1 данных, максимальное

отличие между результатами, полученными на основе разных моделей, наблюдается для адиабатической поверхности. При этом наилучшее согласие с экспериментальными данными обеспечивает k - ϵ -модель [6]. На поверхности с температурным фактором $T_w/T_r = 1,5$ близки к экспериментальным данным результаты расчетов по моделям [4, 6]. При увеличении температуры поверхности до $2T_r$ все модели дают завышенные значения C_f . Наибольшее отличие от экспериментальных данных наблюдается для четырехпараметрической модели. Завышенные значения коэффициента трения, даваемые этой моделью, объясняются более низкой температурой поверхности в этих расчетах.

Таким образом, как следует из фиг. 1, наиболее близкие к эксперименту распределения коэффициента трения обеспечивает k - ϵ -модель [6].

На фиг. 2 представлены распределения коэффициента теплообмена C_h на нагретой поверхности, определяемого в введенных выше безразмерных переменных по формуле

$$C_h = \left(\mu \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w [\sigma \delta \text{Re}(T_w - T_r)]^{-1}$$

Наиболее близкие к эксперименту распределения C_h обеспечивает четырехпараметрическая модель [10], поскольку она точнее моделирует турбулентный теплоперенос. Модели турбулентности [4, 6, 9] дают близкие значения коэффициента теплообмена, которые на 8–10% меньше экспериментальных.

При оптимизации разрабатываемого метода уменьшения турбулентного трения необходимо определить такие значения его параметров (например, количество и длину участков нагрева, тепловой поток на них), которые при заметной величине интегрального снижения трения обеспечивают максимальную эффективность метода. Коэффициент энергетической эффективности рассматриваемого активного метода управления пограничным слоем пропорционален отношению I интеграла от разности коэффициентов трения на полностью адиабатической и нагретой поверхностях к суммарному количеству подводимого к газу в единицу времени тепла, которое пропорционально интегралу вдоль поверхности от коэффициента теплообмена C_h

$$I = \frac{\Delta C_F}{Q}, \quad \Delta C_F = \int_{x_0}^{x_m} (C_{f0} - C_f) dx, \quad Q = \int_{x_0}^{x_m} C_h dx \quad (2.1)$$

Здесь x_0 – координата начала области, в которой происходит тепловое воздействие на пограничный слой, x_m – длина обтекаемой поверхности.

В этой связи интересно сравнить не только распределения C_f и C_h , получаемые на основе разных моделей турбулентности, но и значения величины I . Оценки интегралов как для экспериментального, так и расчетного случаев были получены по формуле трапеций с использованием значений соответствующих функций в тех точках, в которых даны экспериментальные значения, т.е. от $x_0^* = 0,08$ м до $x_m^* = 0,48$ м. Получены следующие значения I соответственно для эксперимента и моделей [4, 6, 9, 10]: 0,156, 0,102, 0,139, 0,157, 0,143 при $T_w/T_r = 1,5$ и 0,308, 0,199, 0,272, 0,299, 0,279 при $T_w/T_r = 2$.

Видно, что алгебраическая модель дает сильно заниженные значения эффективности термического метода снижения трения. Наиболее близкие к экспериментальным значения обеспечивает k - ϵ -модель [9]. Четырехпараметрическая модель [10] дает результаты, незначительно отличающиеся от получаемых на основе k - ϵ -модели [6]. Значения коэффициентов эффективности, рассчитанные по модели [6], примерно на 10% меньше экспериментальных, что можно считать вполне приемлемым для численных оценок и оптимизации разрабатываемого метода. Затраты

машинного времени при использовании этой модели существенно меньше, чем для k - ϵ -модели [9] и тем более k - ϵ - (θ^2) - ϵ_θ -модели [10]. Алгебраическая же модель [4], требующая наименьшего времени расчетов, заметно уступает k - ϵ -модели [6] по точности определения эффективности уменьшения трения.

До сих пор сопоставление рассматриваемых моделей турбулентности проводилось для случая изотермической поверхности. На фиг. 3 показаны распределения коэффициента трения на поверхности, имеющей пять участков нагрева, с длиной каждого, составляющей 10% всей длины рассматриваемой области течения. Между участками нагрева поверхность является теплоизолированной. Распределение теплового потока q_w , входящего в граничное условие (1.3) (в), на нагреваемых участках задавалось в виде трапеции с протяженностями областей возрастания и убывания q_w , равными $10 \theta_0$. Суммарная тепловая мощность, подводимая на каждом участке нагрева, составляет 1/5 мощности нагрева всей рассматриваемой области, рассчитанной при $T_w/T_r = 1,5$ и равной $Q_w^* / \rho_\infty u_\infty^{*3} l^* \cdot 10^4 = 8,87, 8,76, 9,03$ и $9,23$ соответственно для моделей [4, 6, 9, 10].

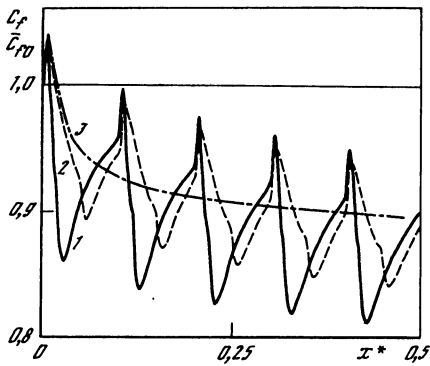
Заметим, что распределения температуры поверхности, полученные для рассматриваемого случая на основе разных моделей, различаются очень незначительно. Из данных фиг. 3 следует, что коэффициент трения, рассчитанный по алгебраической модели [4], слабее реагирует на весьма значительные изменения температуры поверхности, чем в случае моделей, использующих уравнения переноса характеристик турбулентности.

Для демонстрации положительного влияния локализации теплоподвода в турбулентный пограничный слой в [3] было проведено сравнение интегрального снижения трения на поверхности, равномерно нагреваемой по всей ее длине, начиная с некоторого начального сечения, и теплоизолированной за начальным ограниченным участком, на котором к газу подводится то же количество тепла, что и в первом случае. В настоящей работе на основе k - ϵ -модели [6] исследуется влияние локализации подвода тепла на нескольких участках нагрева, разделенных теплоизолированной поверхностью.

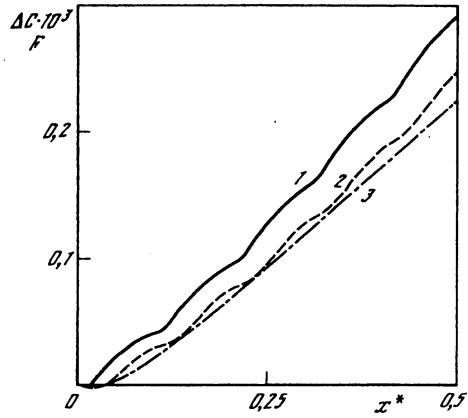
На фиг. 4 показаны распределения отношения местного коэффициента трения на поверхности с теплоподводом к газу к его значениям на полностью адиабатической поверхности. Кривая 1 представляет результаты для пяти участков нагрева с протяженностью каждого, равной 4% длины всей рассматриваемой области, кривая 2 соответствует увеличению длины каждого участка в 2,5 раза, а кривая 3 – изотермической поверхности с температурой $T_w = 1,5 T_r$. Суммарная мощность подводимого к газу тепла во всех трех случаях одинакова.

При уменьшении длины участков нагрева в их начальной части наблюдается большее возрастание коэффициента трения, зато за ними на теплоизолированной поверхности происходит более значительное уменьшение C_f . Немонотонное поведение коэффициента локального трения на нагреваемых участках объясняется действием двух конкурирующих факторов. Повышение температуры поверхности на участках нагрева ведет к возрастанию коэффициента динамической вязкости, что должно приводить и к увеличению коэффициента местного трения. С другой стороны, следствием повышения температуры газа в пограничном слое является уменьшение его плотности, что ведет к оттеснению линий тока от обтекаемой поверхности и уменьшению градиента продольной составляющей скорости на ней. Этот фактор способствует уменьшению C_f .

Увеличение коэффициента трения, наблюдаемое в начале участков нагрева, объясняется преобладающим влиянием первого из указанных выше факторов. Затем по мере прогрева пограничного слоя начинает доминировать благоприятный фактор уменьшения градиента продольной скорости на обтекаемой поверхности. Значительное уменьшение C_f на адиабатической поверхности за участками нагрева связано с



Фиг. 4. Влияние локализации подвода тепла на относительный локальный коэффициент трения



Фиг. 5. Влияние локализации теплоподвода на интегральное уменьшение трения

довольно резким уменьшением ее температуры и, как следствие, коэффициента динамической вязкости. При подводе одной и той же тепловой энергии на более коротком участке нагрева меньше тепла успевает распространиться из пристеночной во внешнюю область пограничного слоя. Поэтому на адиабатических участках уменьшение градиента продольной скорости тем значительнее, чем больше подведенного в пограничный слой тепла сосредоточено в пристеночной области, т.е. чем короче участки нагрева.

На фиг. 4 видно, что значения относительного локального коэффициента трения перед началом каждого участка нагрева с ростом x уменьшаются быстрее, чем для тех же сечений в случае равномерно нагретой поверхности, что является одним из свидетельств эффективного влияния локализации теплоподвода на снижение турбулентного трения.

Более наглядно эффективность воздействия локализации подвода тепла в пограничный слой на снижение суммарного трения демонстрируется фиг. 5, где показаны распределения ΔC_F , рассчитанные по формуле (2.1), в которой в качестве верхнего предела интегрирования берется текущее значение продольной координаты. Представленные кривые соответствуют тем же вариантам расчетов, что и на фиг. 4. Видно, что значения ΔC_F , соответствующие вариантам с локальными участками теплоподвода, растут быстрее вниз по потоку, чем на изотермической поверхности, при этом ΔC_F возрастает с уменьшением длины нагреваемых участков. В конце рассматриваемой области при $x^* = 0,5$ м величина ΔC_F для участков нагрева с длиной 0,02 м почти на 30% превышает изменение интегрального коэффициента трения в случае изотермической поверхности.

Заключение. Наиболее оптимальной моделью для численного исследования и оптимизации разрабатываемого термического метода уменьшения трения из ряда рассмотренных является k - ϵ -модель Чена [6]. При подводе фиксированного количества тепла в пограничный слой уменьшение протяженности участков нагрева ведет к более значительному уменьшению суммарного трения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научно-технического центра, проект № 199.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bushnell D.M.* Turbulent drag reduction for external flows // AIAA Paper. 1983. N 227. 20 p.
2. *Ланин Ю.В.* Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982. 312 с.
3. *Казачков А.В., Коган М.Н., Курячий А.П.* Влияние на трение локального подвода тепла в турбулентный пограничный слой // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 1. С. 48–56.
4. *Cebeci T., Smith A.M.O.* Analysis of Turbulent Boundary Layers. N.Y.: Acad. Press, 1974. 404 p.
5. *So R.M.C., Lai Y.G., Zhang H.S., Hwang B.C.* Second-order near-wall turbulent closures: A review // AIAA Journal. 1991. V. 29. N 11. P. 1819–1835.
6. *Chien K.-Y.* Prediction of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model // AIAA Journal. 1982. V. 20. N 1. P. 33–38.
7. *Patel V.C., Rodi W., Scheuerer G.* Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows: A review // AIAA Journal. 1985. V. 23. N 9. P. 1308–1319.
8. *Coakley T.J.* Turbulence modeling methods for the compressible Navier – Stokes equations // AIAA Paper. 1983. N 1693. 13 p.
9. *Zhang H.S., So R.M.C., Speziale C.G., Lai Y.G.* Near-wall two-equation model for compressible turbulent flows // AIAA Journal. 1993. V. 31. N 1. P. 196–199.
10. *Sommer T.P., So R.M.C., Zhang H.S.* Near-wall variable-Prandtl-number turbulence model for compressible flows // AIAA Journal. 1993. V. 31. N 1. P. 27–35.
11. *Carvin C., Debieve J.F., Smits A.J.* The near-wall temperature profile of turbulent boundary layer // AIAA Paper. 1988. N 136. 8 p.
12. *Денисенко О.В., Провоторов В.П.* Исследование течений вязкого газа при умеренных числах Рейнольдса // Тр. ЦАГИ. 1985. Вып. 2269. С. 111–127.

Москва

Поступила в редакцию
7.V.1996