

УДК 532.546:536.42

© 1997 г. И.С. КЛЕЙН, Л.А. ЧУДОВ

ОТТАИВАНИЕ МНОГОЛЕТНЕМЕРЗЛЫХ ОСНОВАНИЙ ГРУНТОВЫХ ГИДРОСООРУЖЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ФИЛЬТРАЦИИ ВОДЫ

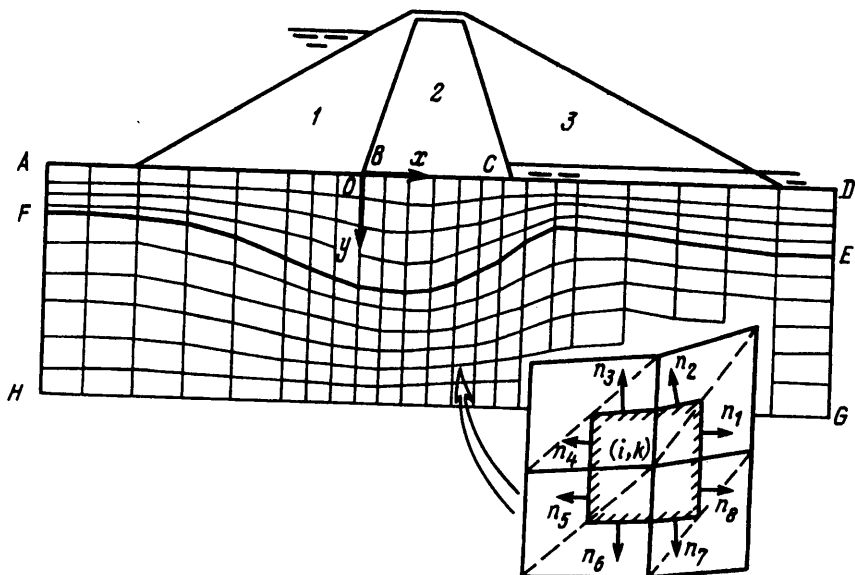
Исследуются процессы фильтрации, тепловой конвекции и фазовых переходов, протекающие при оттаивании многолетнемерзлых оснований грунтовых плотин в районах с отрицательной среднегодовой температурой воздуха. Отличительной особенностью температурного поля в рассматриваемых задачах является образование теплового конвективного пограничного слоя – сравнительно узкой области больших градиентов температуры в талой зоне вблизи фронта фазовых переходов. Для численного моделирования этих процессов предлагается использовать подвижные неортогональные расчетные сетки, согласованные с положением границы оттаивания.

Прогноз оттаивания мерзлых оснований плотин, возводимых в районах с отрицательной среднегодовой температурой, важен для выбора типа плотины (мерзлого или талого), для решения вопроса об устройстве систем замораживающих колонок или осуществления других противофильтрационных мероприятий, для оценки деформаций плотины и устойчивости ее откосов. При этом фильтрация, которая может возникать в оттаивающих основаниях плотин, способна оказывать существенное влияние на форму, размеры и динамику развития зон оттаивания.

Исследования температурного режима земляных плотин, возводимых в Северной строительной-климатической зоне, были начаты в работах [1, 2]. В последующие годы разработка расчетных методов с применением ЭВМ продолжалась в [3–8]. Известны также экспериментальные исследования [9].

В [3, 5] расчеты оттаивания проводились с использованием фиксированной прямоугольной расчетной сетки методом сквозного счета без явного выделения границы оттаивания. Тем самым тепловой конвективный пограничный слой вблизи границы оттаивания по существу не воспроизводился. В [6, 7] использовалась фиксированная криволинейная ортогональная сетка, согласованная с контуром сооружения и расчетной области, но граница оттаивания по-прежнему не выделялась. В [4, 8] уравнение конвективного переноса тепла решалось численно на ЭВМ с использованием ортогональной расчетной сетки, согласованной с границей оттаивания. Однако построение расчетной сетки на каждом временном шаге в изменяющейся области выполнялось вручную по методу ЭГДА, что, конечно, сильно снижает эффективность метода.

В данной работе для решения рассматриваемых задач предлагается подход, основанный на использовании автоматического генерируемых перестраиваемых неортогональных расчетных сеток, отслеживающих положение и перемещение границы оттаивания. Созданная на основе этого подхода численная модель позволяет адекватно воспроизводить градиенты температуры в тепловом конвективном пограничном слое вблизи границы оттаивания. Кроме того, модель обеспечивает сквозное выполнение на ЭВМ всех необходимых расчетов, включая генерацию сетки, автоматическое формирование и решение конечно-разностных уравнений фильтрации, теплопроводности и конвективного переноса тепла, расчет перемещения границы оттаивания и пр. Применение этой модели открывает новые значительные возможности для решения задач данного класса.



Фиг. 1. Расчетная схема, расчетная сетка и типовая сеточная ячейка: 1, 3 – верховая и низовая упорные призмы, 2 – противofильтрационный элемент

Идея применения в конечно-разностных моделях криволинейных неортогональных подвижных сеток и сеток, согласованных с границами области, восходит к работам [10, 11] по газовой динамике и работе [12] по гидродинамике. В [13, 14] эта идея применяется к расчету процессов плавления и кристаллизации с уравнениями Навье – Стокса в жидкой фазе. При выполнении настоящей работы особенно полезной в части построения конечно-разностной аппроксимации дифференциальных уравнений на неортогональных сетках оказалась работа [15].

1. Постановка задачи. Рассматривается (фиг. 1) грунтовая каменно-земляная плотина талого типа со слабофильтрующим противofильтрационным элементом и высокопроницаемыми верховой и низовой упорными призмами из каменной наброски на первоначально мерзлом основании. В результате фильтрации воды через противofильтрационный элемент основание оттаивает и в нем образуется начальная талая зона, в которой возникает напорная фильтрация; в дальнейшем начальная талая зона в основании развивается в условиях напорной фильтрации и вызванного ею конвективного переноса тепла. Требуется прогнозировать дальнейшее развитие, форму и размеры области оттаивания в основании с учетом фильтрации.

Ввиду того что коэффициент фильтрации противofильтрационного элемента обычно много меньше коэффициента фильтрации основания, упростим задачу. Будем рассматривать процессы только в области основания плотины: напорную фильтрацию и конвективный перенос в пределах талой зоны $ABCDEF$ (фиг. 1), кондуктивную теплопередачу в мерзлой зоне $FEGH$ и фазовые переходы на подвижной границе FE ; фильтрацию в теле элемента и через противofильтрационный элемент рассматривать не будем и исключим эти элементы из расчетной области.

Постановка задачи включает уравнение фильтрации, уравнение конвективного переноса тепла в талой зоне $ABCDEF$ и уравнение теплопроводности для мерзлой зоны $FEGH$ (фиг. 1)

$$\operatorname{div}(k \operatorname{grad} H) = 0, \quad \mathbf{u} = -k \operatorname{grad} H \quad (1.1)$$

$$c_0 \operatorname{div}(\mathbf{u} T_t) = \operatorname{div}(\lambda_t \operatorname{grad} T_t) \quad (1.2)$$

$$c_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = \text{div}(\lambda_f \text{grad } T_f) \quad (1.3)$$

а также граничное условие Стефана на криволинейной подвижной границе оттаивания FE

$$T_f = T_t = T_*, \quad \lambda_f \partial_n T_f - \lambda_t \partial_n T_t = \varphi \rho w W_n \quad (1.4)$$

Здесь H – напор; k – коэффициент фильтрации талого грунта; \mathbf{u} – вектор скорости фильтрации; c – объемная теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности; t – время; T – температура. Индекс 0 относится к воде, индексы t и f – к талому и мерзлому грунту соответственно. Далее, T_* – температура замерзания воды или таяния льда (0°C); φ – удельная скрытая теплота фазового перехода; ρ – плотность скелета грунта; w – влажность (льдиность) грунта; ∂_n – производная по нормали к фронту фазового перехода (нормаль направлена от талой зоны к мерзлой); W_n – нормальная скорость движения фронта фазового перехода.

Мерзлый грунт считается полностью льдонасыщенным и водонепроницаемым. На фронте фазового перехода с учетом сравнительно малой скорости его движения задается нулевая нормальная скорость фильтрации.

В мерзлой зоне задается начальная температура $T_f = T_- = \text{const}$.

В талой зоне уравнение конвективного переноса тепла записано в квазистационарной форме с учетом того, что температурное поле при фильтрации релаксирует много быстрее, чем в режиме теплопроводности. В этой постановке задания начальной температуры в талой зоне не требуется.

На фиг. 1 отрезок AB отвечает поверхности основания в верхнем бьефе, отрезок BC – подошве противофильтрационного элемента, отрезок CD – поверхности основания в нижнем бьефе.

Граничные условия выражают задание напоров и температур в верхнем и нижнем бьефе. Границы расчетной области $A FH$ и $DE G$ выбираются на достаточном удалении, чтобы влияние фильтрации на них не сказывалось. На участках границы AF и DE задаются квазистационарные профили температуры, отвечающие текущему положению границы оттаивания, в соответствии с квазистационарной формой уравнения (1.2) (по аналогии с тем, как это принято в известном решении Лейбензона задачи Стефана [16]).

На удаленных границах EG , GH и HF задается условие отсутствия нормального теплового потока. Аналогичное граничное условие задается и по подошве противофильтрационного элемента BC .

Таким образом, граничные условия для расчетной схемы фиг. 1 имеют вид

$$\begin{aligned} AB: \quad H = H_1, \quad T_t = T_+; \quad BC: \quad \partial_n H = 0, \quad \partial_n T_t = 0 \\ CD: \quad H = H_2, \quad T_t = T_+; \quad DE: \quad H = H_2, \quad T_t = T_+ - y / y_*(T_+ - T_*) \\ EG + GH + HF: \quad \partial_n T_f = 0; \quad AF: \quad H = H_1, \quad T_t = T_+ - y / y_*(T_+ - T_*) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь H_1 – уровень воды в верхнем, а H_2 – в нижнем бьефе, T_+ – температура воды (принимаемая одинаковой в верхнем и нижнем бьефе); y_* – глубина оттаивания основания в сечениях AH и DG .

2. Метод численного решения. Уравнения (1.1)–(1.4) решаются методом конечных разностей (методом контрольного объема) на подвижной четырехугольной неортогональной сетке, конструкция которой ясна из фиг. 1. Узлы сетки перемещаются по системе неподвижных лучей и делят их отрезки, заключенные в пределах расчетной области, в заданном отношении.

Конечно-разностная аппроксимация исходных уравнений строится методом баланса потоков тепла и массы по сеточным ячейкам [15]. Для этого элементарные

четырёхугольные ячейки подразбиваются дополнительно на треугольники диагоналями, идущими "из нижнего левого угла в правый верхний" (фиг. 1), и в каждом из треугольников из середины построенной диагонали проводятся две средние линии. В результате вокруг каждого узла сетки (i, k) образуется сеточная ячейка $V = V(i, k)$.

Для стационарных уравнений (1.1), (1.2) баланс потоков тепла и массы записывался в соответствии с теоремой Гаусса – Остроградского, для фиксированной текущей (мгновенной) конфигурации сетки. Для нестационарного уравнения (1.3) баланс потоков тепла также записывался в соответствии с теоремой Гаусса – Остроградского, однако учитывалось движение (перемещение) сеточной ячейки в пределах временного шага. Для этого использовалась формула дифференцирования интеграла по подвижному объёму [17]. Для нестационарного уравнения (1.3) использовалась полностью неявная схема Кранка – Николсона [18, 19].

В результате конечно-разностной аппроксимации исходные уравнения приводятся на каждом временном слое к системам линейных алгебраических уравнений

$$A\mathbf{H} = \mathbf{f}, \quad \mathbf{B}_t \mathbf{T}_t = \mathbf{g}_t, \quad \mathbf{B}_f \mathbf{T}_f = \mathbf{g}_f \quad (2.1)$$

где \mathbf{H} , \mathbf{T}_t и \mathbf{T}_f – векторы неизвестных значений искомых функций (напора и температуры в талой и мерзлой зонах) в узлах сетки; A , \mathbf{B}_t и \mathbf{B}_f – матрицы; \mathbf{f} , \mathbf{g}_t и \mathbf{g}_f – векторы правых частей.

Матрицы A , \mathbf{B}_t и \mathbf{B}_f ленточные. В памяти ЭВМ хранятся ленты этих матриц.

Таким образом, на каждом временном слое по известному положению границы оттаивания генерируется расчетная сетка, подсчитываются сеточные параметры (длины ребер сетки, углы между ребрами, объемы сеточных ячеек), формируются и решаются конечно-разностные уравнения для напора и температур в талой и мерзлой зонах, находятся поля искомых функций на сетке и вычисляется перемещение границы. Матричные уравнения (2.1) решаются методом исключения Гаусса. Расчет перемещения границы оттаивания выполняется по методике [11].

На основе описанной методики разработан комплекс программ на языке Фортран для ЕС ЭВМ и для персональных компьютеров. Правильность работы программ подтверждена сравнением результатов расчетов с известными аналитическими решениями задач фильтрации [20] и задачи Стефана [16], а также сравнением с данными лабораторных экспериментов [9].

3. Результаты расчетов. Определяющими критериями в рассматриваемых задачах являются следующие безразмерные параметры:

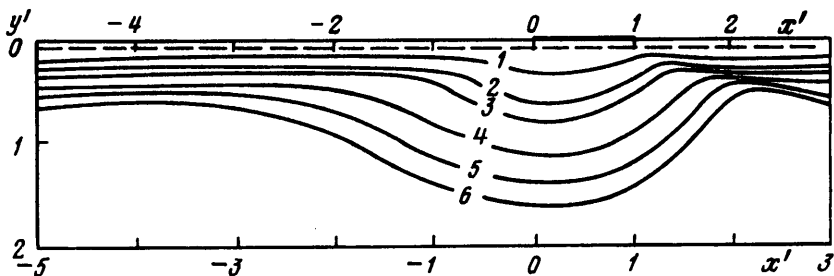
$$Pe = \frac{c_0 \Delta H k}{\lambda_t}, \quad Fo = \frac{\lambda_t t}{c_t L^2}, \quad Ko = \frac{\varphi r w}{c_t (T_+ - T_*)}, \quad \theta = \frac{\lambda_f (T_* - T_-)}{\lambda_t (T_+ - T_*)}, \quad A = \frac{\lambda_f c_t}{\lambda_t c_f}$$

Здесь Pe , Fo , Ko – соответственно числа Пекле, Фурье, Коссовича, θ – температурный фактор, A – соотношение коэффициентов теплопроводности мерзлого и талого грунта, $\Delta H = H_1 - H_2$ – действующий напор, L – ширина противоталочного элемента по основанию ($L = |BC|$). Другие обозначения введены выше.

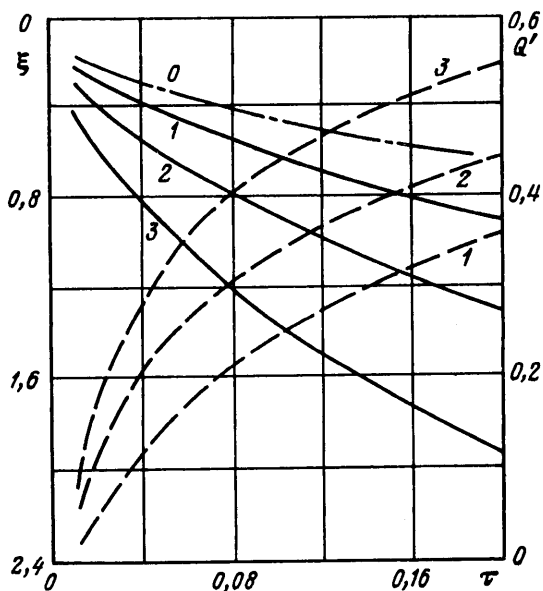
Для расчетной схемы фиг. 1 были выполнены две серии расчетов. В первой серии начальная температура мерзлого основания полагалась равной T_* – температуре таяния льда в порах грунта. Тем самым исключались из рассмотрения процессы перераспределения тепла в мерзлой части основания, но учитывалась скрытая теплота таяния льда в порах грунта. В этом случае система определяющих критериев сокращается до двух – числа Пекле и безразмерного времени

$$\tau = \frac{Fo}{Ko} = \frac{\lambda_t t (T_+ - T_*)}{L^2 \varphi r w}$$

а температурный фактор $\theta = 0$.



Фиг. 2. Положение границы оттаивания в безразмерных координатах $x' = x/L$, $y' = y/L$ при $\tau = 0,01; 0,03; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2$ (кривые 1–6), штриховая линия – начальная глубина талого слоя. $Re = 500$



Фиг. 3. Зависимость от времени максимальной глубины оттаивания ξ и расхода фильтрации Q' (в безразмерных переменных) для $Re = 50, 200, 500$ (кривые 1–3), линия 0 – глубина оттаивания при отсутствии фильтрации

Расчеты проведены при значениях числа Пекле $Re = 50, 100, 200, 500$ и 1000 . Это охватывает, например, величины действующих напоров до 30 м при значениях коэффициента фильтрации до 1 м/сут.

На фиг. 2 показаны полученные в результате расчетов картины передвижения границы оттаивания в основании плотины в различные моменты безразмерного времени τ при $Re = 500$. Положения границы оттаивания даны в безразмерных координатах $x' = x/L$, $y' = y/L$. Начальная глубина талого слоя во всех вариантах принималась равной $0,1L$.

Под действием фильтрации основание оттаивает неравномерно. Наибольшая скорость и глубина оттаивания основания – в сечении $x' = 0$ под носком противофильтрационного элемента, где фильтрация наиболее активна. Глубина оттаивания

уменьшается в направлении верхнего и нижнего бьефа. Область влияния фильтрационного потока смещена в сторону верхнего бьефа и в течение расчетного периода времени распространяется в этом направлении на 3–4 единицы ширины противофильтрационного элемента. В сечениях, отстоящих от носка противофильтрационного элемента более чем на 3–4 единицы, влияние фильтрации при $\tau < 0,2$ не сказывается и глубина оттаивания определяется только кондуктивной теплопроводностью.

В процессе оттаивания основания за противофильтрационным элементом в районе выхода фильтрационного потока в нижний бьеф образуется характерный "бугор" мерзлого грунта. Образование этого бугра связано с тем, что в этой области направление переноса тепла конвективным потоком противоположно направлению переноса тепла кондуктивной теплопроводностью. Положение и очертания бугра изменяются со временем.

На фиг. 3 в безразмерных переменных показана зависимость от времени максимальной глубины оттаивания основания в сечении $x' = 0$. Для сравнения показана зависимость от времени глубины оттаивания ложа водохранилища в режиме кондуктивной теплопроводности при отсутствии фильтрации, по решению Лейбензона задачи Стефана [16] (кривая 0).

Данные фиг. 3 показывают, что скорость и глубина оттаивания возрастают при увеличении числа Пекле (напора или коэффициента фильтрации). Так, при значении $Pe = 50$ максимальная глубина оттаивания лишь на 20–30% превышает глубину оттаивания ложа водохранилища в режиме кондуктивной теплопроводности. При значении $Pe = 1000$ максимальная глубина оттаивания приблизительно втрое превышает глубину оттаивания ложа в режиме кондукции. При значениях числа Пекле, меньших 50, влияние фильтрации на оттаивание основания малоощутимо и ею можно пренебречь, рассчитывая глубину оттаивания по известным решениям классической задачи Стефана [16].

На фиг. 3 штриховыми линиями показана также зависимость от времени безразмерного приведенного расхода фильтрации в основании $Q' = Q/(k(H_1 - H_2))$, где Q – размерная величина расхода на 1 м длины плотины.

Во второй серии расчетов оценивалось влияние кондуктивной теплопроводности в мерзлой части основания при задании в нем отрицательной начальной температуры. Использовалась полная система уравнений разд. 1. Расчеты были проведены при значениях $Pe = 500$ и $Ko = 10$; варьировались значения $\theta = 1; 2$ и $A = 1; 1,5$.

Расчеты показали, что очертания талой зоны качественно близки к тем, которые получены при нулевой температуре мерзлого основания (фиг. 2). Выяснилось, что при изменении параметров θ и A в рабочей области их значений отклонения в величине глубины оттаивания по сравнению со случаем нулевой начальной температуры мерзлого основания лежат в пределах 10–20%. Таким образом, с погрешностью 10–20% в сторону завышения глубины оттаивания очертания талой зоны могут быть построены с использованием результатов, полученных для случая нулевой начальной температуры мерзлого основания (фиг. 2).

Заключение. Для решения двумерных задач типа Стефана разработана численная модель с использованием четырехугольных неортогональных подвижных автоматически генерируемых сеток, отслеживающих положение и перемещение фронта фазового перехода. С использованием этой модели проведено моделирование процесса оттаивания многолетнемерзлого основания плотины с учетом конвективного переноса тепла в условиях фильтрации воды. Установлено, что наибольшая скорость и глубина оттаивания имеют место под носком противофильтрационного элемента плотины. У противоположного конца противофильтрационного элемента образуется бугор мерзлого грунта. В рассмотренном диапазоне изменения определяющих параметров очертания талой зоны с точностью до 10–20% в сторону завышения глубины могут быть получены, если считать начальную температуру основания нулевой.

С использованием разработанного метода были проведены расчеты оттаивания

мерзлых оснований грунтовых плотин и для ряда других расчетных схем, а также расчеты оттаивания мерзлого борта речной долины в месте примыкания к нему плотины в условиях обходной фильтрации. Метод применялся также для моделирования замораживания фильтрующего грунта однорядной системой замораживающих колонок и для расчетов консолидации (избыточного порового давления) оттаивающего основания плотины мерзлого типа. Во всех случаях численная модель демонстрировала работоспособность и эффективность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Богословский П.А.* Расчет многолетних изменений температуры земляных плотин, основанных на толще мерзлых грунтов // Тр. Горьк. инж.-строит. ин-та. 1957. Вып. 27. С. 123–178.
2. *Богословский П.А.* К термическому расчету фильтрующих земляных плотин // Тр. Горьк. инж.-строит. ин-та. 1959. Вып. 32. С. 49–62.
3. *Гоголев Е.С.* Расчет температурного состояния земляных фильтрующих плотин // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1970. № 5. С. 128–135.
4. *Ставровский А.П.* Температурное состояние оттаявшей части мерзлого борта речной долины в месте примыкания к нему фильтрующей плотины // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1974. № 9. С. 96–100.
5. *Шугаева Р.Т.* Учет фильтрации в расчетах на ЭЦВМ термического режима неоднородных грунтовых плотин // Изв. ВНИИ гидротехники им. Б.Е. Веденеева. 1981. Т. 151. С. 88–92.
6. *Февралев А.В., Янченко А.В.* Расчет температурного режима водосливной плотины и ее фильтрующего основания // Материалы конф. и совещаний по гидротехнике. Гидротехническое строительство в районах вечной мерзлоты и сурового климата. Л.: Энергия, 1979. С. 95–100.
7. *Февралев А.В.* Температурный расчет тела и фильтрующего основания бетонной плотины в системе криволинейных ортогональных координат // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1981. № 1. С. 105–110.
8. *Битюрин А.К., Хамзин И.М.* Расчет оттаивания берегового примыкания фильтрующей земляной плотины // Изв. вузов. Строительство и архитектура.
9. *Волков В.И.* Оттаивание оснований мелиоративных сооружений с плоским флютбетом при напорной фильтрации // Гидротехнические сооружения, строительная механика, основания и фундаменты: Тр. Моск. гидромелиоративн. ин-та. 1976. Т. 49. С. 26–34.
10. *Годунов С.К., Прокопов Г.П.* Об использовании подвижных сеток в газодинамических расчетах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1972. Т. 12. № 2. С. 429–440.
11. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. С.К. Годунова. М.: Наука, 1976. 400 с.
12. *Thompson J.F., Thames F.C., Mastin C.W.* Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies // J. Comput. Phys. 1974. V. 15. P. 299–319.
13. *Бакирова О.И.* О некоторых методах решения задачи Стефана // Дифференц. уравнения. 1983. Т. 19. № 3. С. 491–500.
14. *Ригер, Проян, Баряйс, Бер.* Теплопередача при плавлении в горизонтальной трубе // Теплопередача: Тр. Америк. о-ва инж.-механиков. 1983. Т. 105. № 2. С. 11–21.
15. *Фрязинов И.В.* Метод баланса и вариационно-разностные схемы // Дифференц. уравнения. 1980. Т. 16. № 7. С. 1332–1343.
16. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967. 599 с.
17. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1973. 536 с.
18. *Самарский А.А.* Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 552 с.
19. *Рихтмайер Р.Д., Мортон К.* Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972. 418 с.
20. *Полубаринова-Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.