

УДК 532.582.31.013.2

© 1998 г. Н.Ю. ГУСЬКОВА, Г.В. МАХОРТЫХ, М.Г. ЩЕГЛОВА

ИНЕРЦИОННЫЕ СИЛЫ И СОПРОТИВЛЕНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ В ЖИДКОСТИ

Приводятся результаты экспериментального исследования гидродинамических сил, действующих на колеблющиеся в неподвижной воде эллиптические цилиндры. Получены зависимости коэффициентов инерционной силы и сопротивления от отношения амплитуды колебаний к величине оси сечения цилиндра в плоскости, перпендикулярной направлению колебаний. Показано существенное влияние толщины цилиндра на величины этих сил.

Работы по теоретическому и экспериментальному определению сил, действующих как на неподвижные цилиндры в волне, так и на колеблющиеся в неподвижной жидкости, ведутся многие годы. Наибольшее количество работ относится к круглым цилиндрам. Показано (см., например, [1, 2]), что коэффициенты гидродинамических сил, инерционной, пропорциональной ускорению, и сопротивления, пропорционального квадрату скорости, существенно зависят от отношения амплитуды колебаний (тела или частицы жидкости) к диаметру цилиндра.

В немногих работах по эллиптическим цилиндрам нет единого взгляда на процесс формирования сил и физические параметры, их определяющие. Попытки теоретического определения сил, действующих на эллиптические цилиндры в волновом потоке, сделаны в [3, 4].

Коэффициенты сил представлены в виде рядов, требующих для вычислений значительных затрат времени. За определяющий параметр выбрано отношение поперечного размера тела к длине волны, а не к амплитуде, как принято практически во всех работах по круглым цилиндрам. Для инженерных расчетов нагрузок на эллиптические цилиндры предлагается использовать преобразованную формулу Морисона [5].

Цель настоящей работы – установление зависимостей коэффициентов гидродинамических сил, действующих на колеблющиеся в неподвижной воде эллиптические цилиндры, от безразмерной амплитуды колебаний и геометрии цилиндра.

1. Модели. Методика проведения испытаний и обработки результатов опытов. Опыты проводились с четырьмя эллиптическими цилиндрами, имеющими одинаковые длину 1 м и большую ось сечения цилиндра 140 мм, а отношение величины оси сечения цилиндра в направлении колебаний к величине оси в направлении, перпендикулярном колебаниям, составляли $\varepsilon = 2; 1; 0,5$ и $0,21$. Удлинение цилиндра в первом случае было 14, в остальных 7. Кроме того, испытывались еще две пластинки с удлинениями 7 и 47. Все испытываемые тела имели самостоятельную систему измерения сил. Максимальные силы в опытах не превышали 200 Н, а точность их измерения составляла 5%.

Испытания проводились на колебательной установке в опытном бассейне, размеры которого значительно превосходили размеры испытываемых тел. Глубина погружения цилиндра выбиралась такой, чтобы свободная поверхность не влияла на измерение силы. Амплитуда колебаний a в опытах изменялась от 15 до 200 мм, а период колебаний T изменялся от 0,6 до 3 с. Безразмерные амплитуды колебаний a^* ,

отношение амплитуды a к величине b оси цилиндра в направлении, перпендикулярном направлению колебаний, изменялись от 0,1 до 1,9 для цилиндров и пластинки с удлинениями 7 и до 9,8 для пластинки с удлинением 47. Числа Рейнольдса $Re = 2\pi ab/Tv$, подсчитанные по максимальной за период колебаний скорости $2\pi a/T$ и поперечному размеру тела b , изменялись в интервале $(0,3 - 9,5) \cdot 10^4$ для эллиптических цилиндров и в интервале $(0,9 - 7,8) \cdot 10^3$ для пластинки с удлинением 47.

Поскольку цилиндр совершает вынужденные колебания с амплитудой a и частотой ω , $\omega = 2\pi/T$, T – период колебаний, на него действует гидродинамическая сила, которую можно представить в виде двух слагаемых – силы инерционного происхождения, определяемой ускорением тела, и силы сопротивления, определяемой скоростью тела относительно жидкости, последнюю будем считать пропорциональной квадрату скорости.

Тогда в момент t мало записать выражения для положения центра сечения и силы, действующей на цилиндр

$$\zeta = a \sin \omega t$$

$$F(t) = \frac{\rho b^2 L}{2} a \omega^2 \left[m^* \frac{\pi}{2} \sin \omega t - c_x \frac{a}{b} \cos^2 \omega t \operatorname{sign} \cos \omega t \right] + \frac{G}{g} a \omega^2 \sin \omega t$$

$$m^* = \frac{4m}{\rho \pi b^2 L}$$

Здесь b и L – размеры сечения тела плоскостью, перпендикулярной направлению колебаний, ρ и g – плотность жидкости и ускорение силы тяжести, G – вес тела, m^* и c_x – коэффициенты инерционной силы и сопротивления.

Слагаемые, стоящие в квадратной скобке, определяют гидродинамические силы и если считать, что m^* и c_x имеют один порядок малости, то изменением параметра a/b можно добиться того, что в записываемой в опыте силе преобладающей будет либо инерционная, когда размеры тела существенно превышают амплитуду колебаний, либо сила сопротивления – в противном случае.

Для коэффициентов инерционной силы и сопротивления получаются выражения

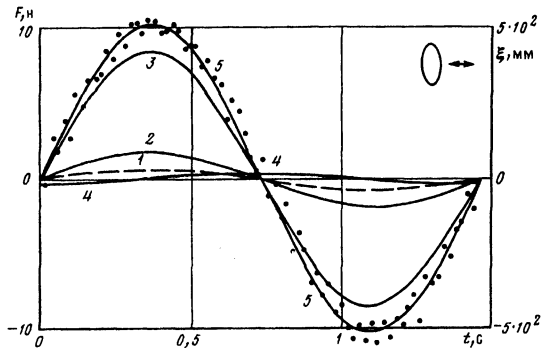
$$m^* = \frac{2T}{\rho \pi^3 b^2 L a} \int_0^T F(t) \sin \omega t dt - \frac{4G}{\rho g \pi b^2 L}$$

$$c_x = -\frac{3T}{8\rho \pi b L a^2} \int_0^T F(t) \cos \omega t dt$$

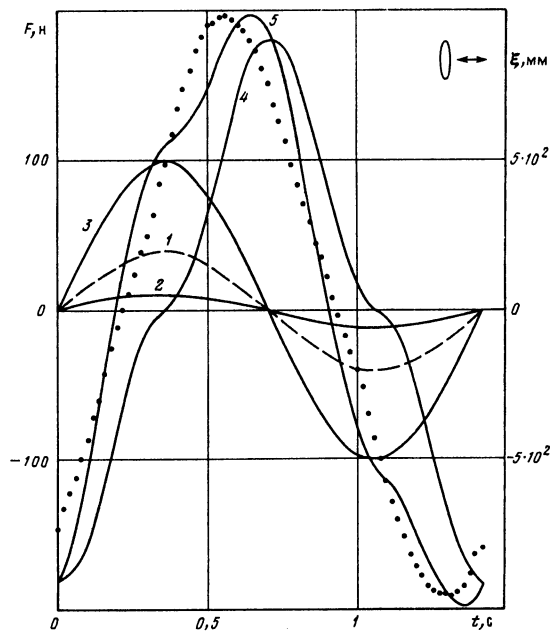
Приведенная масса цилиндра G/g определяется колебаниями в воздухе.

2. Результаты опытов. Испытания показали, что во всех случаях сила, действующая на цилиндр, периодична, период ее равен периоду колебаний. Время t_0 , соответствующее максимуму силы, лежит во второй четверти периода: $1/4T \leq t_0 < 1/2T$, и определяется безразмерной амплитудой колебаний. У эллиптического цилиндра, колеблющегося вдоль большой оси ($\epsilon = 2$), максимальная величина силы соответствует максимальному отклонению цилиндра от положения равновесия практически при всех амплитудах колебаний и не превосходит 25 Н.

У круглого цилиндра и эллиптического, колеблющегося вдоль малой оси, только при малых амплитудах колебаний ($a^* \leq 0,5$ для круглого и эллиптического при $\epsilon = 0,5$ и $a^* \leq 0,2$ при $\epsilon = 0,21$) сила находится в фазе с колебаниями, что свидетельствует о малости силы сопротивления, а величины сил в этих случаях одинаковы при одинаковых амплитудах колебаний. Увеличение амплитуды колебаний увеличивает силы и смещает положение максимальной силы к нейтральному положению цилиндра и тем большому, чем меньше толщина цилиндра.



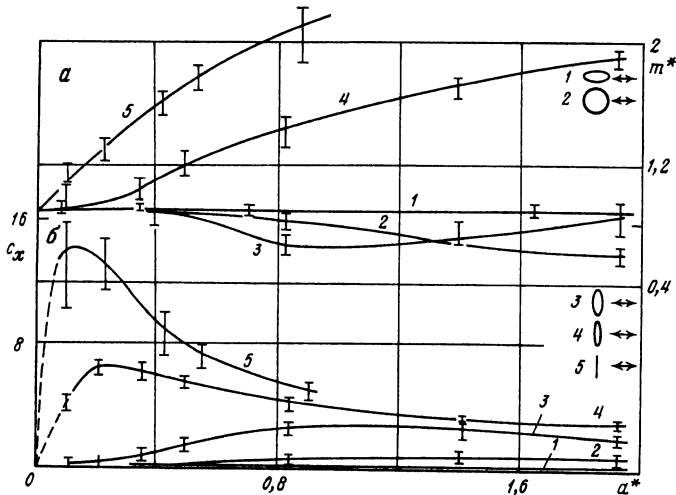
Фиг. 1. Колебания цилиндра $\xi(t)$ – кривая 1, точки – действующая на цилиндр сила, $\epsilon = 0,5$, $a^* = 0,21$; кривые 2–5 – рассчитанные по опытным значениям m^* и c_x составляющие сил: 2 – $(G/g)a\omega^2\sin\omega t$, 3 – $ma\omega^2\sin\omega t$, 4 – $1/2 c_x\rho bLa^2\omega^2\cos^2\omega t\text{sign}\cos\omega t$, 5 – суммарная сила



Фиг. 2. То же, что на фиг. 1, для $\epsilon = 0,21$, $a^* = 1,4$

На фиг. 1 и 2 для цилиндров с толщиной $\epsilon = 0,5$ и $0,21$ приведены закон колебания цилиндра и сила, действующая на него (точки с частотой опроса датчиков), а также рассчитанные по полученным в представленных опытах коэффициентам m^* и c_x отдельные составляющие и суммарная сила. Безразмерные амплитуды равны $0,21$ и $1,4$ соответственно. Максимальное положение силы в первом случае соответствует максимальному отклонению цилиндра: $t_0 = T/4$; во втором случае $t_0 = 0,4T$. Величины сил достаточно хорошо определяются расчетом.

У пластинки даже при самой малой из имевших место в опытах амплитуде $a^* = 0,11$ максимальное значение силы находится в $t_0 = 0,7T/2$, а при увеличении амплитуды до $a^* = 0,55$ максимум силы перемещается в $t_0 = 0,9T/2$.



Фиг. 3. Зависимость коэффициента инерционной силы m^* (а) и коэффициента сопротивления c_x (б) от безразмерной амплитуды колебаний a^* , кривые 1–4 – эллиптические цилиндры $\epsilon = 2; 1; 0,5; 0,21$ соответственно, 5 – пластинка, $\lambda = 7$

По полученным в опытах данным были определены коэффициенты инерционной силы m^* и сопротивления c_x для всех испытанных цилиндров и пластинки (фиг. 3). Вертикальными черточками обозначен разброс экспериментальных точек. При малых безразмерных амплитудах колебаний, $a \ll b$, когда преобладающей в записываемой силе является инерционная, коэффициент m^* определяется с меньшим разбросом, при больших a^* более точно определяется коэффициент сопротивления. Величины коэффициентов m^* и c_x не зависят от периода колебаний, а следовательно, и от числа Рейнольдса в интервале его изменений $(0,3 - 9,5) \cdot 10^4$.

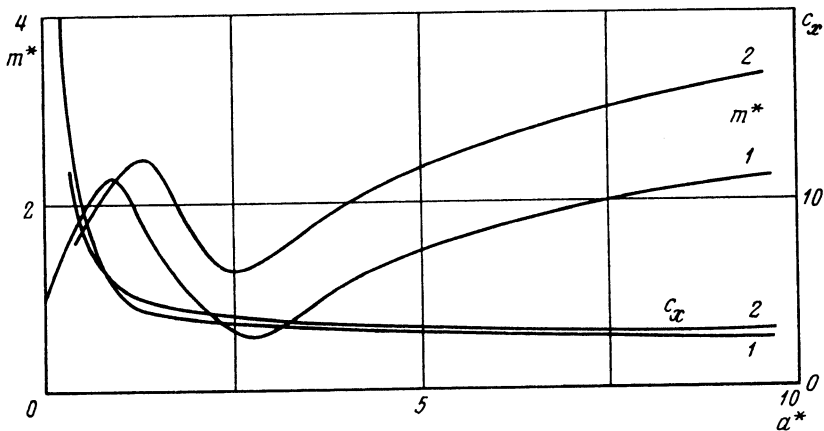
Коэффициент инерционной силы для всех цилиндров при малых относительных амплитудах колебаний близок к $m^* = 0,93$, как у пластинки с удлинением 7 в идеальной жидкости. Это значение сохраняется для некоторого интервала изменения a^* , разного для разных цилиндров (фиг. 3,а). У цилиндра с $\epsilon = 2$, колеблющегося вдоль длинной оси, $m^* = 0,93$ сохраняется с точностью до 7% на всем рассматриваемом интервале изменения a^* ; у круглого цилиндра и цилиндра с $\epsilon = 0,5$ – до $a^* \approx 0,2$. При росте a^* величина m^* уменьшается, достигая минимума $m^* = 0,65$ вблизи $a^* = 0,95$ для цилиндра с $\epsilon = 0,5$ и $m^* = 0,43$ при $a^* = 3$ для круглого цилиндра [1].

У цилиндра с $\epsilon = 0,21$ и пластинки с удлинением 7 постоянное значение $m^* = 0,93$ сохраняется только при очень малых амплитудах, с ростом a^* коэффициент инерционной силы растет, так что при $a^* = 1,93$ $m^* = 1,9$ для цилиндра и 2,2 при $a^* = 0,9$ для пластинки.

Таким образом, с уменьшением толщины цилиндра сокращается интервал изменения a^* , в котором сохраняется значение коэффициента инерционной силы, соответствующее идеальной жидкости, уменьшается величина безразмерной амплитуды, при которой m^* достигает минимума, и увеличиваются величины коэффициента инерционной силы с ростом a^* .

Еще большая зависимость от толщины цилиндра наблюдается в поведении коэффициента сопротивления (фиг. 3,б).

При очень малых амплитудах колебаний ($a^* \leq 0,1$ для цилиндра с $\epsilon = 0,5$ и $a^* \leq 0,2$ для круглого цилиндра), когда при движении в одну сторону отрыв пограничного слоя



Фиг. 4. Зависимости коэффициентов инерционной силы m^* и сопротивления c_x от безразмерной амплитуды колебаний для пластинки, 1 – настоящие опыты, 2 – [8]

с цилиндра не успевают произойти, а сила трения мала, коэффициент сопротивления близок к нулю. При увеличении амплитуды колебаний коэффициент сопротивления растет, достигая максимума $c_x = 2,8$ при $a^* = 0,95$ для цилиндра с $\epsilon = 0,5$, а у круглого цилиндра максимум $c_x = 1,9$ достигается при $a^* = 3$ [1]. У цилиндра, вытянутого в направлении колебаний ($\epsilon = 2$), в силу сопротивления составляющая трения (которую можно оценить) соизмерима с составляющей давления, но и суммарный коэффициент сопротивления не превышает 0,3–0,4 на исследуемом интервале изменения a^* . У цилиндра с относительной толщиной $\epsilon = 0,21$ и пластинки с удлинением $\lambda = 7$ уже при самой малой из безразмерных амплитуд, имевших место в опытах, коэффициент сопротивления равен 4 и 15 соответственно, а максимальные значения $c_x = 6,7$ и 15 достигаются для них вблизи $a^* = 0,2$ и 0,1. При дальнейшем увеличении a^* коэффициент сопротивления уменьшается.

Использование в опытах пластинки с удлинением $\lambda = 47$ позволило существенно увеличить диапазон изменения безразмерной амплитуды колебаний $0,75 \leq a^* \leq 9,8$. Результаты опытов в виде зависимостей коэффициентов инерционной силы $m^*(a^*)$ и сопротивления $c_x(a^*)$ приведены на фиг. 4 (кривые 1). Для $a^* < 0,75$ кривые дополнены экспериментальными данными по пластинке с удлинением $\lambda = 7$ с учетом поправок на удлинение по стационарному сопротивлению пластин [6] для $c_x(a^*)$ и [7] для $m^*(a^*)$. Коэффициент сопротивления на всем интервале изменения a^* убывает от $c_x = 20$ при $a^* = 0,2$ до $c_x = 2,5$ при $a^* = 9,8$. Коэффициент инерционной силы при $a^* = 0$ равен $m^* = 1$, как для пластинки бесконечного удлинения в идеальной жидкости, а на интервале изменения $0 < a^* \leq 9,8$ имеет два экстремума – максимум $m^* = 2,3$ вблизи $a^* = 1$ и минимум $m^* = 0,6$ при $a^* = 2,7$.

На этой же фиг. 4 приведены результаты [8] (кривые 2), когда неподвижная пластинка использовалась в одномерном колебательном потоке жидкости. В этом случае в коэффициенте инерционной силы кроме составляющей, связанной с наличием ускорения пластинки относительно жидкости, есть еще составляющая, обусловленная градиентом давления, она пропорциональна объему тела и невелика для пластинки. Поэтому можно считать, что коэффициенты инерционной силы пластинки, колеблющейся в неподвижной жидкости, и пластинки, неподвижной в волновом потоке, близки. Коэффициенты вязкого сопротивления при одинаковых кинематических параметрах тоже должны незначительно различаться в обоих случаях. По характеру поведения и порядку величин кривые 1 и 2 близки.

Наименьшее различие кривых 1 и 2 для $m^*(a^*)$ наблюдается при малых a^* , когда для кривой 1 использовались результаты опытов с пластинкой удлинения $\lambda = 7$, относительная толщина которой меньше, чем у пластинки с $\lambda = 47$. Некоторое различие в величине и положении экстремумов для $m^*(a^*)$ может объясняться различной шероховатостью пластин, которая влияет на формирование и перестройку вихрей за пластинкой и их последующий отрыв (см., например, [9]).

Заключение. Эксперименты, проведенные с эллиптическими цилиндрами, позволили показать, что определяющим параметром для гидродинамических сил, действующих на колеблющийся в неподвижной воде цилиндр, является безразмерная амплитуда колебаний, то есть отношение амплитуды к поперечному размеру тела. Коэффициенты гидродинамических сил, инерционной, пропорциональной ускорению, и сопротивления, пропорционального квадрату скорости, существенно зависят от толщины цилиндра, отношения осей вдоль и поперек колебаний.

При малых амплитудах колебаний коэффициент инерционной силы одинаков у всех цилиндров и равен своему значению для пластинки такого же удлинения в идеальной жидкости, эта величина сохраняется в некотором интервале изменения амплитуд и тем меньше, чем тоньше цилиндр. Так, у пластинки он начинает увеличиваться практически при самых малых амплитудах, имевших место в опытах. Коэффициент сопротивления при всех амплитудах тем больше, чем тоньше цилиндр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Махортых Г.В., Щеглова М.Г.* Инерционные силы и сопротивление круглых цилиндров при колебаниях в жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 4. С. 111–115.
2. *Щеглова М.Г., Махортых Г.В.* Инерционные силы и сопротивление цилиндров в волновом потоке жидкости // Гидротехн. стр.-во. 1988. № 2. С. 24–29.
3. *Williams A.N.* Wave forces on an elliptic cylinder // Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering. 1985. V. 111. № 2. P. 433–449.
4. *Chen H.S., Mei C.C.* Wave forces on a stationary platform of elliptical shape // J. Ship Res. 1973. V. 17. № 2. P. 61–71.
5. *Sarpkaya T., Isaacson M.* Mechanics of wave forces on offshore structures. N.Y.: Van Nostrand Reinhold, 1981. 651 p.
6. *Красноперов Е.В.* Экспериментальная аэродинамика. Ч. 2. Л.; М.: ОНТИ Глав. ред. авиац. лит., 1935. 192 с.
7. *Риман И.С., Крепс Р.Л.* Присоединенные массы тел различной формы // Тр. ЦАГИ. 1947. Вып. 635. 46 с.
8. *Keulegan G.H., Garpenter L.H.* Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid // J. Res. Nat. Bur. Stands. 1958. V. 60. № 5. P. 423–440.
9. *Sarpkaya T., Collins N.J., Evans S.R.* Wave forces on rough walled cylinders at high reynolds numbers // 9th Annu. offshore Technol. Conf., 1977. Houston. Тек. 1977. № 3. P. 175–184.

Москва

Поступила в редакцию
25.VI.1996