

УДК 532.59 + 539.3 : 534.1

© 1997 г. А.В. МАРЧЕНКО

ДИФРАКЦИЯ ИЗГИБНО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН НА ЛИНЕЙНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ В ЛЕДЯНОМ ПОКРОВЕ

Исследуется зависимость коэффициентов отражения и прохождения изгибно-гравитационных волн через трещины и гряды торосов в упругом ледяном покрове от частоты и угла падения волн. Рассматривается случай бесконечно глубокой жидкости. Показано, что имеются углы падения, при которых волна проходит через трещину без энергетических потерь. Исследована структура частотного спектра волн, распространяющихся под ледяным покровом с большим числом трещин.

Данная работа является продолжением цикла работ [1–7] по теории изгибно-гравитационных волн в жидкости под ледяным покровом, моделирующимся тонкой упругой пластиной. Предполагается, что в ледяном покрове имеются точечные линейные неоднородности, моделирующие прямолинейные трещины и торосы. Термин "точечная линейная неоднородность" означает, что реальная неоднородность рассматривается как дополнительное граничное условие вдоль прямолинейной линии стыка ледяных полей. Это приближение является идеализацией исходной задачи и его можно использовать только при исследовании волн, длина которых много больше характерной ширины неоднородности.

Постановка рассматриваемых задач в случае жидкости бесконечной глубины сводится к решению уравнения Лапласа в полуплоскости с граничными условиями, имеющими особенности вдоль линий неоднородностей. В случае линейных волн решение получается методом Винера-Хопфа [8]. Этот метод применялся ранее к исследованию дифракции гидроакустической волны на трещине в упругой пластине, плавающей на поверхности бесконечно глубокой жидкости [9], и в задаче о дифракции поверхностной волны на кромке упругой пластины [10].

Метод Винера-Хопфа дает решение в аналитической форме, но его исследование связано со сложными вычислениями функций и интегралов, через которые выражается решение. Поэтому многие авторы отказываются от его использования и решают задачи численными методами, основанными на минимизации некоторых функционалов (см., например, [11]). Этот подход более прост с вычислительной точки зрения и оправдан, когда надо построить решение во всем объеме для определенных значений параметров падающей волны.

Если толщина ледяного покрова постоянна и линейные точечные неоднородности в нем параллельны, то использование метода Винера-Хопфа приводит к достаточно простому решению, выражающемуся через сумму фурье-интегралов от произведения полиномов третьего порядка на известные функции [3], входящие в дисперсионное соотношение. Коэффициенты полиномов находятся из граничных условий в местах контакта кромок льдин с неоднородностями и из асимптотических условий. Это решение непрерывно во всей области движения и в зависимости от соотношения между частотой и волновым числом вдоль направления неоднородностей экспоненциально затухает или имеет асимптотику плоской волны на бесконечности по горизонтальной координате, нормальной к направлению неоднородностей. В случае

затухания на бесконечности решение описывает краевые волны, распространяющиеся вдоль неоднородности [4, 6]. В обратном случае решение соответствует дифракции плоских волн, приносящих энергию из бесконечности, на неоднородностях. Исследованию закономерностей процесса дифракции посвящена данная работа.

В [5, 7] было показано, что при распространении плоских монохроматических волн в мелкой жидкости под упругой пластиной с бесконечным числом равноотстоящих друг от друга трещин в частотном спектре имеются запрещенные зоны. Если частота лежит в запрещенной зоне, то волна экспоненциально затухает при распространении подо льдом. Затухание связано с сильным рассеянием волновой энергии на кромках льдин. В реальной ситуации, когда ледяной покров состоит из областей, где среднее расстояние между трещинами различно, сильное рассеяние на неоднородностях испытывают все волны, частота которых лежит правее границы первой запрещенной зоны. Распространяться без затухания могут только волны, частота которых расположена в интервале между нулем и левой границей первой запрещенной зоны. Оценка граничной частоты показала, что сильное рассеяние могут испытывать волны с частотами ветровых волн и зыби. Исследования, проводимые в данной работе, позволяют обобщить этот результат на случай бесконечно глубокой жидкости.

1. Уравнения и граничные условия. Линеаризованные уравнения, описывающие движение жидкости бесконечной глубины под упругой пластиной, имеют в безразмерных переменных вид [2]

$$\left(\Delta + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi = 0, \quad z < 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \eta + D \Delta^2 \eta = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad z = 0$$

$$\varphi \rightarrow 0, \quad z \rightarrow \infty; \quad \Delta = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2}$$

$$D = \frac{E_y h^3}{12 \rho g (1 - \nu^2) l^4} \quad (1.2)$$

Здесь x, y и z – горизонтальные и вертикальная координаты, t – время, φ – потенциал скоростей в жидкости, η – возвышение поверхности жидкости над горизонтальным положением равновесия. Параметр D характеризует жесткость упругой пластины, E_y, ν, h – модуль Юнга, коэффициент Пуассона и толщина пластины, ρ – плотность жидкости, l – характерный горизонтальный масштаб задачи. В тех случаях, когда характерный масштаб отсутствует в постановке задачи, l выбирается из условия $D = 1$.

В уравнения (1.1) входит только один безразмерный параметр D , зависящий от комбинации модуля Юнга E и безразмерного коэффициента Пуассона ν , а уравнения теории упругости в безразмерных переменных содержат два параметра, пропорциональных E_y и ν . Это связано с приближениями, в которых выводится уравнение тонкой упругой пластины. Плотность свободной энергии пластины F имеет вид [12]

$$F = \frac{D}{2} \left[(\Delta \eta)^2 + 2(1 - \nu) \left[\left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right] \right] \quad (1.3)$$

и зависит от двух параметров D и $D(1 - \nu)$. Член, пропорциональный второму параметру, имеет дивергентный вид, если $D(1 - \nu) = \text{const}$, и поэтому не дает вклада в уравнения (1.1). Влияние второго параметра проявляется в граничных условиях на краю пластины, так как он входит в выражения для перерезывающих сил и

изгибающих моментов. Как будет видно из дальнейшего, влияние коэффициента Пуассона приводит к эффекту немонотонной зависимости коэффициентов отражения и прохождения изгибно-гравитационных волн через неоднородности в упругой пластине. Заметим, что второе слагаемое в выражении для плотности свободной энергии пропорционально произведению главных кривизн в пластине и отлично от нуля только при существенно двумерных деформациях изгиба. Это слагаемое является "источниковым" членом для деформаций растяжения срединной плоскости пластины в уравнениях Кармана – Фешля [12].

Плотность энергии E вертикального цилиндрического столба жидкости с упругой пластиной над ним в линейном приближении равна

$$E = \Pi + T + F, \quad \Pi = \frac{1}{2} \eta^2 \quad (1.4)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] dz$$

Из (1.1) и (1.4) вытекает следующая форма закона сохранения энергии:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \nabla \Pi, \quad \nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \quad (1.5)$$

$$\Pi = \int_{-\infty}^0 \nabla \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial t} dz + D \left(\Delta \eta \nabla \frac{\partial \eta}{\partial t} - \nabla \Delta \eta \frac{\partial \eta}{\partial t} + (1 - \nu) A \right) \quad (1.6)$$

$$A = \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial t} - \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t}, \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial t} \right)$$

Поток энергии, пропорциональный вектору A , определяется вторым слагаемым в выражении для свободной энергии (1.3) и связан с распространением энергии вынужденных деформаций растяжения срединной поверхности пластины под влиянием изгиба.

В теории волн малой амплитуды фундаментальное значение имеют решение уравнений (1.1) в виде монохроматических волн

$$\varphi = \frac{\eta_0 \gamma}{k} \sin(\mathbf{kx} - \gamma t) e^{kz}, \quad \eta = \eta_0 \cos(\mathbf{kx} - \gamma t) \quad (1.7)$$

$$\gamma^2 = k(1 + Dk^4), \quad k = |\mathbf{k}|, \quad \mathbf{x} = (x, y)$$

Вычислим осредненный поток энергии монохроматической волны с волновым вектором \mathbf{k} в направлении оси x . Из (1.7) имеем

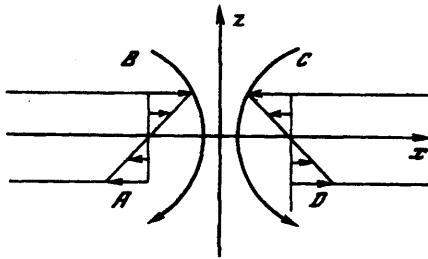
$$\frac{k_y}{2\pi} \int_0^{2\pi/k_y} \Pi_x dy = - \frac{\partial \gamma}{\partial k_x} \langle E \rangle \quad (1.8)$$

где $\langle E \rangle$ – осредненная по периоду энергия линейной волны

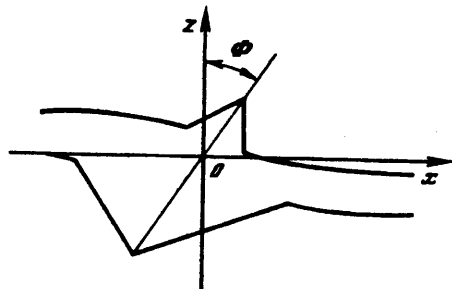
$$\langle E \rangle \equiv \frac{k}{2\pi} \int_0^{2\pi/k} E d\xi = \frac{\gamma^2}{2k} \eta_0^2 \quad (1.9)$$

где ξ – горизонтальная координата, отсчитываемая вдоль направления волнового вектора \mathbf{k} .

Из (1.8), (1.9) следует, что осредненный поток волновой энергии в произвольном направлении равен произведению средней энергии волны на проекцию ее групповой скорости в этом направлении.



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Схема области контакта между двумя льдинами. Криволинейные стрелки показывают положительное направление действия изгибающих моментов на гранях AB и CD ледяных пластин. Горизонтальные стрелки показывают направление действия соответствующих им внутренних напряжений в пластине

Фиг. 2. Схема крутильных колебаний гряды торосов в ледяном покрове

В данной работе рассматриваются задачи о дифракции монохроматических волн на прямолинейных неоднородностях в упругой пластине. Будет предполагаться, что диссипация энергии в рассматриваемой системе отсутствует. Полное решение задачи состоит из падающих, прошедших и отраженных монохроматических волн и возмущения, локализованного в окрестности неоднородности. Поэтому поток энергии волны, приносящей энергию на неоднородность, должен быть равен суммарному потоку энергии волн, уносящих энергию от неоднородности на бесконечность.

2. Контактно-граничные условия. Типичными примерами неоднородностей в ледяном покрове являются трещины и торосы. В большом числе случаев можно выделить два характерных горизонтальных масштаба трещин и торосов – длину и ширину, при этом длина много больше ширины. Поэтому при исследовании рассеяния изгибно-гравитационных волн с длинами, большими ширины неоднородностей и меньшими их длины, можно считать неоднородность "точечной" и поставить ей в соответствие некоторую кривую L в плоскости (x, y) . В данной работе будет исследоваться дифракция волн на линейных точечных неоднородностях, т.е. в случаях, когда L можно считать прямой линией, параллельной оси y .

На линии L должны выполняться контактно-граничные условия, которые зависят от структуры неоднородности и сводятся к заданию перерезывающих усилий, изгибающих моментов или вертикальных смещений краев льдин.

Рассмотрим этот вопрос подробнее. Пусть линейная неоднородность совпадает с осью y и занимает область между двумя прямолинейными краями льдин. На фиг. 1 изображено вертикальное сечение области контакта между льдинами. Тензор изгибающих и крутящих моментов и вектор перерезывающих сил в размерных переменных определяются формулами

$$M_{\alpha\beta} = \int_{-h/2}^{h/2} z \kappa_{\alpha\beta} dz, \quad F_{\alpha} = \int_{-h/2}^{h/2} \kappa_{\alpha z} dz, \quad (\alpha, \beta) = (x, y) \quad (2.1)$$

где $\kappa_{\alpha\beta}$ и $\kappa_{\alpha z}$ – компоненты тензора внутренних напряжений в пластине при ее изгибе. Величины M_{xx} , M_{yy} называются изгибными моментами и M_{xy} называется крутящим моментом. Заметим, что действие крутящих моментов на край пластины аналогично действию системы перерезывающих сил.

Используя гипотезу плоских сечений и закон Гука, находим [12], что с точностью до малых высшего порядка компоненты $M_{\alpha\beta}$ при малых прогибах тонкой пластины

определяются в безразмерных переменных формулами

$$M_{xx} = -D \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta, \quad M_{yy} = -D \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \eta \quad (2.2)$$

$$M_{xy} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \eta$$

Из уравнений равновесия пластины вытекают выражения для вектора перерезывающих сил

$$F_\alpha = \frac{\partial M_{\alpha x}}{\partial x} + \frac{\partial M_{\alpha y}}{\partial y} \quad (2.3)$$

Изгибный момент, действующий на край пластины с нормалью n , равен $M_{\alpha\beta} n_\alpha n_\beta$. Отсюда следует, что на края пластины AB и CD на фиг. 1 действуют моменты $M_{AB} = M_{CD} = M_{xx}$. Положительное направление действия этих моментов показано на фиг. 1 криволинейными стрелками. Перерезывающие силы, действующие на грани AB и CD , равны: $F_{AB} = -F_{CD} = F_x$. Положительные силы F_{AB} , F_{CD} действуют на грани AB , CD вертикально вверх.

Пусть деформация пластины вызывается внешними силами вертикального направления R_{AB} и R_{CD} , приложенными к граням AB и CD . В этом случае на гранях должны выполняться обобщенные граничные условия, определяющие суммарную величину перерезывающих сил и крутящих моментов

$$R_{AB} = F_{AB} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y}, \quad R_{CD} = F_{CD} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y}$$

Отсюда находим

$$R_{AB} = -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu' \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta, \quad R_{CD} = -R_{AB}, \quad \nu' = 2 - \nu \quad (2.4)$$

Из формул (2.2), (2.4) вытекает, что влияние коэффициента Пуассона в граничных условиях проявляется только в случае двумерных деформаций пластины. В случае одномерных деформаций уравнения движения и граничные условия зависят только от одного безразмерного параметра, характеризующего упругие свойства пластины, — ее жесткости D .

Далее приведем контактно-граничные условия, соответствующие прямолинейной трещине или гряде торосов, расположенным в малой окрестности прямой $x = 0$, $z = 0$. Контактные-граничные условия на берегах трещины существенно зависят от взаимодействия между гранями AB и CD . Если взаимодействие между ними отсутствует, то говорят о трещине со свободными краями. В этом случае на берегах трещины должно выполняться [2, 11]:

$$\lim_{x \rightarrow \pm 0} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu' \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \pm 0} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta = 0 \quad (2.5)$$

Если берега трещины не могут смещаться относительно друг друга, то контактно-граничные условия сводятся к [2]

$$\lim_{x \rightarrow \pm 0} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +0} \eta = \lim_{x \rightarrow -0} \eta \quad (2.6)$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu' \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu' \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta$$

Рассмотрим контактно-граничные условия в местах соединения ледяной пластины с грядой торосов, моделируемой тонким инерционным упругим стержнем, в невозмущенном состоянии совпадающим с прямой $x = 0, z = 0$. Предполагается, что между стержнем и краями пластин имеется соединение типа упругого шарнира. Деформация гряды торосов описывается функцией $\eta_0(y, t)$, характеризующей изгиб стержня, и функцией $\Phi(y, t)$, характеризующей поворот вертикального сечения стержня вокруг его оси (см. фиг. 2). Уравнения изгибных и крутильных колебаний тороса имеют в безразмерных переменных вид [6]

$$\mu_b \frac{\partial^2 \eta_0}{\partial t^2} + D_b \frac{\partial^4 \eta_0}{\partial y^4} = -R_{AB} - R_{CD}, \quad \mu_t \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - D_t \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -M_{AB} + M_{CD} \quad (2.7)$$

Здесь μ_b, μ_t – полная масса единицы длины тороса в направлении y и момент инерции полного сечения тороса относительно его центра тяжести, D_b, D_t – изгибная и крутильная жесткости тороса.

Контактно-граничные условия при $x \rightarrow \pm 0$ определяются непрерывностью смещения краев пластин и предположением, что между стержнем и краями пластины имеется соединение типа упругого шарнира [6]

$$M_{AB} = \alpha \left(\lim_{x \rightarrow -0} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \Phi \right), \quad M_{CD} = -\alpha \left(\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \Phi \right), \quad \lim_{x \rightarrow \pm 0} \eta = \eta_0 \quad (2.8)$$

Используя (2.7) и дифференцирование по t и y , можно исключить η_0 и Φ из (2.8). Поэтому число контактно-граничных условий на краях льдин вблизи точечной неоднородности всегда равно четырем, что совпадает с числом неизвестных констант в решении (см. разд. 3). Контактно-граничные условия (2.7), (2.6), (2.8) бездиссипационные, поэтому поток энергии должен сохраняться при переходе через плоскость $x = 0$.

3. Точное решение. Точное решение уравнений (1.1), описывающее дифракцию монохроматической волны на точечной линейной неоднородности, имеет вид [2]

$$\eta = e^{i\theta} \left[e^{-ik_0 x} + A_r e^{ik_0 x} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda P_3(k)}{\kappa(\gamma, \lambda)} e^{ikx} dk \right], \quad (3.1)$$

$$\lambda = \sqrt{k^2 + k_y^2}, \quad \kappa(\gamma, \lambda) = \gamma^2 - \lambda(1 + D\lambda^4), \quad \theta = \gamma - k_y$$

Здесь $\pm k_0$ – действительные корни дисперсионного соотношения $\kappa(\gamma, \lambda(k, k_y)) = 0$ при фиксированных γ, k_y . Подынтегральное выражение в (4.1) имеет на действительной оси k полюсы в точках $k = \pm k_0$. Полагается, что контур интегрирования обходит полюсы снизу. Решение (3.1) зависит от произвольного полинома третьего порядка по k с постоянными коэффициентами $P_3(k) = d_0 + d_1 k + d_2 k^2 + d_3 k^3$. Из (3.1) вытекает, что энергия приносится на неоднородность волной единичной амплитуды. Амплитуды отраженных и прошедших волн A_r, A , и коэффициенты d_i определяются из контактно-граничных условий и асимптотического условия при $x \rightarrow \infty$

$$\eta \approx A_r e^{i(\theta - k_0 x)}, \quad x \rightarrow \infty \quad (3.2)$$

Угол падения волны на неоднородность τ определяется соотношением $\cot \tau = k_0/k_y$. Таким образом, при задании угла падения волны τ и ее частоты γ волновые числа отраженных и прошедших волн определяются однозначно из дисперсионного соотношения. Дисперсионное соотношение имеет действительные и ненулевые корни $\pm k_0$ только в случае, если частота γ удовлетворяет условию $\gamma^2 > \gamma_*^2(k_y) \equiv k_y(1 + Dk_y^4)$. Заметим, что решение (3.1) зависит только от одного безразмерного параметра D .

Контактно-граничные условия (2.5), (2.6), (2.8) содержат дополнительные параметры, характеризующие свойства неоднородности.

Из закона сохранения энергии и выражения для потока энергии монохроматической волны (1.9) следует, что решение должно удовлетворять соотношению

$$1 = |A_r|^2 + |A_t|^2, \quad A_r A_t^* + A_r^* A_t = 0 \quad (3.3)$$

Индекс звездочка означает комплексное сопряжение.

Первое условие (3.3) вытекает из закона сохранения энергии в задаче о падении монохроматической волны, приходящей на неоднородность из $+\infty$ или $-\infty$ по x . Второе условие (3.3) вытекает из закона сохранения энергии в задаче о падении двух монохроматических волн с одинаковой частотой и амплитудой, приходящих с разных сторон на неоднородность.

Выполнение условий (3.3) могут служить критерием правильности численных расчетов по определению неизвестных постоянных в (3.1) из контактно-граничных условий. В дальнейшем величины $R = |A_r|^2$ и $T = |A_t|^2$ будем называть коэффициентами отражения и прохождения.

4. Численные исследования дифракции волны на одной неоднородности. Численные исследования проводились для типичных значений параметров ледяного покрова в естественных условиях [13]

$$E_y = 10^9 - 10^{10} \text{ Н/м}^2, \quad \nu = 0,3-0,4, \quad h = 1-3 \text{ м} \quad (4.1)$$

В качестве характерного масштаба длины выбиралась величина

$$l = \left(\frac{E_y h^3}{12\rho g(1-\nu^2)} \right)^{1/4} \approx 10-40 \text{ м} \quad (4.2)$$

Из (1.2) следует, что в этом случае $D = 1$.

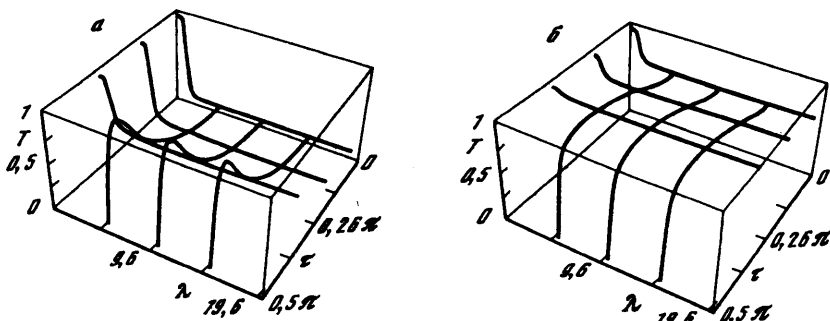
Параметры торося определяются формулами [6]

$$D_b = \frac{2E_b h_r^3 (\frac{1}{3}h_r + 2h)}{\rho g l^5}, \quad D_t = \frac{E_t h_r^4}{2\rho g l^5} \quad (4.3)$$

$$\mu_b = \frac{h_r(9h_r + 2h)}{l^2}, \quad \mu_t = \frac{2h_r^3(7h_r + \frac{1}{3}h)}{l^4}$$

Здесь E_b и E_t – модули Юнга при изгибных и крутильных деформациях торося. Очевидно, что эти величины не могут превосходить модуль Юнга льда, определяемого формулой (4.1). Высота торося над поверхностью ледяного покрова h_r обычно изменяется в пределах от 1 до 3 м. Если положить $E_y = 3 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$, $E_b = E_t = 10^9 \text{ Н/м}^2$, $h = 1 \text{ м}$, $h_r = 3 \text{ м}$, то для безразмерных параметров получим $D_b \approx 40$, $D_t \approx 10$, $\mu_b \approx 0,6$, $\mu_t \approx 0,05$. Именно для таких значений безразмерных параметров и проводились численные расчеты.

На фиг. 3, а представлена зависимость коэффициента прохождения волны через трещину с невзаимодействующими краями от угла падения τ и длины волнового вектора λ падающей волны. Угол τ отсчитывается от нормали к трещине. Поэтому если фронт волны параллелен трещине, то $\tau = 0$, и если волна бежит вдоль кромки, $\tau = \pm \pi/2$. На фиг. 3, а τ изменяется от 0 до $\pi/2$. Заметим, что при фиксированных λ и τ все параметры волны полностью определены. Видно, что достаточно быстро коэффициент прохождения выходит на асимптотику $T \approx T_{as}(\tau)$, $k > 2$. Функция $T_{as}(\tau)$ немонотонна и достигает максимума, близкого к единице, при $\tau = \tau_{\max} \approx 0,45\pi$. При $\tau = \pi/2$ и $\tau = 0$ соответственно выполняется $T = 0$ и $T_{as} \approx 0,1$.



Фиг. 3. Модуль коэффициента прохождения изгибно-гравитационной волны T через трещину со свободными краями (a) и с краями без относительных смещений (b) в зависимости от модуля волнового числа λ падающей волны и угла ее падения τ . Угол падения τ принимается равным нулю, если фронт волны параллелен трещине

На фиг. 3, b представлена зависимость коэффициента прохождения волны через трещину, края которой не могут смещаться относительно друг друга, от τ и k в тех же пределах, как и на фиг. 3, a . В этом случае $\tau_{\max} \approx 0,4\pi$ и $T(\pi/2) = 0$, $T_{as}(0) \approx 0,65$. Расчеты показывают, что при приближении угла τ к $\pi/2$ комплексная амплитуда отраженной волны A_r стремится к -1 и амплитуда прошедшей волны A_t — к 0 . Учитывая, что волновые векторы падающей и отраженной волн равны при $\tau = \pi/2$, получаем, что решение задачи стремится к нулю при $\tau \rightarrow \pi/2$.

Основными особенностями зависимостей $T(\tau, k)$ на фиг. 3 являются обращение T в нуль при $\tau = \pi/2$ и существование угла падения волны τ_{\max} , при котором коэффициент прохождения близок к единице (в расчетах получено максимальное значение $T \approx 0,999$). Рассмотрим подробнее эти эффекты. При стремлении угла τ к $\pi/2$ действительные корни дисперсионного уравнения $\chi(\gamma, \lambda(k, k_y)) = 0$ при фиксированных γ, k_y сливаются в нуль и падающая и отраженные волны становятся одинаковыми. При этом в знаменателе подынтегрального выражения (3.1) возникает неинтегрируемая особенность. Для ограниченности решения в этом случае необходимо потребовать, чтобы один из корней полинома $P_3(k)$ был равен нулю. Поэтому система контактно-граничных условий будет однородной (так же как в случае исследования краевых волн [3, 4]). Эта система может иметь нетривиальное решение лишь в точках γ_n , где соответствующий определитель обращается в нуль. В общем случае из этих точек на плоскости (γ, k_y) могут исходить дисперсионные ветви краевых волн [6].

В данном случае имеется только одна ветвь краевых волн, исходящая из нуля [4, 14]. Поэтому определитель не обращается в нуль при любых k_y и из контактно-граничных условий вытекает, что все постоянные в решении (3.1) равны нулю и решения, периодического вдоль трещины, не существует. В следующем разделе будет показано, что асимптотика решения задачи о падении волны на полубесконечную трещину, перпендикулярную к фронту волны, дает равные нулю амплитуды волн в окрестности трещины и на больших расстояниях от ее кончика.

Существование угла τ_{\max} связано с влиянием коэффициента Пуассона в контактно-граничных условиях. Расчеты показывают, что если формально положить в контактно-граничных условиях $\nu = 1, \nu' = 1$, то зависимость $T(\tau)$ будет монотонной. Причем при фиксированном λ максимум T будет достигаться при $\tau = 0$ и $T \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \pi/2$. Контактно-граничные условия с $\nu = 1, \nu' = 1$ формально получаются из вариационного принципа, где в качестве плотности свободной энергии пластины рассматривается только первая часть выражения (1.3)

$$\delta \int F ds = 0, \quad F = \frac{D}{2} (\Delta \eta)^2$$

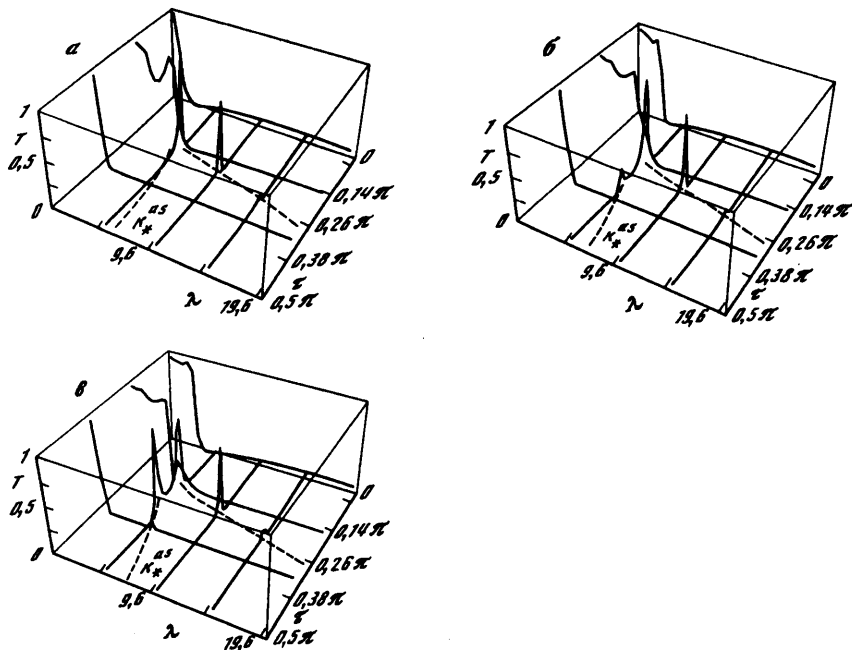
Таким образом, влияние коэффициента Пуассона в рассматриваемых случаях приводит к появлению углов падения волны на трещину, при которых не происходит отражения.

На фиг. 4 представлены расчеты коэффициента прохождения волны через гряды торосов для коэффициентов $\alpha = 10^{-5}, 10, 10^5$ соответственно. Гряда торосов фактически является системой трех связанных осцилляторов, определяющих изгибные колебания, крутильные колебания и шарнирные соединения с ледяной пластиной. Зависимость $T(\tau, k)$ отражает свойства взаимодействий этих осцилляторов и может быть достаточно сложной. К основным особенностям коэффициентов прохождения следует отнести следующее: T практически равно нулю при $\tau > 0,3\pi$; зависимость $T(\tau)$ при фиксированном k может иметь один или два резких локальных максимума, причем при увеличении k эти точки сдвигаются к оси $\tau = \pi/2$; зависимость $T(k)$ при $\tau = 0$ немонотонна. На оси k имеется точка, в которой коэффициент прохождения обращается в нуль. Поверхность $T(\tau, k)$ имеет два криволинейных ребра, которым соответствуют экстремумы кривых, получающихся в сечении этой поверхности вертикальными плоскостями, параллельными оси λ (см. фиг. 4). На фиг. 4,а ближний к началу координат экстремум не виден, так как является очень узким. Ребра поверхности $T(\tau, k)$ заканчиваются на вертикальной плоскости $\tau = \pi/2$, где они вырождаются в вертикальные отрезки, пересекающие ось λ в точках k_*^{as} и k_*^s . Примерный вид проекций гребней ребер показан на фиг. 4 пунктирной линией. Из рисунков видно, что гряда торосов намного сильнее отражает волны, чем трещины. В то же время при увеличении упругости шарнирной связи тороса с ледяной пластиной увеличивается коэффициент прохождения волн с малыми значениями угла τ .

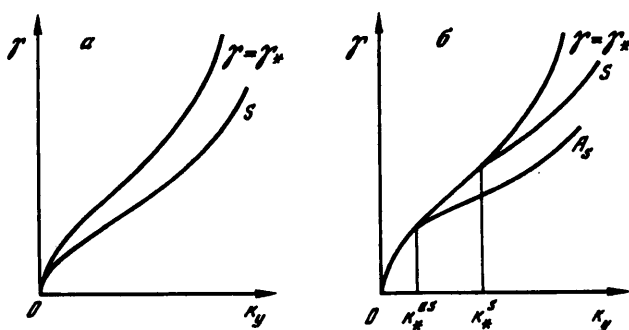
При исследовании собственных колебаний гряды торосов было показано [6], что в плоскости (γ, k_y) имеется дисперсионная ветвь антисимметричной краевой волны, исходящая из некоторой точки, лежащей на дисперсионной кривой, соответствующей плоской волне, бегущей вдоль тороса. Численные расчеты показывают, что начало дисперсионной кривой симметричной волны тоже находится на этой кривой. Поэтому на оси $\tau = \pi/2$ при $\lambda = k_*^{as}$ и k_*^s коэффициент прохождения обращается в единицу. Везде, кроме этой точки, коэффициент прохождения равен нулю при $\tau = \pi/2$.

Схема возможных волновых явлений в системе жидкость–упругая пластина с трещиной показана на фиг. 5,а и в системе жидкость–упругая пластина с грядой торосов – на фиг. 5,б. Если волновое число k_y и частота γ находятся в области между осью γ и кривой $\gamma = \gamma_*(k_y) \equiv \sqrt{|k_y|(1+k_y^4)}$, то имеются действительные волновые числа $\pm k_0$, являющиеся корнями дисперсионного уравнения $\kappa(\gamma, \lambda) = 0$ и соответствующие монохроматическим волнам, приносящим и уносящим энергию от неоднородности. Если $\gamma = \gamma_*(k_y)$, то в случае трещины не существует нетривиального решения, периодического вдоль оси y и во времени. В случае гряды торосов при $\gamma = \gamma_*(k_y)$ нетривиальное решение существует только при $k_y = k_*^{as}$ и $k_y = k_*^s$. При $\gamma^2 < \gamma_*^2(k_y)$ нетривиальное решение существует только вдоль некоторых кривых в плоскости (γ, k_y) , соответствующих краевым волнам. В случае трещины имеется только одна ветвь симметричных краевых волн, исходящая из начала координат. В случае гряды торосов имеются симметричная и антисимметричные ветви краевых волн, начинающиеся на кривой $\gamma = \gamma_*(k_y)$ при $k_y = k_*^s$ и $k_y = k_*^{as}$.

5. Дифракция волны на полубесконечной трещине. В разд. 4 было показано, что практически для любой точки, лежащей на кривой $\gamma_*(k_y)$, не существует ненулевого решения, периодического по t и y . Для более детального понимания этого результата рассмотрим задачу о падении монохроматической волны на полубесконечную трещину с невзаимодействующими краями, совпадающую с лучом $x = 0, y > 0$. Предполагается,



Фиг. 4. Модуль коэффициента прохождения изгибно-гравитационной волны T через гряду торосов в зависимости от модуля волнового числа λ падающей волны и угла ее падения для $\alpha = 10^{-5}$; 10 ; 10^5 (а, б, в соответственно)



Фиг. 5. Схема областей существования волновых движений различного типа в системах жидкость-ледяной покров с трещиной (а) и жидкость-ледяной покров с грядой торосов (б)

что фронт волны параллелен оси x . Построим приближенное периодическое во времени решение, описывающее рассматриваемый процесс достаточно далеко от начала трещины, где можно пренебречь радиальным возмущением от ее кончика. Из (3.1) следует, что выражение (5.1) для η есть решение системы (1.1)

$$\eta = \int \int_{-\infty}^{\infty} A(k, k_y) e^{i(kx + k_y y + \gamma(k, k_y) t)} dk dk_y + \int \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 d_f(k_y)}{\kappa(\gamma_0(k_y), \lambda)} e^{i(kx + k_y y + \gamma_0(k_y) t)} dk dk_y, \quad (5.1)$$

$$\gamma(k, k_y) = \lambda (1 + \lambda^4)$$

Предполагается, что функция $A(k, k_y)$ симметрична по k и отлична от нуля в

ε -окрестности точки $k = 0$, $k_y = k_0$. Функция $d_f(k_y)$ также отлична от нуля лишь в ε -окрестности $k_y = k_0$. Таким образом, формулы (5.1) с точностью до малых высшего порядка могут быть переписаны в следующей форме:

$$\eta = \zeta(X, Y) e^{i(k_0 y + \gamma_0 t)} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 d(Y)}{\kappa_0} e^{ikx} dk e^{i(k_0 y + \gamma_0 t)} \quad (5.2)$$

$$\lambda_0 = \sqrt{k^2 + k_0^2}, \quad \gamma_0 = \sqrt{\lambda_0(1 + \lambda_0^4)}, \quad \kappa_0 = \kappa(\gamma_0, \lambda_0), \quad X = \varepsilon x, \quad Y = \varepsilon y$$

Отсюда видно, что первая часть решения (5.2) описывает слабомодулированный волновой пакет монохроматических волн с фронтом, параллельным оси x , вторая часть решения (5.2) локализована вблизи прямой $x = 0$ и симметрична относительно нее. Параметр ε характеризует ширину спектра волнового пакета вблизи $k = k_0$.

Амплитуда пакета монохроматических волн с точностью до малых высшего порядка удовлетворяет уравнению [15]

$$\left(i \frac{\partial}{\partial Y} + \frac{\varepsilon}{2k_0^3} \frac{\partial^2}{\partial X^2} \right) \zeta = 0 \quad (5.3)$$

Уравнение (5.3) имеет автомодельное решение

$$\zeta = \left[(\zeta_0 - 1) \sqrt{\frac{k}{2\pi\varepsilon}} e^{-i\pi/4} \int_0^{\xi} e^{ik/2\varepsilon n^2} dn + \eta_0 \right] e^{i(k_0 y + \gamma_0 t)} \quad (5.4)$$

$$\xi = \frac{X}{\sqrt{Y}}$$

имеющее асимптоту $\eta \rightarrow 1$, $\xi \rightarrow \infty$.

Подставляя (5.2), (5.4) в контактно-граничные условия (2.5), находим

$$d = v' k_0^2 \sqrt{\frac{k_0 \varepsilon}{2\pi}} e^{-i\pi/4} \left[i \sqrt{Y} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^3 (k^2 + v' k_0^2)}{\kappa_0} dk - \frac{v'}{v} \sqrt{\frac{k_0 \varepsilon}{2\pi}} e^{-i\pi/4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 (k^2 + v' k_0^2)}{\kappa_0} dk \right]^{-1} \quad (5.5)$$

$$\zeta_0 = - \frac{d}{v k_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 (k^2 + v' k_0^2)}{\kappa_0} dk$$

При $Y \rightarrow \infty$ полученное решение стремится к нулю. Функция ζ постоянна на параболах $X = \sqrt{Y}$ и описывает волновой погранслоем около трещины.

Таким образом, показано, что воздействие трещины на волну с перпендикулярным к трещине фронтом сводится к сильному рассеянию волновой энергии вблизи трещины, что приводит к уменьшению амплитуды волны до нуля при удалении от кончика трещины.

6. Дифракция волны на нескольких неоднородностях. Решение задачи о дифракции волны на N неоднородностях может быть записано в виде [2], аналогичном (3.1)

$$\eta = e^{i\theta} \left[e^{-ik_0 x} + A_r e^{ik_0 x} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda}{\kappa(\gamma, \lambda)} \sum_{j=1}^N P_3^j(k) e^{ik(x-a_j)} dk \right] \quad (6.1)$$

$$P_3^j(k) = d_0^j + d_1^j k + d_2^j k^2 + d_3^j k^3$$

Здесь предполагается что все неоднородности параллельны оси y и совпадают с прямыми $x = a_j$. Легко видеть, что число неизвестных постоянных в решении на единицу превышает число контактно-граничных условий на всех неоднородностях и равно

$4N + 1$. Добавочное условие для полного определения всех постоянных в решении связано с заданием асимптотики при $x \rightarrow \infty$ и имеет вид (3.2).

Исследование решения (6.1) для большого числа трещин связано с вычислением большого числа интегралов в (6.1) и решением линейной системы уравнений высокого порядка для определения d_i^j , A_r . Проведение такого исследования имеет смысл только в том случае, если необходимо знание функции $\eta(t, x, y)$ в каждой точке x . Если же интересоваться только зависимостью коэффициентов отражения и прохождения от частоты или длины падающей волны, то можно использовать более простую процедуру их вычисления.

Предположим, что комплексные амплитуды отраженной A_r^{N-1} и прошедшей A_t^{N-1} волн через $N - 1$ неоднородность известны и расстояние между $N - 1$ и N неоднородностями равно l_{N-1} . В силу линейности рассматриваемых задач процессы отражения и прохождения волн через каждую неоднородность происходят независимо. Поэтому комплексные амплитуды отраженной A_r^N и прошедшей A_t^N волн через N неоднородностей одинакового типа определяются рядами

$$\begin{aligned} A_r^N &= A_r^{N-1} + (A_t^{N-1})^2 \exp(2ik_0 l_{N-1}) A_r^1 (1 + A_r^1 A_r^{N-1} \exp(2ik_0 l_{N-1}) + \\ &+ (A_r^1 A_r^{N-1} \exp(2ik_0 l_{N-1}))^2 + \dots) \\ A_t^N &= A_t^{N-1} A_t^1 \exp(ik_0 l_{N-1}) (1 + A_r^1 A_r^{N-1} \exp(2ik_0 l_{N-1}) + \\ &+ (A_r^1 A_r^{N-1} \exp(2ik_0 l_{N-1}))^2 + \dots) \end{aligned}$$

Вычисляя суммы геометрических прогрессий, находим

$$A_r^N = A_r^{N-1} + \frac{(A_t^{N-1})^2 \exp(2ik_0 l_{N-1}) A_r^1}{1 - A_r^1 A_r^{N-1} \exp(2ik_0 l_{N-1})} \quad (6.2)$$

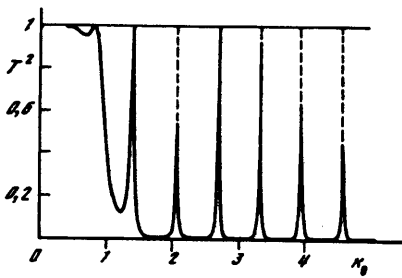
$$A_t^N = \frac{A_t^{N-1} A_t^1 \exp(ik_0 l_{N-1})}{1 - A_r^1 A_r^{N-1} \exp(2ik_0 l_{N-1})}$$

Рассмотрим подробнее прохождение волны через две одинаковые прямолинейные неоднородности, находящиеся на расстоянии l_1 друг от друга. В этом случае имеем

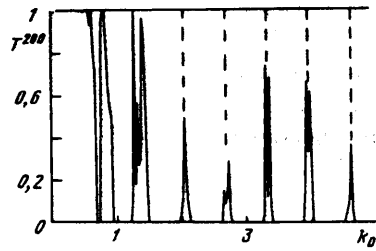
$$A_r^2 = A_r^1 + \frac{A_r^1 (A_t^1)^2 \exp(2ik_0 l_1)}{1 - (A_r^1)^2 \exp(2ik_0 l_1)}, \quad A_t^2 = \frac{(A_t^1)^2 \exp(ik_0 l_1)}{1 - (A_r^1)^2 \exp(2ik_0 l_1)} \quad (6.3)$$

При достаточно больших частотах коэффициенты A_r^1 , A_t^1 можно считать практически постоянными (см. разд. 4). В этом случае из (6.3) следует, что зависимость A_r^2 , A_t^2 от k_0 будет периодической. При этом амплитуда колебаний этих коэффициентов равна единице. Иными словами, существует счетное множество частот, на которых волны проходят через систему из двух неоднородностей без потери энергии, и счетное множество частот, при которых модуль коэффициента прохождения имеет локальный минимум.

На фиг. 6 представлена зависимость коэффициента прохождения монохроматической волны через две трещины со свободными краями от волнового числа k_0 . Предполагается, что фронт волны параллелен трещинам и расстояние между трещинами равно 2 в безразмерных переменных. Максимумы коэффициента прохождения при $k_0 \neq 0$ являются достаточно резкими, поэтому значение коэффициента прохождения близко к единице в очень малой окрестности экстремальной точки и для попадания в эту окрестность численные расчеты необходимо проводить с очень мелким шагом вдоль оси k_0 . По этой причине график $T^2(k_0)$ на фиг. 6, полученный с использованием



Фиг. 6



Фиг. 7

Фиг. 6. Зависимость $T(\lambda)$ при прохождении волны через две трещины. Непрерывные линии – расчетные. Пунктирные линии показывают, что модуль коэффициента прохождения доходит в экстремальных точках до единицы

Фиг. 7. Зависимость $T(\lambda)$ при прохождении волны через 200 трещин

численных расчетов зависимостей коэффициентов $A_{t,r}^1$ в дискретном наборе точек k_0 и последующим применением формул (6.3) в этих же точках, не доходит до единицы в точках максимумов.

Расчеты показывают, что в случае дифракции монохроматической волны на N трещинах, расстояния между которыми одинаковы, в окрестности локальных максимумов функции $|A_t^2(k_0)|$ при $k_0 \neq 0$ имеется $N - 1$ локальный максимум коэффициента прохождения волны через N трещин, где $|A_t^N(k_0)| = 1$, и соответственно $N - 2$ локальных минимума, причем в локальных минимумах значение $|A_t^N|$ больше нуля. Значения модуля вторых производных коэффициента прохождения по k_0 в этих экстремумах велико, т.е. экстремумы являются очень резкими. В окрестности локальных минимумов функции $|A_t^2(k_0)|$ имеется локальный минимум коэффициента прохождения через N трещин. Причем значения вторых производных от коэффициента прохождения по k_0 близки к нулю, т.е. эти локальные минимумы являются очень плавными.

На фиг. 7 представлен график зависимости коэффициента прохождения монохроматической волны $T^{200}(k_0) = |A_t^{200}(k_0)|^2$ через 200 параллельных трещин со свободными краями от k_0 . Полагается, что в безразмерных переменных расстояние между двумя соседними трещинами равно 5. По тем же причинам, что и в случае фиг. 6, зависимость $T^{200}(k_0)$ не доходит до единицы в точках максимумов. Видно, что в локальных минимумах модуль коэффициента прохождения близок к нулю, что соответствует практически полному отражению волны от системы трещин.

При распространении изгибно-гравитационных волн под периодически неоднородным ледяным покровом в частотном спектре формируются запрещенные зоны (см. [3, 5, 7]). Волны с частотами из запрещенных зон экспоненциально затухают при распространении под упругим ледяным покровом с бесконечной периодической системой трещин. Если частота волны не лежит в запрещенной зоне, то имеется периодическое во времени решение, описывающее распространение волны подо льдом без потерь энергии. В данной работе не рассматривается теория изгибно-гравитационных волн, распространяющихся под ледяным покровом с бесконечным числом неоднородностей. Однако результаты исследований для их конечного, но большого числа показывают, что формирование запрещенных зон в частотном спектре изгибно-гравитационных волн происходит и в бесконечно глубокой жидкости. Как видно из фиг. 7, запрещенные зоны образуются в окрестности точек локальных минимумов, где $|A_t^N(k_0)| = 0$.

В случае, когда расстояния между двумя ближайшими неоднородностями переменны, зависимость $T^N(k_0)$ не периодическая. При этом при увеличении N число локальных максимумов и минимумов на любом конечном отрезке на оси k_0 для достаточно больших k_0 также увеличивается. По-видимому, при стремлении $N \rightarrow \infty$ можно говорить лишь о вероятности распространения волны, частота которой лежит в заданном интервале, без потерь энергии.

Так как во всех случаях $T^N(0) = 1$, то достаточно длинные волны распространяются под неоднородным ледяным покровом без потерь энергии. Предположим, что в ледяном покрове имеются участки, на которых расстояния между двумя ближайшими неоднородностями примерно одинаковые, и на различных участках эти расстояния могут существенно различаться. Таким образом, на каждом участке существует некоторый характерный масштаб, равный, например, типичному размеру льдин на участке. Если число неоднородностей на одном участке достаточно велико, то можно положить, что волны с частотами из запрещенных зон, соответствующих этому участку, полностью рассеиваются на неоднородностях. Так как границы всех запрещенных зон могут существенно изменяться при переходе от участка к участку, то при прохождении изгибно-гравитационных волн через большое количество участков энергию сохраняют только волны с частотами, лежащими в интервале, левая граница которого равна нулю, а правая граница определяется минимальным значением координаты первой запрещенной зоны. Причем этот минимум должен вычисляться по всем параметрам, характеризующим неоднородный ледяной покров: средней толщине, жесткости, расстоянию между неоднородностями и т.д.

Численные оценки для ледяного покрова с трещинами показывают, что минимальное значение левой границы первой запрещенной зоны примерно определяется точкой $k_0 \approx 0,7$ (см. фиг. 7). Отсюда с использованием дисперсионного соотношения находим соответствующую безразмерную частоту $\gamma \approx 0,9$. В размерных переменных полный период волн Ω связан с γ формулой

$$\Omega = \frac{2\pi}{\gamma} \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Принимая для l оценки (4.2), находим, что полный период Ω изгибно-гравитационных волн, сильно рассеивающихся на трещинах, меньше 14 с. В разд. 5 было показано, что торосы более сильно рассеивают энергию волн, чем трещины. Поэтому оценки для Ω , учитывающие наличие востороженных участков ледяного покрова, могут дать периоды, превышающие 14 с. Таким образом, показано, что изгибно-гравитационные волны в бесконечно глубокой жидкости с периодами, меньшими 14 с, могут испытывать сильное рассеяние на большом числе трещин, имеющих в ледяном покрове.

Характерные периоды волн зыби и ветровых волн, в которых сосредоточена значительная часть волновой энергии океана, не превосходят 14 с [7]. Оценки, проведенные в данной работе, показывают что эти волны могут сильно рассеиваться при проникновении под ледяной покров, в прикромочной зоне которого всегда имеется большое число неоднородностей: трещин, полыней, каналов и т.п. Отметим, что теоретические оценки, проведенные в данной работе для бесконечно глубокой жидкости, подтверждают экспериментальные данные [16, 17] и дают те же характерные периоды сильно рассеивающихся волн, как и в случае мелкой жидкости [7]. Поэтому можно ожидать, что учет влияния конечности глубины не внесет существенного изменения в картину рассеяния.

Заключение. В работе исследована зависимость коэффициента прохождения изгибно-гравитационной волны через одну неоднородность от угла падения и длины волны. Зависимость коэффициента прохождения волны через трещину от угла падения не монотонная и имеется угол, при котором коэффициент прохождения близок к единице для волн произвольной частоты. Этот эффект связан с влиянием коэффициента

Пуассона льда на процесс отражения волны от трещины. Зависимость коэффициента прохождения волны через торос от частоты или угла падения более сложная и может иметь несколько экстремумов. Рассеяние волн на торосах более сильное, чем на трещинах.

При стремлении угла падения волны на неоднородность к $\pm \pi/2$ сумма отраженной и падающей волны стремится к нулю при удалении от неоднородностей. Поэтому в предельном случае невозможно построить ненулевое решение, периодическое по времени и координате, совпадающей с направлением неоднородности. Для интерпретации этого результата рассмотрено асимптотическое автоматическое решение задачи о падении волны на полубесконечную трещину, перпендикулярную к фронту падающей волны. Из анализа решения следует, что амплитуда волны вблизи трещины асимптотически стремится к нулю при удалении от кончика трещины. Поэтому можно сказать, что трещины в ледяном покрове гасят волны с фронтом, перпендикулярным к их направлению.

Исследовано рассеяние изгибно-гравитационных волн на большом числе параллельных неоднородностей в ледяном покрове. Численные оценки показывают, что в частотном спектре волн формируются запрещенные зоны. Если частота волны лежит в запрещенной зоне, то волна испытывает сильное рассеяние на большом числе неоднородностей, при этом ее амплитуда экспоненциально затухает. Первая запрещенная зона всегда отделена от нуля оси частот. Это означает, что длинные волны распространяются под ледяным покровом без значительных потерь энергии на рассеяние. Левая граница первой запрещенной зоны характеризует минимальную частоту изгибно-гравитационных волн, сильно рассеивающихся на неоднородностях.

Численные оценки левой границы первой запрещенной зоны показывают, что волны с частотами ветровых волн и зыби могут сильно рассеиваться на неоднородностях в ледяном покрове и поэтому не могут проникать далеко под лед. Результаты исследований согласуются с экспериментальными данными.

Автор благодарит А.Г. Куликовского за замечания по представленным в статье результатам.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-00991).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдштейн Р.В., Марченко А.В. Дифракция плоских гравитационных волн на кромке ледяного покрова // ПММ. 1989. Т. 53. Вып. 6. С. 924–930.
2. Марченко А.В. Дифракция поверхностных волн на трещине в ледяном покрове // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 2. С. 93–102.
3. Marchenko A.V. Spectrum of elastic-gravity waves in the sea under the ice cover // Bull. Russ. Acad. Sci. Physics / Supplement. Physics of Vibrations. 1994. V. 58. № 4. P. 220–235.
4. Марченко А.В., Семенов А.Ю. Вычисление определенных интегралов в методе Винера – Хопфа суммированием рядов по вычетам // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 1995. Т. 35. № 3. С. 445–452.
5. Marchenko A., Purini R., Voliak K. Filtering surface waves by ice floes // Proc. 13th Intern. Conf. on Port and Ocean Eng. under Arctic Cond. (POAK'95). St. Petersburg, 1995. V. 3. P. 134–142.
6. Марченко А.В. Собственные колебания гряды торосов в упругом ледяном покрове, плавающем на поверхности бесконечно глубокой жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 6. С. 99–105.
7. Марченко А.В. О распространении волн зыби в неоднородном ледяном покрове // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 5. С. 162–169.
8. Нобл Б. Применение метода Винера – Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 279 с.
9. Коузов Д.П. Дифракция плоской гидроакустической волны на трещине в упругой пластине // ПММ. 1963. Т. 27. Вып. 6. С. 1037–1043.

10. *Evans D.V., Davies T.V.* Wave-ice interaction // Rep. 1313. Davidson Lab. Stevens Inst. Technol. Hoboken. NJ. 1968.
11. *Squire V.A., Dugan J.P., Wadhams P., Rottier P.J., Liu A.K.* Of ocean waves and sea ice // Annu. Rev. Fluid Mech. 1995. V. 27. P. 115–168.
12. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 203 с.
13. *Богородский В.В., Гаврило В.П.* Лед. Физические свойства: Современные методы гляциологии. Л.: Гидрометеиздат, 1980. 384 с.
14. *Marchenko A.V.* Resonance excitation of waves in the ice channel // Bull. Russ. Acad. Sci. Physics / Supplement. Physics of Vibrations. 1996. V. 60. № 1. P. 1–12.
15. *Карпман В.И.* Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973. 175 с.
16. *Nagurny A.P., Korostelev V.G., Abaza V.P.* Wave method for evaluating the effective thickness of sea ice in climate monitoring // Bull. Russ. Acad. Sci. Physics / Supplement. Physics of Vibrations. 1994. V. 58. № 3. P. 168–174.
17. *Wadhams P., Stephen C.S. Wells.* Ice Surface Oscillation Measurements on SIMI Using Strain, Heave and Tilt Sensors // Proc. the Sea Ice Mechanics and Arctic Modelling Workshop, 1995. Anchoradge, Alaska, US.

Москва

Поступила в редакцию
13.II.1996