

УДК 532.65.013.4:532.135

© 1997 г. В.М. ЕНТОВ, Л.Е. ШМАРЬЯН

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАПИЛЛЯРНОГО РАСПАДА СТРУЙ ПОЛИМЕРНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Численно моделируется процесс развития капиллярной неустойчивости и распада струй неньютоновских жидкостей. В основу анализа положены уравнения "гидравлического приближения" – квазидномерные уравнения баланса массы и импульса, записанные в предположении, что реологические эффекты соответствуют преимущественно течению растяжения жидкости в струе. Рассмотрены случаи нелинейно-вязкой (степенной) и упруговязкой жидкости. Для описания упруговязкого поведения использована реологическая модель Максвелла – Олдройда, дополненная учетом эффектов конечной растяжимости полимерных молекул.

В случае упруговязкой жидкости прослежено развитие четочной структуры (капли жидкости, соединенные тонкими жидкими нитями) и последующее утончение нитей до разрыва. Показано, что время до разрыва определяется предельной растяжимостью "макромолекул".

Явление капиллярного распада струй полимерных жидкостей стало объектом пристального внимания исследователей после обнаружения эффектной картины формирования четочной структуры чередующихся капель и тонких нитей жидкости на заключительной стадии распада [1]. Последующие экспериментальные [2–4] и теоретические [4–7] исследования показали, что развитие четочной структуры происходит вследствие "упрочнения" жидкости при сильном одноосном растяжении в сужениях.

В полимерных жидкостях упрочнение связывается с упругой деформацией растяжения и появлением упругих напряжений. В развитой четочной структуре определяющую роль играет равновесие капиллярных и упругих сил, медленно эволюционирующее вследствие релаксационных процессов [4–7]. При этом упругие напряжения, имеющие порядок капиллярного давления в сужениях, оказываются огромными (по меркам разбавленных полимерных растворов). Так, для нитей, видимых на фотографиях [2, 5], они оцениваются величиной  $\sim 10^4$  Па. Раствор, использованный в экспериментах, имеет упругий модуль порядка 10 Па, поэтому приведенная оценка напряжений указывает на обратимое (упругое) растяжение в  $\sim 30$  раз (!). Иными словами, при распаде полимерных струй реализуются уникальные условия сильного одноосного растяжения жидкости, по многим параметрам недостижимые в других методиках.

Таким образом, изучение распада капиллярных струй может стать основой исследования реологии полимерных растворов при интенсивном растяжении [2, 3, 5]. Хотя на некоторое время эта возможность отступила в тень в связи с разработкой "нитяного микрореометра" [8–10], обладающего рядом преимуществ (простота, быстродействие, малый объем исследуемой жидкости), "струйный реометр" по-прежнему представляет интерес для научных исследований, прежде всего потому, что он может быть использован для исследования менее вязких жидкостей. Вместе с тем по мере совершенствования средств автоматической скоростной регистрации и обработки изображений возникает реальная перспектива детального анализа всей картины распада, а не только его асимптотической четочной стадии. Основой такого анализа может служить сопоставление результатов наблюдений с детальной теоретической моделью.

В данной работе представлена такая модель и некоторые результаты ее анализа.

По постановке она является прямым продолжением работ [6, 11, 12], отличаясь от них выбором модели жидкости и численной методикой, основанной на ином подходе, легко реализуемом на современных персональных компьютерах и допускающей дальнейшее развитие; наконец, представлены результаты численного моделирования, иллюстрирующие влияние параметров модели на динамику капиллярного распада.

**1. Постановка задачи.** Струя рассматривается в сопутствующей системе координат, т.е. рассматривается распад первоначально неподвижного цилиндрического столба жидкости в результате развития малых начальных возмущений поверхности под действием капиллярных сил [13]. Жидкость предполагается несжимаемой. Исследование ведется в квазиодномерном ("длинноволновом" или "гидравлическом") приближении, когда продольные масштабы течения предполагаются намного большими, нежели поперечные: действием внешних сил на струю пренебрегается.

Уравнения неразрывности и импульса записываются в виде (см., например, [4])

$$\frac{\partial \rho f}{\partial t} + \frac{\partial \rho f v}{\partial x} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho f v}{\partial t} + \frac{\partial \rho f v^2}{\partial x} = \frac{\partial \sigma f}{\partial x} + 2\pi\chi \frac{\partial r \cos \varphi}{\partial x}, \quad f = \pi r^2, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\partial r}{\partial x} \quad (1.2)$$

Здесь  $x$  – координата, отсчитываемая вдоль оси струи,  $f$  – площадь сечения струи,  $r$  – ее радиус,  $\rho$  – плотность жидкости,  $v$  – осевая скорость,  $\chi$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\sigma = \sigma_{xx}$  – осевая компонента напряжения.

Эти уравнения "почти точные", поскольку единственным допущением в них является предположение о постоянстве  $v$  и  $\sigma$  по сечению струи.

Уравнения (1.1) и (1.2) были бы строгими уравнениями баланса массы и импульса в струе кругового сечения с прямолинейной осью, если бы под  $v$  и  $\sigma$  понимались средние по сечению значения осевой скорости и осевой компоненты напряжения, а вместо квадрата средней скорости  $v^2$  стояло среднее значение квадрата осевой скорости ( $\langle v^2 \rangle$ ). "Гидравлическое" приближение состоит в том, что указанные члены вычисляются в предположении однородности осевой скорости и осевой компоненты напряжения по сечению, а само локальное напряженно-деформированное состояние жидкости предполагается соответствующим одноосному растяжению. Вообще говоря, эти предположения естественны для длинноволновой асимптотики, однако они не выполняются на поздней (нелинейной) стадии распада, когда формируется отчетливо выраженная четочная структура из капель, соединенных жидкими нитями (см. ниже результаты моделирования). В местах перехода от капель к нитям указанные предположения заведомо нарушаются. Сами балансовые уравнения (1.1) и (1.2), однако, сохраняют смысл. Действительно, в нити движение очевидным образом остается почти точно одноосным растяжением, в каплях же скорости и скорости деформации малы, а напряженное состояние близко к шаровому с пренебрежимо малым вкладом "реологической" составляющей напряжений, так что сомнительные члены уравнения импульсов просто несущественны. Таким образом, использование приближенной формы уравнения импульсов может быть оправдано апостериори. При этом детали распределений в переходной зоне могут оказаться искаженными, однако это не скажется на глобальном решении, поскольку параметры струи по обе стороны переходной зоны связаны интегральными условиями баланса массы и импульса, не зависящими от деталей распределений в переходной зоне при условии, что она узкая.

В квазиодномерном приближении тензоры скоростей деформации и напряжений представляются в виде

$$\mathbf{D} = \operatorname{diag} \left[ \alpha, -\frac{1}{2}\alpha, -\frac{1}{2}\alpha \right], \quad \alpha = -\frac{\partial v}{\partial x}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \operatorname{diag} [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_2] \quad (1.3)$$

соответствующем локально-одноосному течению растяжения.

"Поперечное" главное напряжение  $\sigma_2$  определяется условиями на боковой

поверхности струи и потому равно капиллярному давлению, взятому с обратным знаком; в свою очередь капиллярное давление выражается через кривизну поверхности струи

$$p_q = \chi \left( \frac{1}{r} \left[ 1 + \left( \frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} - \frac{\partial^2 r}{\partial x^2} \left[ 1 + \left( \frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \right) \quad (1.4)$$

На первый взгляд имеется явная непоследовательность в использовании полного выражения для кривизны поверхности в уравнениях длинноволнового приближения. Однако на самом деле это не так. До тех пор, пока решение остается "длинноволновым", т.е. медленно меняющимся вдоль оси, дополнительные члены в выражении для капиллярного давления роли не играют. Однако они становятся существенными на поздней стадии распада, скажем, на стадии существования четочной структуры. При этом в решении возникают области быстрого изменения радиуса струи ("капли"). Естественно, в этих областях уравнения длинноволнового приближения формально неприменимы. Однако фактически напряженное состояние материала в этих областях весьма просто и близко к изотропному давлению. Поэтому уравнения длинноволнового приближения, дополненные полным учетом вклада сил поверхностного натяжения, как это сделано выше, позволяют проанализировать и такие ситуации, формально выходящие за пределы их применимости. "Непоследовательное" включение полного выражения для поверхностного натяжения на самом деле есть ключ к исследованию нелинейной стадии распада. (Эти соображения были развиты в работах [6, 7, 11, 12] и кандидатской диссертации А.Л. Ярина (ИПМ, 1980).) Естественно, что каждый результат, полученный вне "законной" области действия длинноволнового приближения, должен трактоваться с осторожностью.

**2. Модель жидкости.** Система динамических уравнений (1.1) – (1.4) замыкается реологическим соотношением, связывающим кинематические и динамические переменные. Имея в виду приложение результатов к полимерным растворам, в качестве основной принята обобщенная модель Олдройда – Максвелла с учетом конечной растяжимости полимерных молекул, описываемая соотношениями

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_e + 2\mu \mathbf{D} - p \mathbf{1} \quad (2.1)$$

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla \mathbf{v}^T - \frac{1}{\tau G} \boldsymbol{\sigma}_e \quad (2.2)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_e = G \Phi(\text{Sp } \mathbf{A})(\mathbf{A} - \mathbf{1}) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{A} = \text{diag} [a_{11}, a_{22}, a_{33}], \quad a_{22} = a_{33}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = s - p_q$$

$$s = \sigma_1 - \sigma_2 = 3\mu\alpha + G\Phi(a_{11} + 2a_{22})(a_{11} - a_{22}) \quad (2.4)$$

$$\Phi(z) = \left( 1 - \frac{z}{L_\infty} \right)^{-1} \quad (2.5)$$

Здесь  $\boldsymbol{\sigma}$  – тензор напряжений,  $\sigma$  – осевое напряжение,  $\mu$  – "внешняя" вязкость жидкости,  $G$  – упругий модуль,  $\mathbf{A}$  – структурный тензор ("тензор упругой деформации"), который в данном случае является диагональным и вполне характеризуется двумя главными значениями – "осевым"  $a_{11}$  и "поперечным"  $a_{22}$ ;  $\tau$  – время релаксации жидкости. Поправочный множитель  $\Phi$  учитывает конечную растяжимость макромолекул, причем в молекулярной трактовке  $L_\infty^{\frac{1}{2}}$  представляет собой предельную кратность растяжения молекулы. Для течения в струе уравнения (2.1) – (2.3) приводятся с учетом (1.4) к виду

$$\frac{\partial a_{11}}{\partial t} + v \frac{\partial a_{11}}{\partial x} = 2 \frac{\partial v}{\partial x} a_{11} - \frac{L_{\infty}}{\tau[L_{\infty} - a_{11} - 2a_{22}]} (a_{11} - 1) \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial a_{22}}{\partial t} + v \frac{\partial a_{22}}{\partial x} = - \frac{\partial v}{\partial x} a_{22} - \frac{L_{\infty}}{\tau[L_{\infty} - a_{11} - 2a_{22}]} (a_{22} - 1) \quad (2.7)$$

Уравнения (1.1), (1.2), (2.4) – (2.7) образуют систему для отыскания неизвестных  $f$ ,  $v$ ,  $a_{11}$ ,  $a_{22}$ . Наряду с этим проводилось также моделирование распада струй вязких жидкостей с реологическим соотношением

$$s = 3K |\alpha|^{c-1} \alpha \quad (2.8)$$

("степенная жидкость"), включая ( $c = 1$ ,  $K \equiv \mu$ ) ньютоновскую вязкую жидкость.

При численном моделировании решалась задача об эволюции столба первоначально неподвижной жидкости с малым начальным возмущением поверхности. Этому соответствуют начальные данные вида

$$r(x, 0) = a_0 \left( 1 + \varepsilon \cos \frac{\pi x}{l} \right), \quad a_{11}(x, 0) = a_{11}^0, \quad a_{22}(x, 0) = a_{22}^0$$

В случае моделирования течения вязкой жидкости последние условия, естественно, излишни.

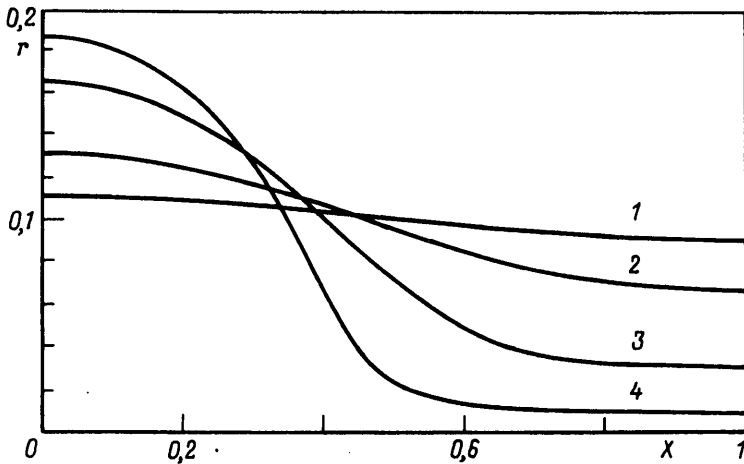
Задача решалась на отрезке, отвечающем пространственному полупериоду волны  $l$  с краевыми условиями

$$\frac{\partial r}{\partial x} = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial a_{11}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial a_{22}}{\partial x} = 0, \quad x = 0, \quad x = l$$

Использован конечно-разностный алгоритм с последовательным вычислением различных переменных при переходе со слоя на слой. При выборе численной аппроксимации учитывалось, что соответствующие уравнения содержат конвективные члены (типа  $v \partial/\partial x$ ) и члены со старшими производными. Конвективные члены аппроксимировались производной, ориентированной по потоку на нижнем временном слое; старшие производные аппроксимировались симметричными разностями на верхнем временном слое. При этом зависящие от переменных коэффициенты при старших производных брались с нижнего временного слоя; на "невной" части шага новые значения неизвестных определялись методом прогонки.

При такой организации алгоритм оказывается достаточно простым, легко видоизменяется при изменении модели жидкости (что существенно при моделировании движения неньютоновских жидкостей) и сохраняет работоспособность в широком диапазоне параметров и типично для задач распада струй сочетании быстрых и медленных стадий. Тем самым он хорошо подходит для широкомасштабного численного эксперимента. "Платой" за это является необходимость проведения расчетов на достаточно мелкой сетке, что, впрочем, оказывается не слишком ограничительным обстоятельством. Точность расчетов контролировалась по сохранению баланса жидкости на отрезке струи и в отдельных случаях – пересчетом на более мелкой сетке.

**3. Результаты.** Приводимые ниже результаты, выбранные из большого числа (несколько сотен) рассчитанных вариантов, призваны продемонстрировать типичные характеристики процесса распада. Все данные, если не оговорено противное, относятся к струе начального радиуса  $a_0 = 1$  мм при длине расчетного участка  $l = 5$  мм и начальном возмущении  $\varepsilon = 0,1$ , а также первоначально ненапряженному материалу  $a_{11}^0 = a_{22}^0 = 1$ . Были зафиксированы основные свойства жидкости: плотность ( $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>), поверхностное натяжение ( $\chi = 6,33$  мН/м) и вязкость ( $\mu = K = 3$  Па·с). Этот выбор значений соответствует умеренно концентрированным полимерным системам с незначительным влиянием плотности и однофазовому режиму



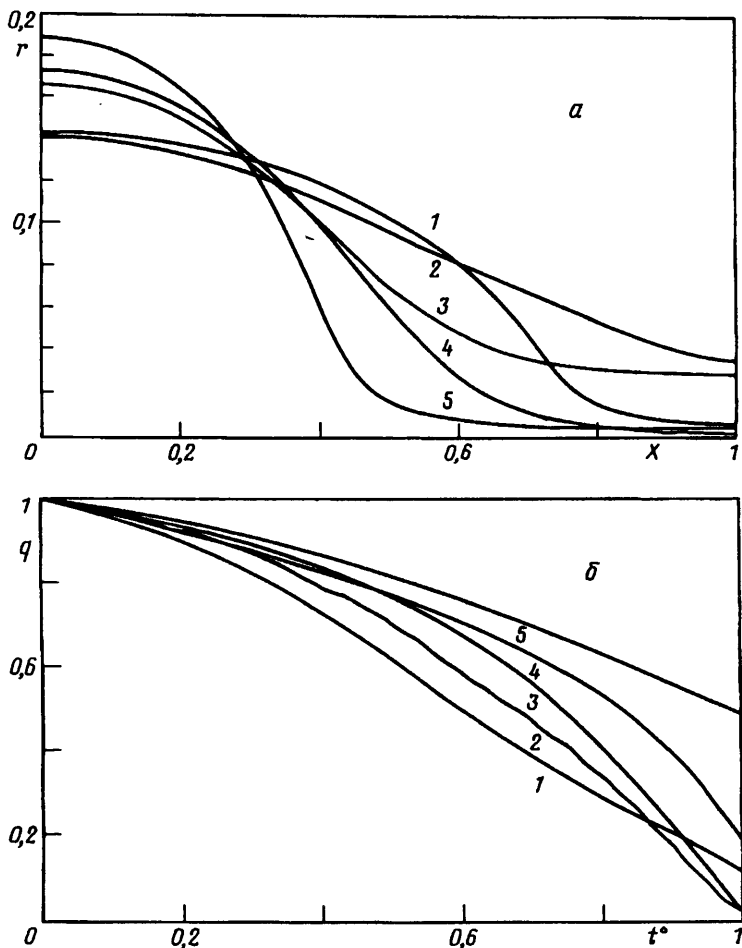
Фиг. 1. Эволюция профиля струи ньютоновской жидкости. Радиус  $r$  струи (в см) показан как функция от безразмерной координаты  $X = x/l$ ; кривые 1–4 –  $t = 0; 0,5; 1,0; 1,625$  с

распада; смысл его в том, чтобы сосредоточиться на эффектах реологического, прежде всего упругого, происхождения. Однако пробные расчеты для контроля работоспособности алгоритма были проведены и при других значениях параметров.

Все приводимые данные относятся к одномодовому режиму, при котором профиль радиуса струи на полуволе остается монотонным. Поэтому наиболее простое представление результатов дается графиками зависимости максимального и минимального радиусов струи от времени. Именно эти результаты в сочетании с профилями струи показаны ниже. На фиг. 1 показана эволюция профиля распадающейся струи ньютоновской вязкой жидкости, представляющей базу для последующих сопоставлений. Соответствующие значения плотности, вязкости и поверхностного натяжения указаны выше; относительная амплитуда начального возмущения  $\epsilon = 0,1$ .

Результаты расчетов полностью соответствуют известной теоретической картине: первоначальный экспоненциальный рост начального возмущения завершается стадией линейного уменьшения радиуса в области пережатия (шейки). При достаточно малом начальном возмущении стадия первичного роста является основной по длительности, поэтому независимо от деталей время до распада  $t_{br}$  определяется линейной теорией Рэля – Вебера. При этом в случае безынерционного распада  $t_{br} \approx 6\mu a_0/\chi$  [4]. Слабая (логарифмическая) зависимость времени до распада от амплитуды начальных возмущений делает его (а вместе с ним и длину сплошной свободной струи) относительно устойчивой характеристикой, слабо зависящей от деталей начального возмущения.

В случае жидкости, определяемой соотношением (2.8), качественно различным оказывается поведение дилатантной ("упрочняющейся"),  $s > 1$ , и псевдопластической ("разжижающейся"),  $s < 1$ , жидкостей. Для первых влияние начальной стадии оказывается еще менее существенным, чем для ньютоновской жидкости, и процесс распада полностью контролируется заключительной стадией, на которой отчетливо формируется четочная структура капель и нитей. Для вторых, напротив, роль начальной стадии оказывается определяющей и время до распада существенно зависит от формы и амплитуды начальных возмущений. Эти особенности были отмечены уже в [11, 12], однако их детальное количественное исследование и сейчас может оказаться не лишним интереса. Упомянутая общая тенденция иллюстрируется фиг. 2, а, где показаны "предраспадные" формы струи. Ясно видна локализация области возмущения для псевдопластической жидкости и ее развитие в "нить" для дилатантной. На

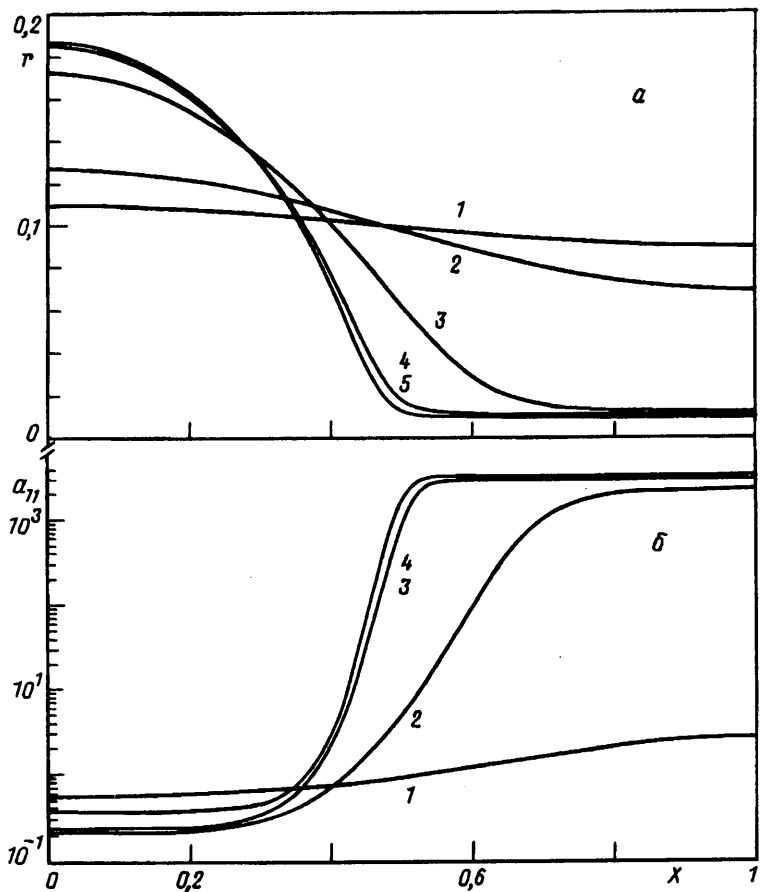


Фиг. 2. *a* – профиль струи на заключительной стадии счета, *б* – эволюция радиуса "шейки" во времени. Кривые 1–5 –  $c = 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5$ . Прочие параметры те же, что и на фиг. 1

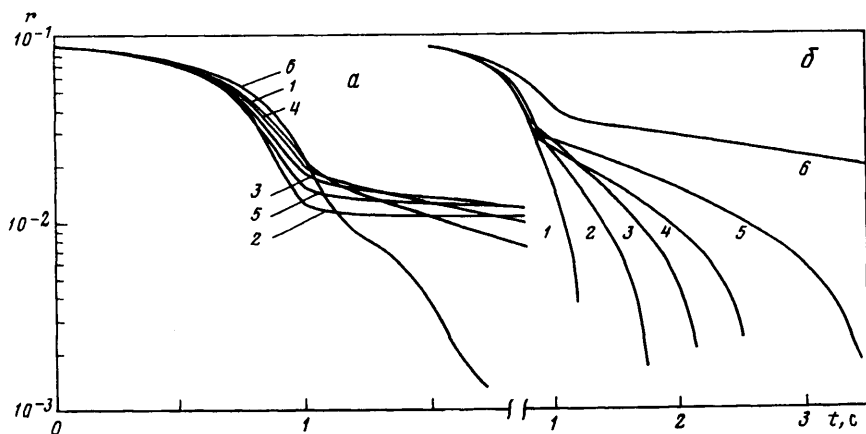
фиг. 2, *б* показана эволюция радиуса "шейки" во времени для указанных случаев.

Нетрудно убедиться, что безынерционное капиллярное утончение однородной нити нелинейно-вязкой жидкости имеет асимптотику  $(r/r_*)^{1/c} \sim t$ . Поэтому на фиг. 2, *б* результаты расчета представлены в нормированных координатах  $q = [r_{\min}(t)/r_{\min}(0)]^{1/c}$ ,  $t^0 = t/t_*$  (здесь  $t_*$  – условное время "разрыва" струи, т.е. момент окончания счета). Данные фиг. 2, *б* ясно указывают на выход на теоретическую линейную по времени асимптотику.

Остальные результаты относятся к струям упругих (полимерных) жидкостей. Типичная картина распада представлена на фиг. 3. Вначале возмущение развивается примерно так же, как и в случае вязкой ньютоновской жидкости (экспоненциальный рост начального возмущения неизменной синусоидальной формы). Однако затем эта стадия резко переходит в стадию квазиравновесной четочной структуры с хорошо выраженными нитями и каплями. Эта стадия характеризуется весьма большими и крайне медленно эволюционирующими упругими деформациями в нитях, тогда как в каплях упругие деформации малы ( $a_{11} \sim 1$ ).



Фиг. 3. Эволюция распределений радиуса (а: кривые 1-5 -  $t = 0, 0,5, 1,5, 2, 2,5$  с) и продольной компоненты тензора упругой деформации (б: кривые 1-4 -  $t = 0,5, 1,5, 2, 2,5$  с) для случая практически неограниченно растяжимых макромолекул (вариант 1, таблица)



Фиг. 4. Зависимость радиуса шейки от времени,  $z = \ln(r_{\min})(t)$ . а: кривые 1-6 - варианты 2, 1, 3-6; б: кривые 1-6 - варианты 7-12 (таблица)

Вариант	$\tau$	$\tau_e$	$L_\infty$	$G$	Вариант	$\tau$	$\tau_e$	$L_\infty$	$G$
1	5	4,0	$10^4$	0,5	2	0,3	0,38	$10^4$	0,5
3	1	0,93	$10^4$	0,5	4	0,5		$10^4$	0,5
5	0,1		$10^4$	0,5	6	2		$10^4$	0,5
7	2		50	0,1	8	2		50	0,3
9	2		50	0,5	10	2		100	0,5
11	2		100	1	12	2		100	5
13	2		$10^3$	0,5	14	50	46	$10^5$	100
15	50	44,7	$10^5$	100	16	100	27	100	10
17	0,1	0,09	$10^4$	0,3	18	5	4,9	$10^4$	5
19	5	4,3	$10^4$	1	20	0,3	0,33	$10^4$	0,5
21	1	0,97	$10^4$	0,5	22	2	1,07	100	0,5
23	1	0,43	200	0,5	24	1	0,57	200	1,0

Соответственно упругие напряжения, пропорциональные  $a_{11}$ , в каплях на четыре порядка меньше, чем в нитях, и их вкладом можно пренебречь. Этим апостериори оправдываются предположения, сделанные при постановке задачи.

Подобная же картина имеет место и при конечной растяжимости, однако в этом случае продольная компонента тензора упругих напряжений быстро достигает значений, близких к предельным. Согласно представлениям [3–7], на стадии четочной структуры имеет место равновесие между капиллярными и упругими силами. Последующая эволюция системы происходит главным образом вследствие постепенного утончения шейки (нити). Это утончение контролируется релаксационными свойствами жидкости, хотя и сопровождается ростом напряжений. В приближении однородного безынерционного утончения нити максвелловской жидкости под действием капиллярных сил на этой стадии [3–7]

$$\ln \frac{r_{\min}}{r_*} = -\frac{t-t_*}{3\tau} \quad (3.1)$$

Здесь  $t_*$ ,  $r_*$  – момент начала стадии равновесного утончения и соответствующий радиус нити. Эти две стадии отчетливо видны на фиг. 4.

По угловому коэффициенту экспериментально наблюдаемой зависимости  $\ln(r_{\min})(t)$  на основе соотношения (3.1) можно определить время релаксации жидкости  $\tau$ . Точность такого определения будет существенно зависеть от того, насколько асимптотическая стадия утончения отслеживается в эксперименте при наличии начальной стадии формирования нити и заключительной стадии распада. Поэтому по данным расчета, представленным на фиг. 4 и аналогичным им для других вариантов, было определено "экспериментальное" значение времени релаксации согласно соотношению (3.1)  $\tau_e$ . Эти значения приведены в таблице. Восстановленные значения  $\tau_e$  близки к тем, с которыми производились расчеты, если только не сказывается конечная растяжимость макромолекул.

Дальнейшие возможности интерпретации экспериментальных наблюдений распада связаны с анализом перехода от начальной стадии формирования нити к асимптотической. Согласно приведенным "равновесным" соображениям, переход от режима экспоненциального роста неустойчивости к режиму квазиравновесной эволюции происходит тогда, когда осевое упругое напряжение сравнивается с капиллярным давлением; с учетом (2.4) – (2.5) имеем

$$s = \sigma = \sigma_{11} - \sigma_{22} \sim \chi / r, \quad s \sim G(a_{11} - a_{22}) = \frac{\chi}{r} \quad (3.2)$$

Полагая  $a_{11} \gg a_{22}$ ,  $r_* \ll a_0$  и пренебрегая релаксацией на стадии быстрого началь-



ного развития неустойчивости, получим

$$a_{11} = a_{11}^0 \left( \frac{a_0}{r} \right)^4, \quad \left( \frac{a_0}{r_*} \right)^4 \approx \frac{\chi}{Gr_*}, \quad G \approx \frac{\chi}{a_0} \left( \frac{r_*}{a_0} \right)^3 \quad (3.3)$$

Соотношение (3.3) позволяет по значению радиуса "нити"  $r_*$  непосредственно после ее формирования (в момент перехода от "вязкой" стадии к "упругой") оценивать модуль жидкости  $G$ . Эта оценка, однако, использует предположение об отсутствии напряжений в начальном состоянии ( $a_{11}^0 = a_{22}^0 = 1$ ) и, кроме того, весьма чувствительна к значению  $r_*$ , что непременно предполагает значительную ошибку в определении  $G$ . Первые результаты "обратного определения" модуля упругости  $G$  по данным моделирования оказались неудовлетворительными и этот вопрос требует дальнейшего анализа.

Приведенные соображения справедливы до тех пор, пока время релаксации жидкости достаточно велико (значительно больше характерного "вязкого" времени капиллярного распада  $t_v = 6\mu a_0/\chi$ ); в противном случае накапливающиеся на начальной стадии распада упругие деформации частично релаксируют.

Одна из целей данного исследования – изучение влияния конечной растяжимости макромолекул на процесс распада. Прежде всего, если предельная растяжимость достаточно мала, она может повлиять даже на стадию первичного формирования нити, приводя к увеличению "стартового" радиуса нити. С другой стороны, любое ограничение растяжимости рано или поздно должно сказаться на кинетике утончения уже сформировавшейся нити. Этот эффект существен, так как он может иметь прямое отношение к наблюдаемому времени разрыва нити. Дело в том, что теоретически (в рамках модели Максвелла – Олдройда) нить утончается по экспоненциальному закону и потому ее время жизни бесконечно. Наблюдаемое время разрыва нити конечно и, что существенно, примерно пропорционально времени релаксации [9, 14]. Одно из возможных объяснений этого состоит в том, что по достижении предельной вытяжки полимерный раствор вновь ведет себя как чисто вязкая жидкость. При этом, несмотря на то что соответствующая эффективная вязкость  $\mu_\infty$  много выше начальной  $\mu_\infty \gg \mu$ , время до разрыва уже оказывается конечным:  $t_{br} = 6\mu_\infty a_0/\chi$ . Результаты, показанные на фиг. 4, б, подтверждают эту возможность, хотя прямой численный счет "до разрыва", очевидно, невозможен.

**Заключение.** Приведенные результаты подтверждают возможность прямого численного моделирования процессов распада струй неньютоновских жидкостей в рамках квазиодномерного описания. Моделирование позволяет количественно исследовать эффекты реологической природы, в том числе вызванные сильным (предельным) растяжением макромолекул в полимерных растворах. Тот же подход может быть применен к исследованию роли дополнительных факторов, таких, как деструкция макромолекул, на процесс распада. Он может также лечь в основу экспериментальных методов исследования реологии жидкостей в условиях сильного интенсивного растяжения. Наконец, результаты непосредственно приложимы к моделированию управления распадом струй с помощью полимерных добавок.

Авторы признательны Т.А. Коптеловой и Т.Л. Евгеновой за помощь в подготовке работы к печати.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научного фонда и Российского фонда фундаментальных исследований в рамках грантов М69000 и М69300.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Goldin M., Yerushalmi J., Pfeffer R., Shinnar R.* Breakup of a laminar capillary jet of viscoelastic fluid // *J. Fluid Mech.* 1969. V. 38. Pt 4. P. 689–711.
2. *Базилевский А.В., Воронков С.И., Ентов В.М., Рожков А.Н.* Ориентационные эффекты при распаде струй и нитей разбавленных растворов полимеров // *Докл. АН СССР*, 1981. Т. 257. № 2. С. 336–339.
3. *Schümmer P., Tebel K.H.* Design and operation of free jet elongational rheometer // *Rheol. Acta.* 1982. V. 21. № 4–5. P. 514–516.
4. *Entov V.M.* Elastic effects in flows of dilute polymer solutions // *Progress and Trends in Rheology II. Proc. 2nd Conf. Europ. Rheol., Prague, 1986 / Ed. H. Giesekus, M.F. Hibberd.* Darmstadt: Steinkopff; N.Y.: Springer, 1988. P. 260–262.
5. *Bazilevsky A.V., Entov V.M., Rozhkov A.N., Yarin A.L.* Polymeric jets beads-on-string breakup and related phenomena // *Proc. 3rd Europ. Rheol. Conf. and Golden Jubilee Meeting British Soc. Rheol. L.; N.Y.: Elsevier*, 1990. P. 44–46.
6. *Ентов В.М., Ярин А.Л.* О влиянии упругих напряжений на капиллярный распад струй разбавленных растворов полимеров // *Изв. АН СССР, МЖГ.* 1984. № 1. С. 27–35.
7. *Ентов В.М., Ярин А.Л.* Динамика свободных струй и пленок вязких и реологически сложных жидкостей // *Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ*, 1984. Т. 18. С. 112–197.
8. *Bazilevsky A.V., Entov V.M., Rozhkov A.N.* Liquid filament microrheometer and some of its applications // *Proc. 3rd Europ. Rheol. Conf. and Golden Jubilee Meeting British Soc.: Rheol. L.; N.Y.: Elsevier*, 1990. P. 41–43.
9. *Базилевский А.В., Ентов В.М., Карнов А.В. и др.* Время релаксации растворов полимеров. Методика измерения и некоторые ее приложения: Препринт № 485. М.: Ин-т проблем механики, 1991. 42 с.
10. *Bazilevsky A.V., Entov V.M., Rozhkov A.N.* The first experience of application of RHEOTESTER device in biorheology // *Biorheology.* 1992. V. 29. № 1. P. 157.
11. *Ентов В.М., Кордонский В.И., Кузьмин В.А. и др.* Исследование распада струй реологически сложных жидкостей: Препринт № 2, Минск.: ИТМО АН БССР, 1980. 36 с.
12. *Ентов В.М., Кордонский В.И., Кузьмин В.А. и др.* Исследование распада струй реологически сложных жидкостей // *ПМТФ.* 1980. № 3. С. 90–98.
13. *Rayleigh J.W.* Scientific papers. V. 1. Cambridge: Univ. Press, 1899. 562 с.
14. *Базилевский А.В., Ентов В.М., Лернер М.М., Рожков А.Н.* Распад нитей полимерных растворов // *Высокомолекулярные соединения. Сер. А.* 1997. Т. 39. № 3. С. 474–482.

Москва

Поступила в редакцию  
21.XII.1995