

УДК 532.546:536.421

© 1998 г. Г.Г. ЦЫПКИН

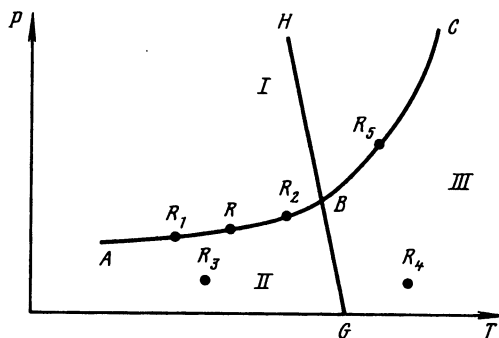
РАЗЛОЖЕНИЕ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ В НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПЛАСТАХ

Рассматривается процесс диссоциации газовых гидратов, сосуществующих с газом и льдом в низкотемпературных пластах. На основе фазовой диаграммы гидрата метана проведен качественный анализ фазовых переходов, позволяющий предсказать возможные конфигурации решений. Предложены математические модели разложения гидратов в пластах, учитывающие образование протяженной области диссоциации и наличие двух фронтов фазовых переходов.

Обнаружение в арктических областях значительных запасов газа в гидратном состоянии привлекло внимание к исследованию процессов диссоциации при низких температурах [1, 2]. В [3] была предложена математическая модель разложения газового гидрата, сосуществующего со льдом в низкотемпературных природных пластах. Ниже представлено обобщение этой модели, содержащее протяженную область диссоциации гидрата, расположенную перед передним фронтом фазовых переходов.

1. Постановка задачи и анализ фазовой диаграммы. Изучим процессы диссоциации гидратов в низкотемпературных гидратсодержащих пластах, представляющих собой пористую среду, насыщенную гетерогенной смесью газового гидрата, газа и льда, находящихся в состоянии термодинамического равновесия. Рассмотрим для определенности гидрат метана – газа, наиболее распространенного гидратообразователя, который, как показывает опыт, плохо растворяется в жидкой и твердой фазах H_2O и в самом гидрате. Поэтому при разложении гидрата на H_2O и газ, находящийся в свободном состоянии, растворимостью газовой компоненты можно пренебречь. В этом случае состояние термодинамической системы характеризуется фазовой диаграммой гетерогенного равновесия на плоскости (T, P) (фиг. 1) [4]. Рассмотрим такое начальное состояние физической системы, которому соответствует точка R , расположенная на кривой равновесия (система находится в равновесном состоянии) AB , разделяющей области сосуществования гидрата с газом или с какой-либо фазой H_2O (I) и газа со льдом (II). Кривая BC отделяет область I от области III, где существует гетерогенная смесь воды и газа. Кривая GH разделяет области существования льда (слева от кривой) и воды (справа), характеризуя зависимость температуры кристаллизации воды от давления. Точка B является квадрупольной точкой, где сосуществуют четыре фазы: лед, вода, газ и гидрат.

Воздействие на пласт с целью диссоциации гидрата и последующего отбора газа приводит к изменению термодинамического состояния пластовой системы, что соответствует движению точки R по плоскости фазовой диаграммы. Рассмотрим депрессионный и тепловой методы воздействия на гидратсодержащий пласт. Применение депрессионного метода приведет к снижению давления в пласте и диссоциации гидрата, а следовательно, к понижению температуры пласта из-за поглощения тепла при разложении газового гидрата на компоненты. Эти тепловые потери могут быть скомпенсированы притоком тепла от окружающих пород, но он, естественно, не приведет к увеличению температуры выше начальной. Поэтому термодинамические условия на отбирающей скважине будут соответствовать



Фиг. 1. Фазовая диаграмма газовых гидратов

условиям области II, где газ сосуществует со льдом (точка R_3). В этом случае изменения состояния физической системы будут отражены переходом точки R в область II и математическая формулировка задачи будет содержать две области различного состояния, разделенные поверхностью диссоциации.

Диссоциация гидратов, находящихся в начальный момент в состоянии термодинамического равновесия, будет осуществляться в режиме образования протяженной области фазового перехода [5]. На фазовой диаграмме это будет соответствовать движению из точки R по кривой AB в точку R_1 с последующим переходом системы в точку R_3 , находящуюся внутри области II. Термодинамические параметры точки R_1 соответствуют параметрам на фронте разложения газового гидрата. Депрессионный метод, основанный на снижении давления, характеризуется монотонностью этой функции и поэтому изменению параметров системы будет соответствовать сдвиг точки на фазовой плоскости в сторону уменьшения ординаты. Если сохраняется термодинамическое равновесие лед – газ – гидрат, то движение точки будет осуществляться по кривой AB в направлении точки A .

Применение второго метода приводит к повышению температуры пласта (иногда к значительному) и конечное состояние пластовой системы, соответствующее термодинамическим условиям на отбирающей скважине, может быть охарактеризовано точкой R_4 , расположенной в области III. Прогрев гидросодержащего пласта может привести к локальному повышению давления в области диссоциации [5–7], и, следовательно, допускается движение точки R по кривой AB в направлении точки B . В этом случае могут реализоваться два принципиально различных варианта перехода из состояния R в состояние R_4 . В одном случае реализуется движение термодинамической системы по траектории RR_2 , а затем происходит переход в состояние R_4 . Пересечение траекторией R_2R_4 кривой BG (линии раздела жидкого и твердого состояния H_2O) соответствует переходу из состояния газ – лед в состояние газ – вода, т.е. помимо фронта диссоциации будет существовать второй фронт – фронт плавления льда. Другой возможный случай перехода будет реализовываться по траектории $RR_2R_5R_4$ с переходом через точку B . Переход через точку B соответствует переходу системы из равновесного состояния газ – гидрат – лед в другое равновесное состояние газ – гидрат – вода. Это означает, что первым движется фронт плавления льда, а затем фронт диссоциации гидрата, соответствующий на фазовой диаграмме точке R_5 и последующему переходу в область III (газ – вода).

Для определения области параметров, начальных и граничных условий, при которых реализуется тот или иной режим фазовых переходов в пластовой системе, необходимо построить соответствующие математические модели процессов.

2. Депрессионный режим разложения. Рассмотрим низкотемпературный гидрат-содержащий пласт, поровое пространство которого заполнено гетерогенной смесью газа, гидрата и льда, находящихся в состоянии термодинамического равновесия.

Изучим поведение пластовой системы при депрессионном воздействии на пласт, когда на некоторой фиксированной поверхности, моделирующей добывающую скважину, давление опустилось ниже начального при неизменной температуре. В этом случае нарушение термодинамического равновесия приведет к разложению гидрата и образованию области, насыщенной газом и льдом. Фронт фазовых переходов будет отделять эту область от области начального состояния.

Пусть скелет пористой среды, газовый гидрат и лед несжимаемы и неподвижны, а газ удовлетворяет уравнению Клапейрона. В области начального состояния справедлива система уравнений, представляющая собой законы сохранения масс (с учетом фазовых превращений в протяженной области), обобщенный закон Дарси, закон сохранения энергии, уравнение состояния Клапейрона и условие термодинамического равновесия (уравнение кривой BC)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}[m(1-v-S_i)\rho_g] + \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{v}_g) &= M_g, & \frac{\partial}{\partial t}[mS_i\rho_i] &= M_i \\ \frac{\partial}{\partial t}[mv\rho_{g0}] &= -M_g, & \frac{\partial}{\partial t}[mv\rho_{i0}] &= -M_i \\ \mathbf{V}_g &= -\frac{k}{\mu_g} f_g(S_i, v) \operatorname{grad} P \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e)_1 + \operatorname{div}(\rho_g h_g \mathbf{v}_g) = \operatorname{div}(\lambda_1 \operatorname{grad} T)$$

$$P = \rho_g RT, \quad \ln \frac{P}{P_a} = A - \frac{B}{T}$$

$$e_g = h_g - \frac{P}{\rho_g}, \quad dh_g = C_p dT, \quad de_j = C_j dT \quad (j = s, i, h)$$

$$\lambda_1 = mv\lambda_h + mS_i\lambda_i + m(1-v-S_i)\lambda_g + (1-m)\lambda_s$$

$$(\rho e)_1 = mv\rho_h e_h + mS_i\rho_i e_i + m(1-v-S_i)\rho_g e_g + (1-m)\rho_s e_s$$

Во второй области, расположенной за фронтом, где сосуществуют лед и газ, справедлива система уравнений

$$\frac{\partial}{\partial t}[m(1-S_i)\rho_g] + \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{v}_g) = 0$$

$$\mathbf{v}_g = -\frac{k}{\mu_g} f_g(S_i) \operatorname{grad} P \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e)_2 + \operatorname{div}(\rho_g h_g \mathbf{v}_g) = \operatorname{div}(\lambda_2 \operatorname{grad} T)$$

$$P = \rho_g RT, \quad e_g = h_g - \frac{P}{\rho_g}$$

$$dh_g = C_p dT, \quad de_s = C_s dT, \quad de_i = C_i dT$$

$$\lambda_2 = mS_i\lambda_i + m(1-S_i)\lambda_g + (1-m)\lambda_s$$

$$(\rho e)_2 = mS_i\rho_i e_i + m(1-S_i)\rho_g e_g + (1-m)\rho_s e_s$$

Здесь T – температура, P – давление, P_a – атмосферное давление, v – скорость фильтрации, v – гидратонасыщенность, S – насыщенность H_2O , k – проницаемость, f – фазовая проницаемость, μ – вязкость, ρ – плотность, e – плотность внутренней энер-

гии, h – плотность энтальпии, λ – коэффициент теплопроводности, m – пористость, C – теплоемкость, индексы: h – гидрат, g – газ, s – скелет пористой среды, i – лед, l и 2 – области перед и за фронтом диссоциации; $A = 12,88$; $b = 2655,58$.

Эффективные плотности льда ρ_{i0} и газа ρ_{g0} в поровом пространстве, насыщенном газовым гидратом, рассчитываются как массы соответствующих компонент, отнесенные к объему, заполненному гидратом. Для гидрата метана при степени заполнения $n = 6$ имеем: $\rho_{i0} = 783,87 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_{g0} = 116,13 \text{ кг/м}^3$.

Для решения задачи о диссоциации требуется выставить граничные условия на поверхности фазового перехода. Давление и температура непрерывны на движущейся поверхности разложения газовых гидратов, но на этой поверхности допускаются разрывы функций скорости, гидрато- и водонасыщенности. Используя соотношения на сильном разрыве, соответствующие законам сохранения энергии и масс льда и газа, получаем полную систему соотношений на подвижной границе диссоциации

$$\begin{aligned} m(v_+ \rho_h h_h + S_{i+} \rho_i h_i) V_n + m(1 - v_+ - S_{i+}) \rho_g h_g (V_n - u_{gn+}) + \lambda_+ (\text{grad } T)_{n+} = \\ = m S_{i-} \rho_i h_i V_n + m(1 - S_{i-}) \rho_g h_g (V_n - u_{gn-}) + \lambda_- (\text{grad } T)_{n-} - \rho_i S_{i+} + \rho_{i0} v_+ = \rho_i S_{i-} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$[m v_+ \rho_{g0} + m(1 - v_+ - S_{i+}) \rho_{g*}] (V_n - u_{gn+}) = m(1 - S_{i-}) \rho_{g*} (V_n - u_{gn-})$$

$$\ln \frac{P_*}{P_a} = A - \frac{B}{T_*}$$

$$P_- = P_+ = P_*, \quad T_- = T_+ = T_*$$

Здесь V – скорость фронта фазового перехода. Индексы плюс и минус соответствуют значениям величин справа и слева от фронта, n – нормаль, звездочка соответствует значениям величин на подвижной границе.

Система основных уравнений (2.1) после тождественных преобразований приводится к системе уравнений относительно температуры, давления и насыщенностей и имеет вид

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} + \frac{\rho_{i0}}{\rho_i} \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} (1 - S_i - v) \frac{\partial P}{\partial t} - (1 - S_i - v) \frac{P}{T} \frac{\partial T}{\partial t} - P \frac{\partial S_i}{\partial t} + (\rho_{g0} R T - P) \frac{\partial v}{\partial t} - \\ - \kappa_g (\text{grad } P)^2 + \kappa_g \frac{P}{T} \text{grad } P \text{ grad } T - \frac{kP}{m \mu_g} \text{grad } f_g \text{ grad } P = \kappa_g P \Delta P \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} (\rho C)_1 \frac{\partial T}{\partial t} - m(1 - S_i - v) \frac{\partial P}{\partial t} - mP \left(1 - \frac{\rho_{i0}}{\rho_i} - q \rho_h \right) \frac{\partial v}{\partial t} - \\ - \frac{k C_p P}{\mu_g R T} f_g \text{ grad } P \text{ grad } T = \text{div}(\lambda_1 \text{ grad } T) \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\ln \frac{P}{P_a} = A - \frac{B}{T} \quad (2.7)$$

$$(\rho C)_1 = m v \rho_h C_h + m S_i \rho_i C_i + m(1 - v - S_i) \rho_g C_g + (1 - m) \rho_s C_s$$

$$\kappa_g = \frac{k f_g}{m \mu_g}, \quad P_a = 10^5 \text{ Па}, \quad f_g = 1 - S_i - v$$

Система (2.4)–(2.7), состоящая из четырех уравнений, описывает диссоциацию гидратов в протяженной области. Искомыми функциями системы являются T , P , S_i и v .

Для области 2 система основных уравнений может быть получена из системы (2.4)–(2.7), если формально положить $v = 0$ и $S_i = \text{const}$. При этом уравнения (2.4) и (2.7) должны быть отброшены.

Аналогичной процедурой условия (2.3) проводятся к виду

$$m\rho_h q_h v_+ V_n = \lambda_+ (\text{grad } T)_{n+} - \lambda_- (\text{grad } T)_{n-}$$

$$m \left\{ \frac{\rho_{g0}}{\rho_{g*}} + \frac{\rho_{i0}}{\rho_i} - 1 \right\} v_+ V_n = \frac{k}{\mu_g} \{ (1 - S_{i-}) (\text{grad } P)_{n-} - (1 - S_{i+} - v_+) (\text{grad } P)_{n+} \}$$
(2.8)

$$\rho_i S_{i+} + \rho_{i0} v_+ = \rho_i S_{i-}$$

$$\ln \frac{P_*}{P_a} = A - \frac{B}{T_*}$$

$$q = \frac{\rho_{i0}}{\rho_h} h_i + \frac{\rho_{g0}}{\rho_h} h_g - h_h$$

Таким образом, на подвижной границе раздела имеется четыре независимых граничных условия для определения V_n , T_* , P_* и S_{i-} . Льдонасыщенность S_{i+} и гидратонасыщенность v_+ определяются из решения системы (2.4)–(2.7).

Пусть в начальный момент времени пласт имеет гидратонасыщенность v_0 , льдонасыщенность S_{i0} и температуру T_0 . Тогда начальное давление P_0 определяется из условия термодинамического равновесия по начальному значению температуры и на фазовой плоскости точка (T_0, P_0) расположена на кривой AB . Зададим на неподвижной поверхности граничные значения температуры T° и давления P° таким образом, что точка (T°, P°) на фазовой диаграмме будет расположена в области II существования газа и льда. Рассмотрим решение задачи в линейном приближении, когда невелики отклонения искомым функций от начальных и граничных значений в соответствующих областях. Представим искомые функции перед и за фронтом соответственно в виде

$$\frac{T}{T_0} = 1 + T', \quad \frac{P}{P_0} = 1 + P', \quad \frac{S_i}{S_0} = 1 + S', \quad \frac{v}{v_0} = 1 + v'$$

$$\frac{T}{T^\circ} = 1 + T', \quad \frac{P}{P^\circ} = 1 + P'$$

Тогда в области равновесного состояния система уравнений (2.4)–(2.7) в линейном приближении приводится к виду

$$\frac{\partial S'_i}{\partial t} + \frac{\rho_{i0} v_0}{\rho_i S_0} \frac{\partial v'}{\partial t} = 0$$
(2.9)

$$\frac{\partial P'}{\partial t} - \frac{\partial T'}{\partial t} + \frac{v_0}{1 - S_{i0} - v_0} \left[\frac{\rho_{g0} R T_0}{P_0} + \frac{\rho_{i0}}{\rho_i} - 1 \right] \frac{\partial v'}{\partial t} = \kappa_1 \Delta P'$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} - \frac{m(1 - S_{i0} - v_0) P_0}{(\rho C)_1 T_0} \frac{\partial P'}{\partial t} - \frac{m q \rho_h}{(\rho C)_1 T_0} \frac{\partial v'}{\partial t} = a_1 \Delta T'$$

$$P' = \frac{B}{T_0} T'$$

В области за фронтом получаем

$$\frac{\partial P'}{\partial t} - \frac{\partial T'}{\partial t} = \kappa_2 \Delta P'$$
(2.10)

$$\frac{\partial T'}{\partial t} - \omega_2 \frac{\partial P'}{\partial t} = a_2 \Delta T' \quad (2.11)$$

$$a_j = \frac{\lambda_j}{(\rho C)_j}, \quad \kappa_1 = \frac{kP_0}{m\mu_g}, \quad \kappa_2 = \frac{kP^\circ}{m\mu_g}, \quad j=1,2$$

$$\omega_2 = \frac{m(1-S_i^\circ)P^\circ}{(\rho C)_2 T^\circ}, \quad S_i^\circ = S_0 + \frac{\rho_{i0}}{\rho_i} v_0$$

В уравнениях системы (2.9) функции льдонасыщенности и гидратонасыщенности содержатся только под знаками временных производных. Исключая временную производную гидратонасыщенности и используя последнее уравнение системы, получаем эффективное уравнение теплопроводности с коэффициентами, зависящими от начальных значений и параметров физической системы

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = a_f \Delta T' \quad (2.12)$$

$$a_f = \frac{\lambda_f}{(\rho C)_f}, \quad (\rho C)_f = \frac{B}{T_0} + H_0 - 1, \quad \lambda_f = \frac{B}{T_0} \kappa_1 + a_1 H_0$$

$$H_0 = \frac{T_0 (\rho C)_1}{mq\rho_h (1 - S_{i0} - v_0)} \left[\frac{\rho_{g0} R T_0}{P_0} + \frac{\rho_{i0}}{\rho_i} - 1 \right]$$

Для определения функции гидратонасыщенности v преобразуем систему (2.9), исключая пространственные производные, функции давления и льдонасыщенности. Получаем уравнение, содержащее только временные производные

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = \sigma_1 \frac{\partial T'}{\partial t}, \quad \sigma_1 = \frac{\sigma_{11}}{\sigma_{12}} \quad (2.13)$$

$$\sigma_{11} = 1 + \frac{B}{T_0} \left(\frac{\kappa_1}{a_1} - 1 \right) - \frac{\kappa_1}{a_1} \frac{m(1 - S_{i0} - v_0) B^2 P_0}{(\rho C)_1 T_0^3}$$

$$\sigma_{12} = \frac{mq\rho_h}{T_0 (\rho C)_1} \left(\frac{\kappa_1}{a_1} \frac{B}{T_0} + H_0 \right) v_0$$

Аналогично устанавливается связь между функциями льдонасыщенности и температуры

$$\frac{\partial S'_i}{\partial t} = - \frac{\rho_{i0} \sigma_{12} v_0}{\rho_i S_0} \frac{\partial T'}{\partial t} \quad (2.14)$$

Рассмотрим одномерную полубесконечную задачу. Предположим, что $x = X(t)$ – закон движения поверхности диссоциации гидрата, разделяющей области существования смесей газ – лед ($0 < x < X(t)$) и газ – лед – гидрат ($x > X(t)$). Если $T_0, T^\circ, P_0, P^\circ$ – постоянные величины, то в каждой из областей имеет место автомодельное решение вида

$$T = T(\zeta), \quad P = P(\zeta), \quad S_i = S_i(\zeta), \quad v = v(\zeta), \quad X(t) = 2\gamma(a_f t)^{1/2}, \quad \zeta = 1/2 x(a_f t)^{-1/2} \quad (2.15)$$

В области ($x > X(t)$) справедливо уравнение (2.12), следовательно, распределение температуры в этой области определяется по формуле

$$\frac{T}{T_0} = 1 + \left\{ \frac{T_*}{T_0} - 1 \right\} \frac{\operatorname{erfc}(\zeta)}{\operatorname{erfc}(\gamma)} \quad (2.16)$$

Интегрируя уравнения (2.13) и (2.14) в автомодельных переменных находим выражение для функции гидрато- и льдонасыщенности

$$\frac{v(\zeta)}{v_0} = \sigma_1 \left[\frac{T(\zeta)}{T_0} - 1 \right] + 1 \quad (2.17)$$

$$\frac{S(\zeta)}{S_0} = -\frac{\rho_{i0}\sigma_1 v_0}{\rho_i S_0} \left[\frac{T(\zeta)}{T_0} - T_0 \right] + 1 \quad (2.18)$$

Распределение давления находится из последнего уравнения системы (2.9)

$$\frac{P(\zeta)}{P_0} = \frac{B}{T_0} \left[\frac{T(\zeta)}{T_0} - 1 \right] + 1 \quad (2.19)$$

В области слева от фронта решение системы (2.10)–(2.11) может быть представлено в виде линейной комбинации двух интегралов вероятности [3]. Однако если не рассматривать случаи очень низких проницаемостей, то система может быть упрощена.

Второе слагаемое в левой части уравнения энергии (2.11) содержит безразмерный параметр $\omega_2 \sim 0,33 \cdot 10^{-3} \ll 1$ и им можно пренебречь во всей допустимой области параметров. Таким образом, последнее уравнение системы сводится к обычному уравнению теплопроводности, решение которого выражается через интеграл вероятности.

Покажем, что слагаемыми в левой части уравнения (2.10) можно пренебречь по сравнению с правой частью. Введем в рассмотрение характерный масштаб времени t_x и характерный масштаб длины L_x . Отношение слагаемого, стоящего в правой части уравнения, к слагаемым в левой части характеризуется безразмерным параметром $\varepsilon \sim \kappa_2 t_x / L_x^2$. Отношение t_x / L_x^2 по порядку величины может быть оценено из уравнения теплопроводности $L_x^2 / t_x \sim a_2$. Тогда $\varepsilon \sim \kappa_2 / a_2 \gg 1$.

Следовательно, уравнение (2.10) принимает вид

$$\frac{d^2 P'}{dx^2} = 0$$

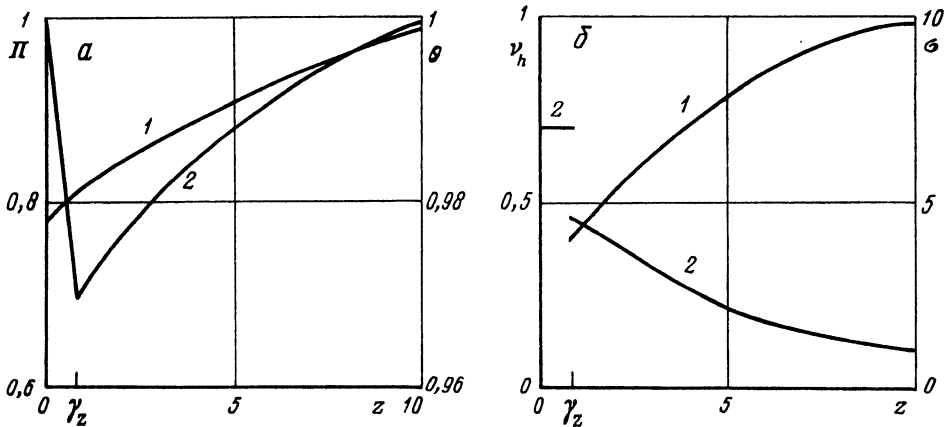
Это означает, что при изменении положения фронта фазового перехода давление успевает установиться и в этом смысле процесс является квазистационарным. В этом случае распределение давления линейная функция координаты, что подтверждается расчетами, проведенными для полного уравнения (2.1).

С учетом сделанных упрощений решение системы (2.10)–(2.11) имеет вид

$$\frac{T}{T_0} = \frac{T^\circ}{T_0} + \left\{ \frac{T_*}{T_0} - \frac{T^\circ}{T_0} \right\} \frac{\text{erf}(\zeta)}{\text{erf}(\gamma)}, \quad \frac{P}{P_0} = \frac{P^\circ}{P_0} + \left\{ \frac{P_*}{P_0} - \frac{P^\circ}{P_0} \right\} \frac{\zeta}{\gamma} \quad (2.20)$$

Полученные аналитические решения в обеих областях позволяют свести решение сформулированной задачи к решению системы двух трансцендентных уравнений относительно неизвестных γ и T_* , полученных при подстановке в граничные условия (2.8) решений (2.16)–(2.20). Система трансцендентных уравнений решалась численно при следующих характерных значениях параметров: $\rho_s = 2 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_i = 0,91 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_h = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м³, $\lambda_s = 2$ Вт/(м·К), $\lambda_i = 2,23$ Вт/(м·К), $\lambda_h = 2,11$ Вт/(м·К), $C_s = 10^3$ Дж/(кг·К), $C_i = 2,09 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $C_h = 2,5 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $R = 520$ Дж/(кг·К), $q = 1,66 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\mu_g = 1,8 \cdot 10^{-5}$ Па·с.

Были проделаны численные эксперименты, в которых варьировались начальные и граничные условия, а также значения пористости и проницаемости. На фиг. 2 пред-



Фиг. 2. Разложение газовых гидратов в области отрицательных температур: а – распределения безразмерных функций давления $\Pi = P/P_0$ (кривая 1) и температуры $\theta = T/T_0$ (кривая 2); б – распределения безразмерных функций гидратонасыщенности $\nu_h = \nu/\nu_0$ (кривая 1) и льдонасыщенности $\sigma = S/S_0$ (кривая 2) при $m = 0,2$; $\nu_0 = 0,7$; $S_0 = 0,1$; $T_0 = T^\circ = 270$ К; $P^\circ = 1,5 \cdot 10^6$ Па; $k = 0,5 \cdot 10^{-14}$ м²

ставлено характерное решение, соответствующее депрессионному воздействию на пласт ($z = \zeta(a_f / a_1)^{1/2}$, $\gamma_z = \gamma(a_f / a_1)^{1/2}$). Новый масштаб длины z , фигурирующий на графиках, не зависит от величин, которые варьировались. Найденные искомые значения равны: $\gamma_z = 0,775$; $T_* = 263,41$; $P_* = 1,58 \cdot 10^6$, $S_{i+} = 0,461$; $\nu_+ = 0,28$.

Представленное решение на фазовой диаграмме (фиг. 1) соответствует переходу точки по траектории RR_1R_3 . Заметим, что из начальной точки R движение возможно только в направлении точки A , так как движение в противоположном направлении соответствует увеличению температуры системы, что невозможно без подвода тепла извне (при диссоциации газового гидрата тепло поглощается).

3. Тепловое воздействие на пласт. Рассмотрим тепловое воздействие на пласт в сочетании с понижением давления. Если температура на фиксированной поверхности, моделирующей скважину, превышает температуру плавления льда, то образуется второй фронт – фронт плавления льда и третья область, заполненная водой и газом. В области III справедлива система уравнений аналогичная (2.2), но учитывающая движение воды. После преобразований, аналогичных преобразованиям предыдущего параграфа, получаем систему уравнений в линейном приближении [3]

$$\frac{\partial S'_w}{\partial t} = \kappa_{w3} \Delta P', \quad \frac{\partial P'}{\partial t} - \frac{\partial T'}{\partial t} = \kappa_3 \Delta P' \quad (3.1)$$

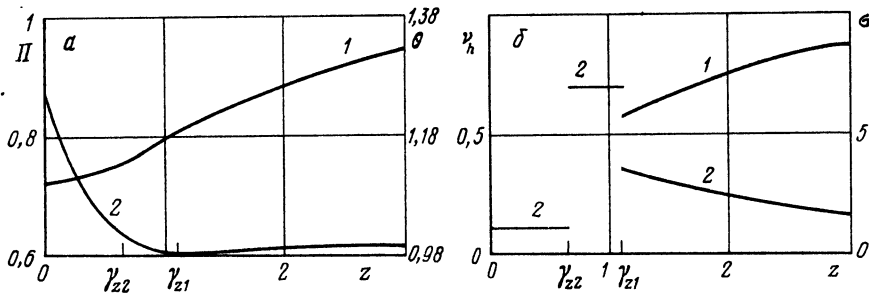
$$\frac{\partial T'}{\partial t} - \omega_3 \frac{\partial P'}{\partial t} = a_3 \Delta T'$$

$$a_3 = \frac{\lambda_3}{(\rho C)_3}, \quad \kappa_3 = \frac{kP^\circ}{m(1 - S_w^\circ)} \left[\frac{f_w}{\mu_w} + \frac{f_g}{\mu_g} \right]$$

$$\omega_3 = \frac{m(1 - S_w^\circ)P^\circ}{(\rho C)_3 T^\circ}, \quad S_w^\circ = S_1 \frac{\rho_i}{\rho_w}$$

Здесь индекс w соответствует водной фазе.

Условия на поверхности плавления льда выводятся аналогично условиям (2.8) и имеют вид



Фиг. 3. Депрессионный режим разложения: а – распределения давления (кривая 1) и температура (кривая 2); б – распределения гидратонасыщенности (кривая 1) и водольдонасыщенности (кривая 2) при $T^{\circ} = 333 \text{ K}$; $k = 10^{-15} \text{ м}^2$ (остальные параметры, как на фиг. 2)

$$m\rho_i q_i S_{i+} V_{2n} = \lambda_+ (\text{grad } T)_{n+} - \lambda_- (\text{grad } T)_{n-}$$

$$m \left\{ 1 - \frac{S_{i+} \rho_i}{S_{w-} \rho_w} \right\} V_{2n} = - \frac{k}{\mu_w} (\text{grad } P)_{n-}$$

(3.2)

$$V_{2n} = \frac{k}{m\mu_g} \left\{ \frac{1 - S_{w-}}{S_{w-} - S_{i+}} (\text{grad } P)_{n-} - \frac{1 - S_{i+}}{S_{w-} - S_{i+}} (\text{grad } P)_{n+} \right\}$$

$$T_+ = T_- = 273,15 \text{ K}, \quad P_+ = P_-$$

Следуя предыдущему параграфу, рассмотрим решение вида (2.15). Тогда в области I (гидрат – газ – лед) аналитическое решение системы основных уравнений в линейном приближении имеет вид (2.16)–(2.19). В области II (лед – газ) справедливы ранее сделанные оценки и полученные уравнения, а распределения температуры и давления определяются из выражений

$$\frac{T}{T_0} = \frac{T_{*2}}{T_0} + \left\{ \frac{T_{*1}}{T_0} - \frac{T_{*2}}{T_0} \right\} \frac{\text{erf}(\zeta(a_f / a_2)^{1/2}) - \text{erf}(\gamma_2(a_f / a_2)^{1/2})}{\text{erf}(\gamma_1(a_f / a_2)^{1/2}) - \text{erf}(\gamma_2(a_f / a_2)^{1/2})}$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{P_{*2}}{P_0} + \left\{ \frac{P_{*1}}{P_0} - \frac{P_{*2}}{P_0} \right\} \frac{\zeta - \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2}$$

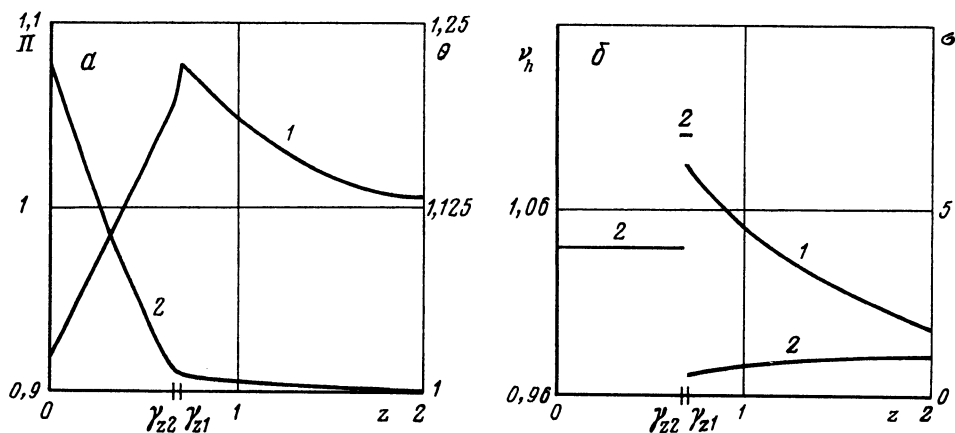
В области III имеет место решение вида

$$\frac{T}{T_0} = \frac{T^{\circ}}{T_0} + \left\{ \frac{T_{2*}}{T_0} - \frac{T^{\circ}}{T_0} \right\} \frac{\text{erf}(\zeta)}{\text{erf}(\gamma_2)}$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{P^{\circ}}{P_0} + \left\{ \frac{P_{2*}}{P_0} - \frac{P^{\circ}}{P_0} \right\} \frac{\zeta}{\gamma_2}$$

Подставляя полученные решения в систему граничных условий (2.8), (3.2), получаем систему трансцендентных уравнений относительно неизвестных $\gamma_1, \gamma_2, T_{*1}, S_{w-}$. Система решалась численно при значениях параметров предыдущего параграфа, а также с $\rho_w = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\lambda_w = 0,58 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$, $C_w = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$, $q_i = 3,34 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, $\mu_w = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Распределения температуры и давления, представленные на фиг. 3, а, соответствуют депрессионному воздействию на пласт, характеризуются монотонным поведением давления и падением температуры на фронте диссоциации. Этот факт является



Фиг. 4. Тепловой режим разложения: а – распределения давления (кривая 1) и температуры (кривая 2); б – распределения гидратонасыщенности (кривая 1) и водольдонасыщенности (кривая 2) при $P^0 = 1,9 \cdot 10^6$ Па; $k = 0,9 \cdot 10^{-16}$ м² (остальные параметры, как на фиг. 3)

свидетельством того, что процесс разложения газового гидрата проиницирован снижением давления. Минимум температуры означает, что требуемое для диссоциации тепло отбирается как из области перед фронтом, так и из области, расположенной за фронтом. Поведение кривой температуры в промежуточной области свидетельствует о том, что подток тепла от неподвижной поверхности частично экранируется поверхностью плавления льда.

Распределения насыщенностей (фиг. 3, б) иллюстрируют разложение гидрата в области смеси, расположенной перед передним фронтом. Отметим образование ледяной "пробки" в промежуточной области газ – лед, препятствующей оттоку газа. Для сравнения подчеркнем, что при плавлении льда проницаемость пласта по газу увеличивается в рассмотренном примере в 3 раза.

На фазовой диаграмме (фиг. 1) полученное решение соответствует движению точки по траектории $RR_1R_3R_4$. При этом давление монотонно падает, а температура имеет минимум в точке R_1 , соответствующей фронту диссоциации. Заметим, что на диаграмме не отмечена точка пересечения линии HG и траектории R_3R_4 , которая соответствует условиям на фронте плавления льда.

Характер термодинамического поведения пластовой системы меняется при изменении ее параметров (в том числе начальных и граничных условий). На фиг. 4 представлены распределения искомых функций при уменьшении депрессионного воздействия на пласт. В этом случае диссоциация газового гидрата вызвана подтоком тепла от скважины и характеризуется монотонным поведением температуры и возникновением максимума давления на фронте диссоциации (фиг. 4, а). Это приводит к смене режима разложения гидрата перед фронтом на режим образования ($v_+ > v_0$). Плотность льда в ледяной пробке осталась прежней, так как она определяется по начальным значениям льдо- и гидратонасыщенности, но ее протяженность резко уменьшилась, что является следствием сближения фронтов фазовых переходов (фиг. 4, б).

На фазовой диаграмме данному решению соответствует траектория RR_2R_4 . При стремлении точки R_2 к квадрупольной точке B фронты будут сближаться до их слияния в точке B . Переход траектории через точку B означает смену режима диссоциации (в этом случае реализуется траектория $RR_2R_5R_4$). Фронты меняются местами и первым будет двигаться фронт плавления льда. В этом случае математическая структура решения физической задачи изменяется и предложенная выше схема расчетов становится неприменимой.

Заключение. В работе проведен качественный анализ фазовой диаграммы газовых гидратов, позволяющий проанализировать возможные конфигурации решения и оценить особенности поведения искомым функций. Предложены математические модели диссоциации газового гидрата в низкотемпературных природных пластах, изначально находящегося в состоянии термодинамического равновесия со льдом и газом. Выделены основные режимы разложения гидратов, характеризующиеся количеством фронтов фазовых переходов и наличием максимумов в распределениях функций давления и температуры.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-01-00521).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sloan E.D., Jr., Fleyfel F. A molecular mechanism for gas hydrate nucleation from ice // *AICHE Journal*. 1991. V. 37. № 9. P. 1281–1292.
2. Kamath V.A., Godbole S.P. Evaluation of haf-brine stimulation technique for gas production from natural gas hydrates // *J. Petrol. Technol.* 1987. V. 39. № 11. P. 1379–1388.
3. Цыпкий Г.Г. Математическая модель диссоциации газовых гидратов, сосуществующих со льдом в природных пластах // *Изв. РАН. МЖГ*. 1993. № 2. С. 84–92.
4. Бондарев Э.А., Бабе Г.Д., Гройсман А.Г., Каниболотский М.А. Механика образования гидратов в газовых потоках. Новосибирск: Наука, 1976. 158 с.
5. Бондарев Э.А., Максимов А.М., Цыпкин Г.Г. К математическому моделированию диссоциации газовых гидратов // *Докл. АН СССР*. 1989. Т. 308. № 3. С. 575–578.
6. Цыпкин Г.Г. О влиянии подвижности жидкой фазы на диссоциацию газовых гидратов в пластах. // *Изв. АН СССР*. 1991. № 4. С. 105–114.
7. Цыпкин Г.Г. О возникновении двух подвижных границ фазовых переходов при диссоциации газовых гидратов в пластах // *Докл. РАН*. 1992. Т. 323. № 1. С. 52–57

Москва

Поступила в редакцию
4.VI.1996