

УДК 532.526.3.013.4 : 533.6.011.5

© 1997 г. А.В. КАЗАКОВ

## ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ЛИНИИ РАСТЕКАНИЯ СКОЛЬЗЯЩЕГО КРЫЛА

Представлены результаты расчетов характеристик устойчивости течения на линии растекания стреловидного крыла при до- и сверхзвуковых скоростях. Приведены нейтральные кривые для различных чисел Маха набегающего потока для скользящего крыла с углом стреловидности передней кромки  $\chi = 60^\circ$  и различных значений температуры поверхности. Показано, что увеличение числа Маха приводит к появлению второй области неустойчивости с характерными значениями волнового числа  $\alpha \approx 3-10$ . Нагрев поверхности стабилизирует возмущения, соответствующие волновым числам вблизи верхней ветви нейтральной кривой в основной области неустойчивости с  $\alpha \approx 3-10$ , в то время как охлаждение поверхности может приводить к противоположному эффекту.

Пограничный слой на линии растекания стреловидного крыла при больших числах Рейнольдса может оказаться неустойчивым и привести к переходу к турбулентному режиму обтекания непосредственно на передней кромке [1-2]. Первые результаты, касающиеся устойчивости ламинарного течения на линии растекания скользящего крыла в потоке несжимаемой и нетеплопроводной жидкости, получены в [3, 4]. Недавно проведены расчеты устойчивости ламинарного течения вязкого теплопроводного газа в пограничном слое на линии растекания скользящего крыла при дозвуковых скоростях внешнего невязкого потока [5, 6]. В настоящей работе рассматривается влияние числа Маха и температуры поверхности на характеристики устойчивости ламинарного течения вязкого теплопроводного газа на передней кромке скользящего крыла в до- или сверхзвуковом потоке при различных углах стреловидности крыла.

1. Рассматривается ламинарное течение вязкого теплопроводного газа на линии растекания скользящего крыла. Число Рейнольдса  $Re_\infty = \rho_\infty w_\infty l / \mu_\infty$ , построенное по параметрам набегающего потока, хорде профиля  $l$  и составляющей вектора скорости вдоль передней кромки крыла  $w_\infty = v_\infty \sin \chi$ , полагается большим, а вязкие эффекты учитываются только в узкой области пограничного слоя вдоль линии растекания крыла. Далее используются только безразмерные величины, для чего все линейные размеры отнесем к характерной длине  $l$ , плотность и коэффициент динамической вязкости – к своим значениям в набегающем потоке, компоненты вектора скорости – к скорости  $w_\infty$  на внешней границе пограничного слоя, направленной вдоль размаха крыла, давление – к величине удвоенного скоростного напора  $\rho_\infty w_\infty^2$ , энтальпию – к  $w_\infty^2$ . Предполагается, что толщина пограничного слоя на линии растекания мала по сравнению с радиусом кривизны поверхности вблизи передней кромки и в малой окрестности можно использовать декартову систему координат. Пусть оси  $x$  и  $z$  лежат в плоскости крыла, причем ось  $z$  направлена вдоль размаха и совпадает с линией присоединения невязкого потока, а ось  $y$  направлена перпендикулярно поверхности в сторону ее внешней нормали. В вязкой области течения, имеющей толщину порядка

$\Delta = (\mu_e/\rho_e)^{1/2} (\text{Re}_\infty du_e/dx)^{1/2}$  [3–6], удобно ввести следующие переменные:

$$x = \Delta x_1, \quad y = \Delta y_1, \quad z = \Delta z_1, \quad t = \Delta t_1$$

$$u = x_1 \left( \frac{U_0(y_1)}{R} + u_1(t_1, y_1, z_1) + \dots \right), \quad v = \frac{V_0(y_1)}{R} + v_1(t_1, y_1, z_1) + \dots$$

$$w = W_0(y_1) + w_1(t_1, y_1, z_1) + \dots, \quad \rho = \rho_e (\rho_0(y_1) + \rho_1(t_1, y_1, z_1) + \dots) \quad (1.1)$$

$$\mu = \mu_e (\mu_0(y_1) + \mu_1(t_1, y_1, z_1) + \dots), \quad h = H_0(y_1) + H_1(t_1, y_1, z_1) + \dots$$

$$p = p_e - \frac{\rho_e x_1^2}{2R^2} + \rho_e p_1(t_1, y_1, z_1) + \dots, \quad R = \left( \frac{\rho_e}{\mu_e} \right)^{1/2} \left( \text{Re}_\infty \left( \frac{du_e}{dx} \right)^{-1} \right)^{1/2}$$

Здесь функции течения с индексом 0 соответствуют основному невозмущенному течению в пограничном слое на линии растекания, величины с индексом 1 – их бесконечно малым возмущениям,  $R$  – число Рейнольдса, построенное по параметрам потока на внешней границе вязкой области течения и характерной толщине пограничного слоя на линии растекания  $\Delta L$ . Основное невозмущенное течение в пограничном слое описывается системой уравнений, приведенной в [5, 6]. Решение системы уравнений для возмущенного течения, полученной при подстановке разложений (1.1) в систему уравнений Навье – Стокса, будем искать в виде волн, распространяющихся вдоль передней кромки крыла

$$(u_1, v_1, w_1, \rho_1, H_1, p_1) = (u'_1, v'_1, w'_1, \rho'_1, H'_1, p'_1) \exp[i(\alpha z_1 - \omega t_1)]$$

Для комплексных значений амплитуд возмущений, зависящих только от координаты  $y_1$ , получается система обыкновенных дифференциальных уравнений с нулевыми граничными условиями. Система уравнений, опуская штрих над комплексными амплитудами возмущенных функций течения, может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\gamma}{\gamma-1} (-i\omega + i\alpha W_0)(p_1 - H_1) + H_0 \frac{d\rho_0}{dy_1} + h_e \left( u_1 + \frac{dv_1}{dy_1} + i\alpha w_1 \right) = 0 \\ & \rho_0 (-i\omega + i\alpha W_0) u_1 + \rho_0 \left( \frac{2u_1 U_0}{R} + \frac{V_0}{R} \frac{du_1}{dy_1} + \frac{v_1}{R} \frac{dU_0}{dy_1} \right) = \\ & = \frac{1}{R} \left( \mu_0 \frac{d^2 u_1}{dy_1^2} - \alpha^2 \mu_0 u_1 + \frac{d\mu_0}{dH_0} \frac{dH_0}{dy_1} \frac{du_1}{dy_1} \right) \quad (1.2) \\ & \rho_0 (-i\omega + i\alpha W_0) v_1 + \rho_0 \left( \frac{V_0}{R} \frac{dv_1}{dy_1} + \frac{v_1}{R} \frac{dV_0}{dy_1} \right) = -\frac{dp_1}{dy_1} + \\ & + \frac{1}{R} \left( \frac{4}{3} \mu_0 \frac{d^2 v_1}{dy_1^2} - \alpha^2 \mu_0 v_1 + \frac{1}{3} \mu_0 \left\{ \frac{du_1}{dy_1} + i\alpha \frac{dw_1}{dy_1} \right\} + \right. \\ & \left. + \frac{d\mu_0}{dH_0} \left[ i\alpha h_1 \frac{dW_0}{dy_1} - \frac{2dH_0}{3dy_1} \left\{ u_1 - 2 \frac{dv_1}{dy_1} + i\alpha w_1 \right\} \right] \right) \\ & \rho_0 (-i\omega + i\alpha W_0) w_1 + \rho_0 \left( \frac{V_0}{R} \frac{dw_1}{dy_1} + v_1 \frac{dW_0}{dy_1} \right) + \frac{\rho_0 V_0}{Rh_e} \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dW_0}{dy_1} p_1 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\rho_0^2 V_0}{Rh_e} \frac{dW_0}{dy_1} h_1 = -i\alpha p_1 + \frac{1}{R} \left( \mu_0 \frac{d^2 v_1}{dy_1^2} - \frac{4}{3} \alpha^2 \mu_0 \nu_1 + \frac{1}{3} i\alpha \mu_0 u_1 + \right. \\
& \left. + \frac{1}{3} i\alpha \mu_0 \frac{dv_1}{dy_1} + \frac{d\mu_0}{dH_0} \left[ h_1 \frac{d^2 W_0}{dy_1^2} + \frac{dW_0}{dy_1} \frac{dh_1}{dy_1} + \frac{dH_0}{dy_1} \left\{ i\alpha \nu_1 + \frac{dw_1}{dy_1} \right\} \right] + \frac{d^2 \mu_0}{dH_0^2} \frac{dH_0}{dy_1} \frac{dW_0}{dy_1} h_1 \right) \\
& \rho_0 (-i\omega + i\alpha W_0) h_1 + \rho_0 \left( \frac{V_0}{R} \frac{dh_1}{dy_1} + \nu_1 \frac{dH_0}{dy_1} \right) + \frac{\rho_0 V_0}{Rh_e} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{dH_0}{dy_1} p_1 + \frac{\rho_0^2 V_0}{Rh_e} \frac{dH_0}{dy_1} h_1 = \\
& = -i\omega p_1 + \frac{V_0}{R} \frac{dp_1}{dy_1} + i\alpha W_0 p_1 + \frac{1}{R\sigma} \left( \mu_0 \frac{d^2 h_1}{dy_1^2} - \alpha^2 \mu_0 h_1 + \frac{d^2 \mu_0}{dH_0^2} \left( \frac{dH_0}{dy_1} \right)^2 h_1 + \right. \\
& \left. + 2 \frac{d\mu_0}{dH_0} \frac{dH_0}{dy_1} \frac{dh_1}{dy_1} \right) + \frac{2\mu_0}{R} \frac{dW_0}{dy_1} \left\{ i\alpha \nu_1 + \frac{dw_1}{dy_1} \right\} + \frac{1}{R} \frac{d\mu_0}{dH_0} \left( \frac{dW_0}{dy_1} \right)^2 h_1, \quad p_1 = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (\rho_0 h_1 + H_0 \rho_1)
\end{aligned}$$

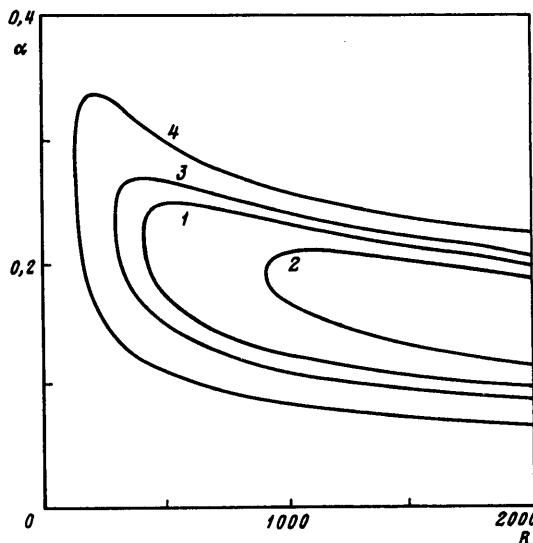
Во временной постановке линейной теории устойчивости задача сводится к отысканию комплексных значений частоты  $\omega = \omega_r + i\omega_i$  для заданных  $R$  и  $\alpha$ . Действительная часть  $\omega_r$  представляет собой частоту возмущения, а мнимая часть  $\omega_i$  дает нарастание ( $\omega_i > 0$ ) или затухание ( $\omega_i < 0$ ) волны во времени. Для поиска собственных значений полученной системы уравнений использовался алгоритм, описанный в [5, 6]. После преобразования системы дифференциальных уравнений к новым переменным единичный интервал области интегрирования разбивался на  $N$  равных отрезков, а производные заменялись соответствующими конечно-разностными аналогами второго порядка точности. В результате совместно с нулевыми граничными условиями на поверхности и внешней границе вязкой области получается система из  $5N$  алгебраических уравнений относительно  $5N$  неизвестных, которую можно представить в матричном виде

$$A\Phi = \omega B\Phi \quad (1.3)$$

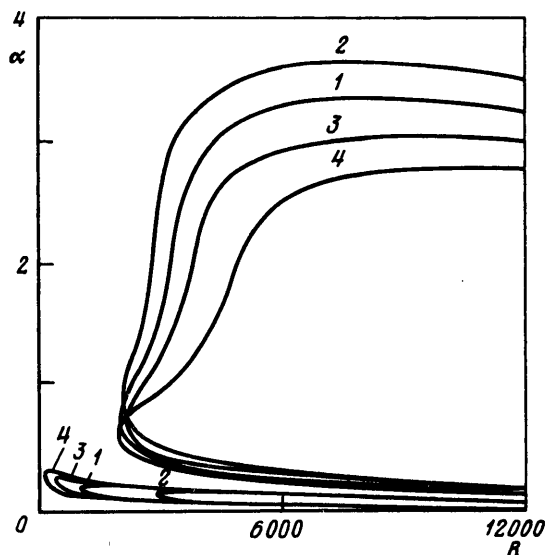
Здесь  $\omega$  – собственное значение системы,  $\Phi$  – соответствующее конечно-разностное представление собственной функции. Для определения собственных значений (1.3) использовался модифицированный метод, описанный в [5–7].

2. Проведены расчеты устойчивости ламинарного пограничного слоя на линии растекания скользящего крыла при угле стреловидности передней кромки  $\chi = 60^\circ$  для различных чисел Маха набегающего потока и температур поверхности передней кромки крыла. Значения температур отнесены к температуре набегающего потока  $T_\infty$ . Кривые нейтральной устойчивости на фиг. 1 соответствуют числу Маха в невязком потоке вдоль линии растекания  $M_e = W_e/a_e = 0,68$  ( $M_\infty = 0,8$ ) и различным температурам поверхности крыла. Охлаждение поверхности приводит, как это было показано в [5–6], к стабилизации течения в пограничном слое, а нагрев поверхности – к значительному уменьшению числа Рейнольдса потери устойчивости  $R_*$  и расширению диапазона волновых чисел, соответствующих неустойчивым возмущениям. Увеличение температуры поверхности до  $T_w = 1,4$  по сравнению со случаем теплоизолированной поверхности ( $T_w = T_e = 1,03$ ) приводит к уменьшению числа  $R_*$  более чем в 2 раза ( $R_* = 190$  при  $T_w = 1,4$  и  $R_* = 400$  при  $T_w = T_e$ ).

Нейтральные кривые на фиг. 2 соответствуют пограничному слою с практически звуковой скоростью на внешней границе  $M_e = 1,003$  ( $M_\infty = 1,2$ ,  $\chi = 60^\circ$ ) и различным температурам поверхности. Увеличение числа Маха и появление в пограничном слое области со сверхзвуковыми скоростями (по крайней мере вблизи внешней границы пограничного слоя) приводит к росту числа Рейнольдса  $R_*$  и некоторой стабилизации



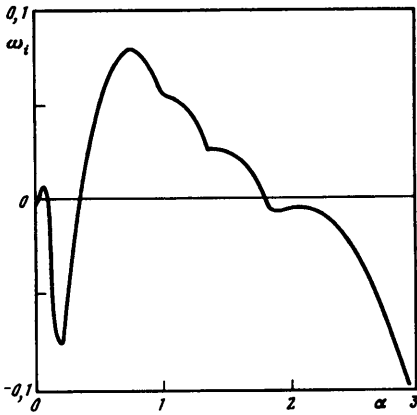
Фиг. 1. Нейтральные кривые 1-4 при числе  $M_e = 0,8$  для температур поверхности  $T_w = T_e$ ;  $T_w = 0,9; 1,2; 1,4$



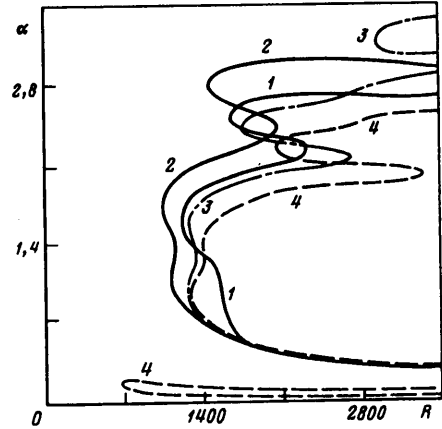
Фиг. 2. Нейтральные кривые 1-4 при числе  $M_e = 1,003$  для температур поверхности  $T_w = T_e = 1,07$ ;  $T_w = 0,95; 1,2; 1,4$

возмущений, соответствующих малым волновым числам  $\alpha < 0,1-0,5$ , и в то же время ведет к появлению новой области неустойчивых возмущений для больших значений волнового числа  $0,3 < \alpha < 4,0$  по крайней мере в области больших чисел Рейнольдса  $R < 2500$ .

Эта вторая область неустойчивости, как показывают расчеты, соответствует более широкому диапазону волновых чисел  $\alpha$ , а максимальные инкременты нарастания  $\omega_i$  неустойчивых возмущений в ней могут в несколько раз превосходить соответ-



Фиг. 3. Скорость нарастания возмущений при  $R = 3000$ ,  $T_w = T_e = 1,07$  и  $M_e = 1,003$



Фиг. 4. Нейтральные кривые 1-5 при числе  $M_e = 1,303$  для температур поверхности  $T_w = T_e = 1,13; 0,9; 1,0; 1,2; 1,4$

ствующие значения в первой, более узкой области неустойчивости с относительно небольшими значениями волновых чисел  $\alpha < 0,2-0,5$ . Для иллюстрации на фиг. 3 приведена зависимость скорости нарастания возмущений  $\omega_1$  от волнового числа  $\alpha$  при фиксированном числе Рейнольдса  $R$ .

Вторая область неустойчивости при сверхзвуковых скоростях может стать определяющей при анализе устойчивости, расчете нарастания малых возмущений в пограничном слое на линии растекания и определении положения ламинарно-турбулентного перехода на стреловидных крыльях. Для автомоделных решений уравнений пограничного слоя на линии растекания, обладающим постоянными вдоль размаха крыла профилями скоростей и температуры (рассматривается стреловидное крыло бесконечного удлинения), наибольший практический интерес представляет анализ влияния температуры и других параметров в основном на величину числа Рейнольдса потери устойчивости  $R_*$ , так как в рассматриваемом случае ламинарное течение может оказаться устойчивым или неустойчивым сразу вдоль всей линии растекания и соответственно течение в пограничном слое станет либо полностью ламинарным, либо турбулентным.

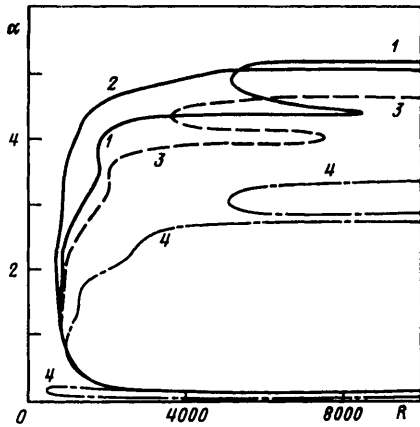
Нагрев поверхности до температур  $T_w > T_e = 1,07$  приводит к быстрому уменьшению Рейнольдса потери устойчивости  $R_*$  и расширению диапазона неустойчивых возмущений, соответствующих первой области неустойчивости (малые  $\alpha$ ). Такое поведение области неустойчивых возмущений для малых  $\alpha$  (фиг. 2) при увеличении температуры поверхности обтекаемого тела аналогично ее поведению при малых дозвуковых числах Маха (см. фиг. 1). В то же время нагрев обтекаемой поверхности приводит к стабилизации возмущений с большими значениями волнового числа, уменьшению диапазона неустойчивых возмущений во второй области неустойчивости. Число Рейнольдса потери устойчивости  $R_*$ , соответствующее этой области неустойчивости, практически не изменяется. Сокращение этого диапазона происходит в основном за счет значительного смещения верхней ветви нейтральной кривой в сторону меньших значений волновых чисел, в то время как положение нижней ветви изменяется мало. Во второй, гораздо более широкой области неустойчивости возмущения обладают значительно большими инкрементами нарастания во времени. Можно ожидать, что нагрев может приводить к некоторой стабилизации течения и затягиванию перехода на стреловидных крыльях, когда спектр начальных возмущений такой, что к переходу приводит рост возмущений, соответствующих второй основной области неустойчивости.

Кривые нейтральной устойчивости на фиг. 4 соответствуют различным температурам поверхности крыла с углом стреловидности  $\chi = 60^\circ$  при сверхзвуковой скорости набегающего потока  $M_\infty = 1,6$  ( $M_e = 1,303$ ). При нагреве поверхности до температур, не превышающих  $T_w = 1,2$ , возмущения, соответствующие основной области неустойчивости, стабилизируются (число Рейнольдса  $R_*$  возрастает), а дополнительная область неустойчивости при малых  $\alpha < 0,3-0,4$  не возникает. Однако, начиная с температуры  $T_w = 1,4$ , при малых  $\alpha$  вновь возникает узкая неустойчивая область со значительно меньшим по сравнению с основной областью  $\alpha \approx 1$  значением числа Рейнольдса потери устойчивости  $R_* \approx 600$  и очень узким диапазоном по  $\alpha$  ( $\Delta\alpha \approx 0,15-0,25$ ). Основная область неустойчивости при умеренных числах Рейнольдса представлена двумя независимыми областями, которые при увеличении числа Рейнольдса сливаются в единую область. Объединение областей неустойчивости в зависимости от температуры поверхности происходит в диапазоне чисел Рейнольдса  $2200 < R < 2800$ . При малых сверхзвуковых числах Маха  $M_e \leq 1,2-1,5$  основная область неустойчивости оказывается значительно более широкой, чем при  $M_e \leq 1,1$ . Возмущения, соответствующие основной области неустойчивости и большим значениям волнового числа, как правило, обладают большими инкрементами нарастания. Минимальное значение числа Рейнольдса  $R_*$  растет одновременно с увеличением числа Маха и при  $M_e > 1,5$  число Рейнольдса потери устойчивости определяется его значением второй, более широкой области неустойчивости.

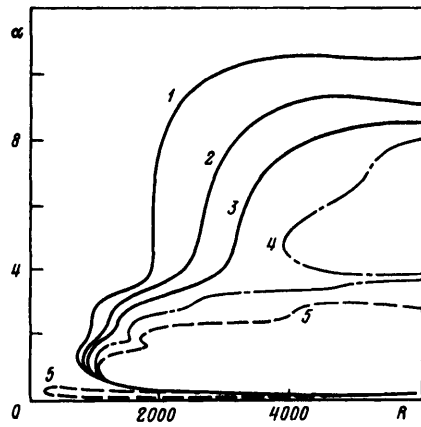
Результаты расчетов устойчивости пограничного слоя на линии растекания для числа Маха  $M_\infty = 2,5$  ( $M_e = 1,884$ ) и различных температур поверхности приведены на фиг. 5. При увеличении числа Маха  $M_e$  основная область неустойчивости расширяется в сторону больших волновых чисел и значения  $\alpha$ , соответствующие верхней ветви кривой нейтральной устойчивости, оказываются примерно равны 5–6. При умеренных значениях числа Рейнольдса  $R \approx 2000-5000$  область неустойчивости разделена на две части, причем подобласть с большими значениями волнового числа, как правило, имеет и большее значение числа  $R_*$ . Эти две подобласти можно, естественно, считать независимыми, однако, так как при больших числах Рейнольдса они сливаются, логично рассматривать основную область как единую неустойчивую область. При интенсивном нагреве поверхности до температуры 2,5 при малых числах  $\alpha$  возникает узкая область неустойчивости с  $R_*$ , как и в случае  $M_e = 1,303$ , значительно меньшим, чем у основной области неустойчивости с большими волновыми числами.

Нейтральные кривые на фиг. 6 показывают влияние нагрева поверхности на устойчивость пограничного слоя при числе Маха  $M_e = 2,15$  ( $M_\infty = 3$  при  $\chi = 60^\circ$ ), который приводит к стабилизации течения, так как одновременно с увеличением температуры уменьшается диапазон волновых чисел для неустойчивых возмущений основной области и, по крайней мере до температуры  $T_w \sim 3$ , наблюдается незначительный рост числа  $R_*$ . Как и в случае меньших чисел Маха, сужение основной области неустойчивости происходит в основном за счет стабилизации возмущений вблизи верхней ветви кривой нейтральной устойчивости. При больших температурах ( $T_w \geq 3,0$ ) положение меняется, так как на этих режимах снова возникает область неустойчивости с малыми значениями  $\alpha \approx 0,2-0,4$ . Несмотря на то что эта область очень узкая, число Рейнольдса потери устойчивости  $R_*$  в ней оказывается значительно меньше, чем в основной области, и нарастание возмущений в ней может вызвать более ранний переход к турбулентности.

**Заключение.** Проведенные исследования показывают, что при сверхзвуковых числах Маха на линии растекания скользящего крыла наблюдается появление по крайней мере двух первоначально независимых друг от друга областей неустойчивости. Затем они сливаются в одну область, спектр неустойчивых возмущений которой соответствует достаточно широкому диапазону волновых чисел 2–10. Область



Фиг. 5. Нейтральные кривые 1–5 при числе  $M_e = 1,884$  для температур поверхности  $T_w = T_e = 1,33$ ;  $T_w = 1$ ; 1,1; 1,5; 2,5



Фиг. 6. Нейтральные кривые 1–5 при числе  $M_e = 2,15$  для температур поверхности  $T_w = T_e = 1,146$ ;  $T_w = 1,8$ ; 2; 2,5; 3,5

неустойчивости с большими значениями  $\alpha$  появляется при значительных числах Рейнольдса и обладает большим значением числа  $R_*$ . Нагрев поверхности при сверхзвуковых скоростях приводит к стабилизации возмущений с этими значениями  $\alpha$  и некоторому увеличению числа  $R_*$  основной области неустойчивости. При значительном увеличении температуры поверхности наряду с основной областью неустойчивости вновь появляется область с малыми значениями  $\alpha$  и числом  $R_*$  меньшим, чем в основной области. Это показывает, что при определенном спектре начальных возмущений в набегающем потоке нагрев поверхности может приводить к стабилизации течения на линии растекания скользящего крыла, в особенности если учитывать, что при сверхзвуковых скоростях потока число Рейнольдса потери устойчивости для основной неустойчивой области значительно превосходит значение  $R_*$  при дозвуковых режимах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научно-технического центра в рамках проекта № 199.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Poll D.I.A.* Transition in infinite swept attachment line boundary layer // *Aeronaut. Quart.* 1979. V. 30. № 4. P. 607–629.
2. *Poll D.I.A.* Development of intermittent turbulence on a swept attachment line including the effects of compressibility // *Aeronaut. Quart.* 1983. V. 34. № 1. P. 1–23.
3. *Hall P., Malik M.R., Poll D.I.A.* On the stability of an infinite swept attachment line boundary layer // *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.* 1984. V. 395. № 1809. P. 229–245.
4. *Hall P., Malik M.R.* On the instability of a three-dimensional attachment-line boundary layer: weakly nonlinear theory and a numerical approach // *J. Fluid Mech.* 1986. V. 163. P. 257–282.
5. *Казаков А.В.* Влияние температуры поверхности на устойчивость пограничного слоя на линии присоединения скользящего крыла // *Изв. РАН. МЖГ.* 1990. № 6. С. 78–82.
6. *Kazakov A.V.* Influence surface heating on the stability of the swept attachment line boundary layer // *IUTAM Sympos. on Nonlinear Instability and Transition in 3D Boundary Layers.* Manchester, UK, 1995. P. 34–35.
7. *Malik M.R., Orszag S.A.* Efficient computation of the stability of three-dimensional compressible boundary layers // *AIAA Paper.* 1981. № 1227. 13 p.