

УДК 533.6.011.55:533.6.011.8

© 1997 г. А.И. ЕРОФЕЕВ, В.П. ПРОВоторов

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИПЕРЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ТОНКИХ ТЕЛ ПОТОКОМ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

Методом прямого статистического моделирования Монте-Карло проведены многопараметрические расчеты гиперзвукового обтекания тонких заостренных конусов и клиньев потоком разреженного газа. На основании этих данных определены диапазоны применимости в переходной области критериев подобия, справедливых при гиперзвуковом обтекании тонких тел потоком вязкого газа. Рассмотрены некоторые обобщенные параметры, которые позволяют скоррелировать на тонких телах не только коэффициент полного сопротивления, но и местные аэродинамические характеристики.

Развитие гиперзвуковой авиации и ракетно-космической техники потребовало более глубокого изучения широкого круга проблем, связанных с исследованием влияния на аэродинамику и теплообмен реальных свойств газа, физико-химических превращений в потоке газа и на твердых границах и других особенностей обтекания летательных аппаратов. Одна из этих проблем обусловлена эффектами разреженности среды и имеет место в так называемой переходной области течения, которая простирается от сплошносредного до свободномолекулярного режимов течения. В аэродинамике прежде всего важно влияние разреженности среды на местные и суммарные аэродинамические характеристики и тепловые потоки, а также на область применимости различных критериев подобия. Последние определяют практически все аспекты численного и физического моделирования задач аэротермодинамики.

В настоящее время имеется большое число работ, посвященных как численному (см., например, [1–3]), так и экспериментальному исследованию (см., например, [4–6]) обтекания тел простой формы гиперзвуковым потоком разреженного газа. В первой группе работ численные результаты получены как на основании кинетического подхода – методом прямого статистического моделирования Монте-Карло, так и путем численного решения уравнений Навье–Стокса с граничными условиями скольжения и скачка температуры. При этом если в самых ранних работах в силу недостаточной мощности ЭВМ результаты были получены для относительно малых чисел Рейнольдса и надежные данные получены только для суммарных аэродинамических характеристик, то в более поздних работах эти результаты распространены на существенно ббльшие числа Рейнольдса и получены местные аэродинамические и тепловые характеристики обтекаемых тел. Во второй группе – экспериментальных работах – получены в основном суммарные аэродинамические характеристики, за достоверность которых говорят многочисленные сравнения как с результатами испытаний различных авторов, так и с численными данными, основанными на различных моделях среды.

В этих работах численные результаты и экспериментальные данные представлены в виде зависимостей либо от критериев подобия, полученных для случая обтекания тонких тел гиперзвуковым потоком вязкого газа [7, 8], либо – от основного параметра подобия в переходной области  $Re_0 = \rho_\infty U_\infty L / \mu_0$  [9]. Здесь  $\rho_\infty$ ,  $U_\infty$  – соответственно плотность и скорость невозмущенного потока,  $L$  – характерная длина,  $\mu_0$  – коэффициент вязкости, вычисленный при температуре торможения  $T_0$ .

Однако имеющиеся численные результаты не носят систематического характера и потому не могут служить базой данных при решении вопроса о диапазонах применимости критериев подобия. Что же касается экспериментальных данных, то надежные результаты (с погрешностью ~10%) получены пока только для суммарных аэродинамических характеристик. Местные же характеристики ( $C_p = 2(p - p_\infty)/\rho_\infty U_\infty^2$ ;  $C_h = 2q/\rho_\infty U_\infty^3$ ;  $p$  – давление,  $q$  – удельный тепловой поток) получены в достаточно широких диапазонах определяющих параметров, но с большей погрешностью (~30%) и потому они недостаточно надежны для определения области применимости параметров подобия.

В настоящей работе методом прямого статистического моделирования проведены многопараметрические расчеты обтекания разреженным газом тонких клиньев и конусов. На основании этих данных, которые получены для существенно большего диапазона чисел  $Re_0$ , чем в [4], определен диапазон применимости в переходной области классических критериев подобия, справедливых для сплошной среды и имеющих место при гиперзвуковом обтекании тонких тел, а также обобщенных корреляционных параметров, полученных для местных аэродинамических характеристик в [10], для коэффициента полного сопротивления – в [11].

1. Решение задачи проводилось методом прямого статистического моделирования, подробное описание которого дано в [12]. В этом методе течение разреженного газа моделируется движением ансамбля частиц в некоторой расчетной области. Расчетная область разбивается на ячейки, размер которых должен быть меньше местной длины свободного пробега частиц. В начальный момент времени область течения заполняется частицами, поступательные скорости и внутренняя энергия которых определяются по начальной функции распределения, как правило, соответствующей невозмущенному состоянию газа в потоке. Затем последовательно на каждом шаге по времени  $\Delta t$  проводятся свободное перемещение частиц и столкновение между ними, причем сталкиваться могут лишь частицы, находящиеся в одной геометрической ячейке. При движении частиц в расчетной области они могут сталкиваться с твердыми поверхностями, а также вылетать за пределы области. Вылетевшие частицы исключаются из дальнейшего рассмотрения, а на каждом временном шаге с границ области проводится вбрасывание частиц в соответствии с граничной функцией распределения. После некоторого числа шагов в системе устанавливается квазистационарное состояние, с этого момента производится сбор необходимой информации о полях течения, о потоках импульса и энергии на поверхности и других выходных параметрах задачи.

В данной работе решение проводилось одним из вариантов метода Монте-Карло [13]. Как показала практика (см., например, [14]), этот метод позволяет проводить расчеты с малым числом частиц, вплоть до числа частиц в невозмущенном потоке  $N_0 = 1$ . Это обстоятельство дает возможность уменьшить требования к оперативной памяти ЭВМ и при ограничениях на объем оперативной памяти проводить расчеты с большим числом ячеек, чем в случае  $N_0 \gg 1$ , а следовательно, при заданной величине оперативной памяти проводить расчеты при меньших числах Кнудсена.

Сечение столкновения определялось на основе модели сфер переменного диаметра [15, 16] для степенного потенциала взаимодействия частиц  $U(r) = A/r^s$ . Для этой модели зависимость коэффициента вязкости от температуры имеет вид  $\mu \sim T^\omega$ ,  $\omega = 0,5 + 2/s$ , а связь между средней длиной свободного пробега молекул и коэффициентом вязкости описывается соотношением

$$\lambda = \frac{16}{5\pi} \frac{\mu}{\rho} \sqrt{\frac{\pi}{2RT}} \left(1 - \frac{2}{3s}\right) \left(1 - \frac{1}{s}\right) \quad (1.1)$$

В дальнейшем принято  $s = 10$ ; при этом значении  $s$  зависимость  $\mu$  от  $T$  хорошо аппроксимирует температурную зависимость коэффициента вязкости азота в интервале

температур  $T = 300\text{--}20000$  К, где погрешность аппроксимации справочных данных [17] не превышает 6%.

Расчеты обтекания клина и конуса проводились по программам, предназначенным для моделирования двумерных и осесимметричных течений газа. В программе используются прямоугольные ячейки с постоянными шагами по осям. В осесимметричном случае для уменьшения числа частиц в поле течения используются весовые множители (см., например, [12]), так что частицы, вбрасываемые с границы, имеют вес, пропорциональный радиусу.

Одним из основных требований при применении метода Монте-Карло является выполнение условия  $h < \lambda$ , где  $h$  – размер ячейки,  $\lambda$  – местная средняя длина свободного пробега частиц, которая определяется согласно соотношению (1.1). Практика применения метода показала, что результаты расчетов не зависят от размеров ячейки при  $h < \lambda/3$ , кроме того, выяснилось, что такое жесткое требование необходимо выполнять в направлении наибольших градиентов функции распределения или ее моментов. Поскольку в различных зонах течения величины  $\lambda$  могут сильно различаться, то желательно иметь методику, позволяющую в процессе счета "подстраивать" расчетную сетку под местную длину свободного пробега частиц.

В данной работе такая "подстройка" проводится на основе расчетов поля плотности (см. также [18, 19]). Действительно, средняя длина свободного пробега частиц для модели сфер переменного диаметра в равновесных условиях  $\lambda \sim T^{2/5}/n$ , где  $n$  – плотность газа. Если температура в поле течения  $T > T_\infty$ , то для оценок можно принять, что  $\lambda = \lambda_\infty n_\infty/n$ , и использовать это соотношение для определения размеров ячеек. Адаптация размеров ячеек под поле плотности проводилась следующим образом: в начальный момент времени базовый размер ячейки устанавливался равным  $h$  и на текущей итерации определялось поле плотности; на следующей итерации в случае, если плотность газа в ячейке превышала  $n_* = 1,5n_\infty$ , проводилось дробление базовой ячейки в направлении той координатной оси, вдоль которой градиент плотности максимален. Если ячейка примыкала к твердой поверхности, то дробление проводилось по той координатной оси, вдоль которой максимальна проекция нормали к поверхности. Такое дробление в определенном смысле обеспечивало и адаптацию сетки к обтекаемым поверхностям. Как правило, 2–3 итераций бывает достаточно для получения сходящихся результатов.

Расчеты проводились для газа, имеющего вращательные степени свободы. Обмен энергией между поступательной и вращательной модами описывался моделью Ларсена–Боргнакке [20] с постоянным параметром  $\phi_0 = 2,06/Z_R$ , где  $Z_R = \tau_R/\tau_c$  – параметр релаксации,  $\tau_R$  – время вращательной релаксации,  $\tau_c$  – среднее время свободного пробега молекул. При проведении расчетов полагалось  $\phi_0 = 0,3$ , так что  $Z_R \approx 7$ .

В качестве граничных условий на поверхности принималось диффузное отражение с коэффициентом accommodations равным единице.

В процессе расчета вычислялись параметры газа в поле течения: плотность  $n$ , компоненты средней скорости  $U_i$ , поступательная  $T_{tr}$  и вращательная  $T_R$  температуры молекул. На поверхности клина (конуса) вычислялись потоки импульса и энергии

$$P_n = m \int \xi_n \xi_n f(\xi) d\xi, \quad P_\tau = m \int \xi_\tau \xi_n f(\xi) d\xi$$

$$Q = \int \left( \frac{m\xi^2}{2} + E_R \right) \xi_n f(\xi, E_R) d\xi dE_R \quad (1.2)$$

и значения плотности газа, тангенциальной скорости, поступательной и вращательной температур. Для получения безразмерных коэффициентов нормальной  $C_n$  и тангенциальной  $C_\tau$  компонент действующей на поверхность силы и теплового потока на поверхность  $C_h$  соответствующие величины, определяемые по (1.2), обезразмеривались на скоростной напор  $\rho_\infty U_\infty^2/2$  и  $\rho_\infty U_\infty^3/2$ .

Методические расчеты проведены на примере обтекания клина с углом полураствора  $\theta = 5^\circ$  и пластины под углом атаки  $\alpha = 5^\circ$  при  $Re_0 = 100$ ,  $M_\infty = 10$  и  $t_w = 0,1$ . Эти расчеты показали, что изменение сеточного числа  $Kn_h = \lambda_\infty/h$  в 2 раза ( $Kn_h = 1,5$  и 3) приводит к погрешности при вычислении локальных характеристик на поверхности, не превышающей 10%. Это обстоятельство дало возможность провести расчеты при  $Re_0 = 10^3$  с  $Kn_h \approx 1,5$ . Кроме того, данные методических расчетов показали, что локальные поверхностные характеристики клина и наветренной стороны пластины хорошо согласуются между собой. Последнее обстоятельство позволяет приближенно определить коэффициент подъемной силы клиньев, расположенных под углом атаки  $\alpha$ , из расчетов  $C_n$  и  $C_\tau$  для разных углов полураствора при  $\alpha = 0^\circ$ : так, расчеты при  $\alpha = 0^\circ$  и  $\theta = \theta_1$  и  $\theta_2$  дают возможность определить коэффициент подъемной силы  $C_Y$  для клина с углом полураствора  $\theta_\alpha = (\theta_1 + \theta_2)/2$  под углом атаки  $\alpha = |\theta_1 - \theta_2|/2$ .

Расчеты обтекания пластины при различных значениях числа частиц в ячейке ( $N_0 = 2$  и 4) в невозмущенном потоке показали, что результаты практически не зависят от  $N_0$  и потому почти все систематические расчеты были проведены при  $N_0 = 2$ .

В заключение этого раздела отметим, что при проведении расчетов при числе  $Re_0 = 10^3$  размер ячеек выбирался таким, что  $Kn_h \geq 1,208$ , число ячеек доходило до  $6 \cdot 10^5$ , число моделирующих частиц – до  $1,2 \cdot 10^6$ , число ударов частиц о поверхность составляло величину  $\approx (1-3) \cdot 10^6$ .

2. Рассмотрим критерии подобия при гиперзвуковых течениях вязкого газа около тонких аффинно-подобных тел [7, 8]. При их выводе предполагалось, что течение между скачком уплотнения и телом состоит из невязкой и вязкой зон. Вязкая зона описывается уравнениями ламинарного пограничного слоя, а невязкая – уравнениями Эйлера. На поверхности тела справедливо условие прилипания. Тогда с учетом удобной формы записи [21] критерии подобия для гиперзвукового течения вязкого газа около тонких заостренных тел таковы

$$K = M_\infty \theta, \quad \chi = \theta^2 \sqrt{Re_0}, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_f}, \quad Pr, \quad t_w \quad (2.1)$$

Эти параметры имеют ясный физический смысл. Значение  $K^{-2}$  служит мерой максимально возможного влияния противодавления,  $t_w$  – степень охлаждения,  $\gamma$  и  $Pr$  – свойства газа в набегающем потоке, а  $\chi$  – степень взаимодействия пограничного слоя с внешним невязким потоком [22]. Предел  $\chi \rightarrow 0$  соответствует режиму сильного, а  $\chi \rightarrow \infty$  – слабого взаимодействия.

С применением критериев подобия (2.1) местные аэродинамические и тепловые характеристики на тонких заостренных телах могут быть представлены в виде

$$\frac{C_p}{\theta^2} = \Phi_1(K, \chi, \gamma, Pr, t_w, x), \quad \frac{C_f}{\theta^3} = \Phi_2(K, \chi, \gamma, Pr, t_w, x), \quad \frac{C_h}{\theta^3} = \Phi_3(K, \chi, \gamma, Pr, t_w, x) \quad (2.2)$$

Здесь  $x$  – безразмерная переменная, характеризующая некоторую параметризацию поверхности обтекаемого тела,  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$  – некоторые функции указанных аргументов. В случае гиперзвукового обтекания тонкого пространственного или осесимметричного тела под малым углом атаки  $\alpha$  в число критериев подобия входят параметр  $\alpha/\theta$  и безразмерный параметр  $z$ , характеризующий параметризацию поверхности еще в одном направлении.

Интегрируя давление и трение по поверхности рассматриваемого тела, получим соответствующие характеристики суммарных сил. Так, если отнести компоненты сил к скоростному напору  $\rho_\infty U_\infty^2 / 2$  и к площади миделя  $S$  обтекаемого тела, то для коэффициентов сопротивления и подъемной силы получим

$$\frac{C_X}{\theta^2} = \Omega_1 \left( K, \chi, \gamma, Pr, t_w, \frac{\alpha}{\theta} \right), \quad \frac{C_Y}{\theta} = \Omega_2 \left( K, \chi, \gamma, Pr, t_w, \frac{\alpha}{\theta} \right) \quad (2.3)$$

Использование параметра  $Re_0$  в качестве основного критерия подобия для переходной области течения разреженного газа обосновано в [9], а в [4, 23] экспериментальным и расчетным путем показано, что представление суммарных и локальных аэродинамических характеристик по этому параметру позволяет скоррелировать результаты для разных законов взаимодействия между молекулами или для различных зависимостей коэффициента вязкости от температуры. Но при такой корреляции зависимость аэродинамических характеристик от других параметров подобия и, конечно, от геометрической формы модели оставалась существенной.

Введение параметра  $\chi$  и представление суммарных и местных аэродинамических характеристик в виде функций этой переменной (например,  $C_x / \theta^2 = f_1(\chi)$ ,  $C_f / \theta^3 = f_2(\chi)$  и т.д.) позволили сблизить данные для конусов и клиньев с различными углами полураствора, но не исключили зависимость этих функциональных соотношений от других параметров (2.1).

В [10, 11] получены обобщенные параметры  $\zeta = C_{x_i} \sqrt{Re_0}$  и  $\chi_j (j = p, f, h)$ , позволявшие скоррелировать зависимости (2.2) и (2.3) для тонких тел. Здесь  $C_{x_i}$  – коэффициент сопротивления при обтекании тела невязким газом. Для тонких тел имеем  $C_{x_i} \sim \theta^2$  и можно надеяться, что отношение

$$\frac{C_x}{C_{x_i}} = f(C_{x_i} \sqrt{Re_0}) \quad (2.4)$$

которое явно не содержит геометрического параметра, будет универсальным для произвольного тонкого тела.

Далее, в [10] показано, что на режиме вязкого взаимодействия (в диапазоне от слабого до умеренного) местные аэродинамические характеристики (2.2) вдоль линий тока, соответствующих поверхностям тонких заостренных тел, представимы в виде функциональных зависимостей от обобщенных корреляционных параметров  $\chi_j$  ( $j = p, f$  и  $h$  соответственно)

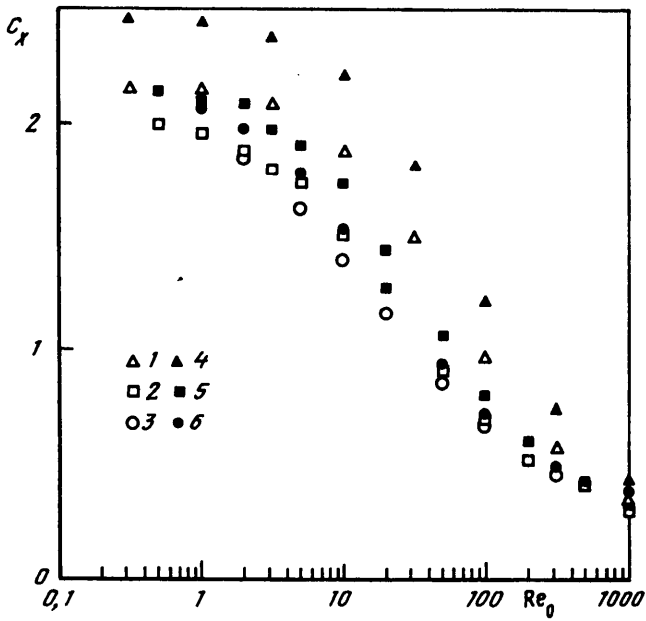
$$\chi_j = (C_{p_i} \sin^{-2} \theta)^{\psi_j} \sin^2 \theta (Re_0)^{1/2} g_j^{-1} \quad (2.5)$$

Здесь  $C_{p_i}$  – коэффициент давления, соответствующий невязкому обтеканию;  $Re_0$  – число Рейнольдса, вычисленное по текущей длине рассматриваемой линии тока;  $g_j$  есть функция температурного фактора  $t_w$  и гиперзвукового параметра подобия  $K = \sin \theta M_\infty$ , а показатели степени  $\psi_j$  зависят только от  $K$ . Аппроксимации  $\psi_j$  и  $g_j$  соответственно от  $K$  и от  $K$  и  $t_w$  приведены в [10]. Там же приведены аппроксимации локальных характеристик  $\Delta C_p / C_{p_i} = (C_p - C_{p_i}) / C_{p_i}$ ,  $C_f / \sin^3 \theta$  и  $C_h / \sin^3 \theta$  от корреляционных параметров  $\chi_j$ , которые имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\Delta C_p}{C_{p_i}} &= [1 + (p_0 + p_1 \chi_p^{1/2} + p_2 \chi_p)^{-1}] \chi_p^{-1} \\ \frac{C_f}{\sin^3 \theta} &= [1 + (f_0 + f_1 \chi_f^{1/2} + f_2 \chi_f)^{-1}] \chi_f^{-1} \\ \frac{C_h}{\sin^3 \theta} &= [1 + (h_0 + h_1 \chi_h^{1/2} + h_2 \chi_h)^{-1}] \chi_h^{-1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Коэффициенты  $p_j, f_j, h_j$  ( $j = 0, 1, 2$ ) есть функции параметров подобия  $K$  и  $t_w$ . Их аппроксимации также приведены в [10].

Ниже на основании результатов расчета обтекания тонких конусов и клиньев, полученных методом Монте-Карло, в диапазоне  $Re_0 \leq 10^3$ , анализируется возможность использования соотношений (2.4)–(2.6) для корреляции аэродинамических характеристик в переходном режиме.



Фиг. 1. Зависимость коэффициента сопротивления  $C_X$  от  $Re_0$  для конуса при  $t_w = 0,1$  (1 -  $\theta = 5^\circ$ , 2 -  $10^\circ$ , 3 -  $15^\circ$ ) и  $t_w = 0,31$  (4 -  $5^\circ$ , 5 -  $10^\circ$ , 6 -  $15^\circ$ )

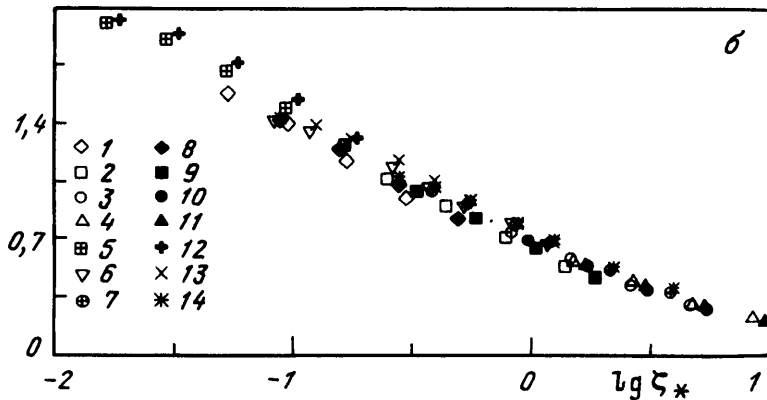
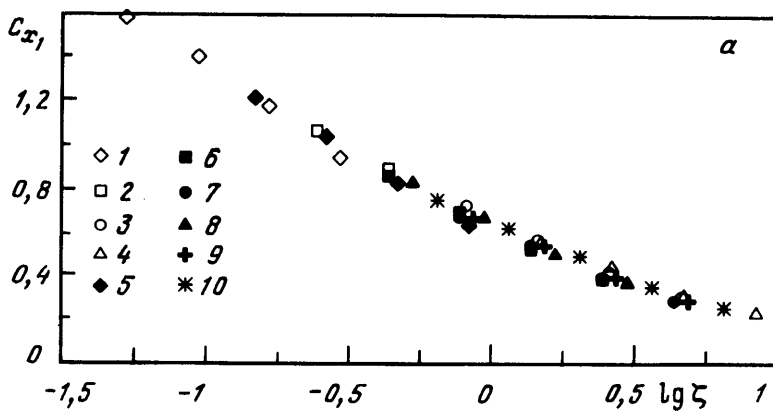
3. Численные расчеты проведены для конусов с углами полураствора  $\theta = 5-20^\circ$  под нулевым углом атаки  $\alpha = 0^\circ$ , а также для клиньев с  $\theta = 5-20^\circ$  при  $\alpha = 0^\circ$  и  $\theta = 7,5-18^\circ$  соответственно под углами атаки  $\alpha = 2-7,5^\circ$ . Практически все варианты рассчитаны для двух значений температурного фактора  $t_w = T_w/T_0 = 0,1$  и  $0,31$  соответственно при числах  $M_\infty = 10$  и  $6,5$ . При этом рассмотрен диапазон чисел  $Re_0 = 30-10^3$ .

Кроме того, рассмотрены случаи, соответствующие гиперзвуковому обтеканию конуса с углом полураствора  $\theta = 20^\circ$ , при  $t_w = 0,05, 0,2, 0,4$ ,  $M_\infty = 20$ ,  $Re_0 = 300$  и  $1000$ .

Полученные данные, характеризующие полное сопротивление рассматриваемых тел (конуса, клина), показали, что зависимость величин  $C_X = 2X/\rho_\infty U_\infty S^2$  ( $S$  - площадь в плане) от числа  $Re_0$  в диапазоне  $Re_0 = 30-10^3$  имеет заметное "расслоение" по температурному фактору  $t_w$  и углам полураствора  $\theta$  (см., например, данные по  $C_X$  в зависимости от  $Re_0$  для конуса на фиг. 1).

Представление нормированной величины  $F_1 = (C_X - C_{X_i})/(C_{X_{fm}} - C_{X_i})$ , где  $C_{X_i}$  - значение сопротивления при невязком, а  $C_{X_{fm}}$  - при свободномолекулярном обтекании тел, в зависимости от числа  $Re_0$  или от параметра подобия  $\chi$ , справедливого при гиперзвуковом обтекании тонких тел на режиме сплошной среды, приводит к корреляции этой величины по температурному фактору, но расслоение по углам полураствора  $\theta$  в большей части диапазона изменения параметров  $Re_0$  (или  $\chi$ ) сохраняется. Несколько лучше обстоит дело, если для корреляции сопротивления использовать зависимость  $C_X/\theta^2$  от параметра подобия  $\chi$ , однако и в этом случае погрешность корреляции существенна.

Представим полное сопротивление в виде зависимости (2.4). Такая зависимость, в которой множитель  $C_{X_i}$  в независимой переменной  $\zeta = C_{X_i} \sqrt{Re_0}$  отнесен в отличие от [10] к площади в плане, увеличенной в случае обтекания конуса в 1,25 раза, представлена на фиг. 2. Эти данные указывают на хорошую корреляцию относительного сопротивления  $C_X/C_{X_i}$  для всего рассмотренного диапазона чисел  $Re_0 = 30-10^3$  как по

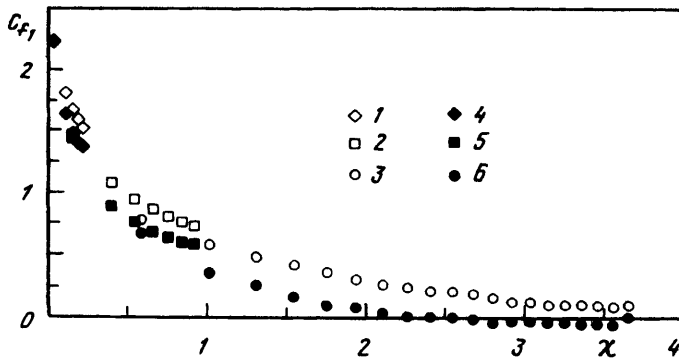


Фиг. 2. Зависимость относительного сопротивления  $C_X/C_{X_i}$  ( $C_{X_1} = \lg(C_X/C_{X_i})$ ) от обобщенных параметров  $\zeta$  и  $\zeta_*$ : а – клин при  $t_w = 0,1$  ( $l - \theta = 5, 2 - 10, 3 - 16, 4 - 20^\circ$  при  $\alpha = 0$ ;  $5 - \theta = 7,5$  и  $\alpha = 2,5, 6 - 10$  и  $5,5, 7 - 12,5$  и  $7,5, 8 - 13$  и  $3, 9 - 15$  и  $5, 10 - 18^\circ$  и  $2^\circ$ ), б – клин и конус при  $\alpha = 0$  ( $l - \theta = 5, 2 - 10, 3 - 16, 4 - 20^\circ$  – клин;  $5 - 5$ ;  $6 - 10, 7 - 15^\circ$  – конус при  $t_w = 0,1$ ;  $8 - 5$ ;  $9 - 10, 10 - 16, 11 - 20^\circ$  – клин,  $12 - 5, 13 - 10, 14 - 15^\circ$  – конус при  $t_w = 0,31$ )

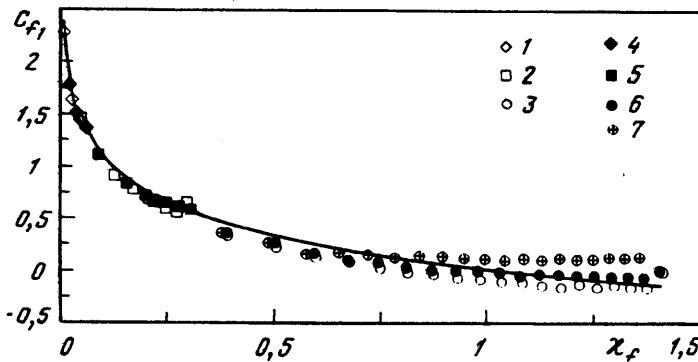
углам полураствора  $\theta$  и атаки  $\alpha$  (фиг. 2,а), так и температурному фактору  $t_w$  и параметру пространственности  $v$  ( $v = 0$  и  $1$  соответственно для случаев обтекания клина и конуса, фиг. 2,б). Последнее обстоятельство позволяет надеяться, что при более детальном исследовании тонких пространственных конфигураций (например, эллиптических конусов) можно получить универсальный обобщенный параметр  $\zeta_* = AC_{X_i}\sqrt{Re_0}$ , где  $A$  – некоторая константа, которая характеризует степень эллиптичности или "сплюснутости" обтекаемого тела (в случае клина  $A = 1$ , кругового конуса  $A = 0,8$ ) и соответствующую универсальную зависимость  $C_X/C_{X_i} = F(\zeta_*)$ .

Существенно хуже обстоит дело в случае представления коэффициента подъемной силы  $C_Y$ , а следовательно, качества  $K = C_X/C_Y$  и тем более момента  $m_z$ . Данные по коэффициенту подъемной силы  $C_Y$ , полученные в настоящей работе (напомним, что речь идет о малых углах  $\alpha$  и  $\theta$ ), и результаты [24] позволяют заключить, что корреляция коэффициента  $C_Y$  в силу существенной немонотонности этой зависимости от  $Re_0$ , которая различна при различных температурных факторах  $t_w$ , невозможна.

Таким образом, для оценки в переходной области всех суммарных аэродинамических характеристик, а не только полного сопротивления, необходимо иметь простые аппро-



Фиг. 3. Зависимость местного трения на конусе и клине  $C_{f1} = \lg(C_f/\sin^3\theta)$  при  $Re_0 = 10^3$  от параметра подобия  $\chi$ : конус (1 –  $\theta = 5^\circ$ , 2 –  $10^\circ$ , 3 –  $15^\circ$ ) и клин (4 –  $5^\circ$ , 5 –  $10^\circ$ , 6 –  $15^\circ$ ) при  $t_w = 0,1$

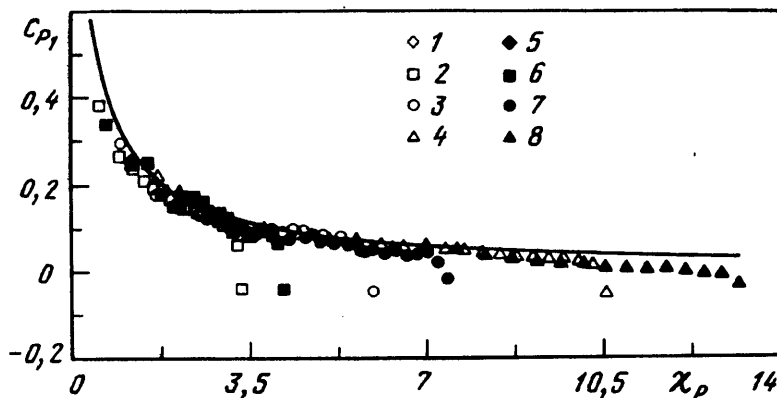


Фиг. 4. Зависимость трения  $C_{f1} = \lg(C_f/\sin^3\theta)$  от  $\chi_f$  на клине при  $Re_0 = 10^3$  (1 –  $\theta = 5^\circ$ , 2 –  $10^\circ$ , 3 –  $20^\circ$ ,  $t_w = 0,31$ ; 4 –  $5^\circ$ , 5 –  $10^\circ$ , 6 –  $20^\circ$ ,  $t_w = 0,1$ ; 7 –  $M_\infty = 20$ ,  $t_w = 0,5$ ,  $\theta = 20^\circ$ )

ксимации местных аэродинамических характеристик, которые справедливы в широком диапазоне чисел  $Re_0$ . Ниже в качестве альтернативных определяющих параметров и функциональных зависимостей рассматриваются: параметр подобия  $\chi$  и соответствующие ему корреляционные зависимости; обобщенные параметры  $\chi_j$  (2.5) и соответствующие им корреляционные зависимости и аппроксимации (2.6), справедливые для течений вязкого газа.

Обратимся теперь к результатам расчета местных аэродинамических характеристик конуса и клина. На фиг. 3–7 приведены зависимости  $C_f/\sin^3\theta$  и  $C_p/C_{p_i}$  от параметра подобия  $\chi$  и обобщенных корреляционных параметров  $\chi_f$  и  $\chi_p$ . На всех фигурах результаты расчетов методом Монте-Карло представлены точками, а сплошными кривыми – данные, полученные по аппроксимациям (2.6). Представление местных характеристик в виде зависимостей  $C_p/C_{p_i}$ ,  $C_f/\sin^3\theta$  и  $C_H/\sin^3\theta$  от параметра подобия  $\chi$  должно скоррелировать эти зависимости по углу  $\theta$  и температурному фактору  $t_w$  при достаточно больших числах  $M_\infty$ ,  $Re_0$  и  $\theta \ll 1$ . Результаты расчетов показывают, что зависимости  $C_p/C_{p_i}$  и  $C_f/\sin^3\theta$  как функции переменной  $\chi$  коррелируют по  $\theta$  практически во всех рассмотренных диапазонах определяющих параметров. При этом корреляция по  $t_w$  имеет место только при  $\theta \leq 5^\circ$ .





Фиг. 5. Зависимость относительного давления  $C_p/C_{p_i}$  от  $\chi_p$  на клине с  $\theta = 20^\circ$ ,  $t_w = 0,31$  (точки 1–4) и  $t_w = 0,1$  (точки 5–8) при различных числах  $Re_0$  (1, 5 – 32; 2–6 – 100; 3, 7 – 320; 4, 8 – 1000)

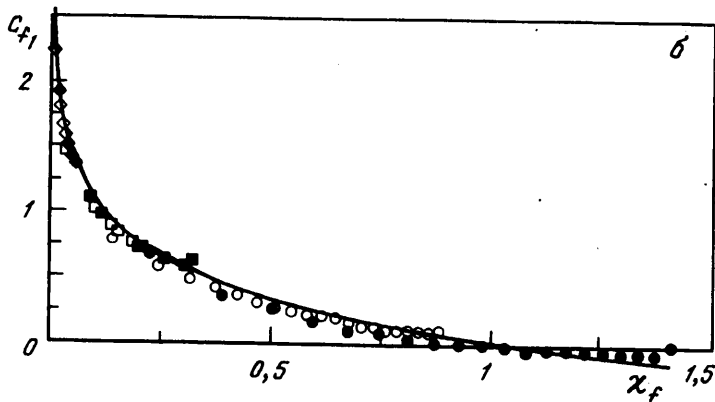
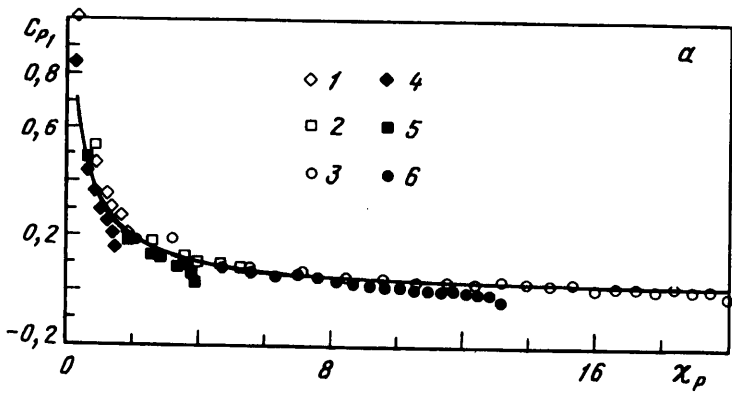
Представим теперь местные аэродинамические характеристики  $C_p/C_{p_i}$  и  $C_f/\sin^3\theta$  в виде зависимостей соответственно от  $\chi_p$  и  $\chi_f$  (фиг. 4–7). Эти данные показывают, что при  $Re_0 \geq 32$  имеет место хорошая корреляция всех указанных выше зависимостей, исключая небольшую область вблизи задней кромки. Последнее следовало ожидать, так как корреляционные параметры  $\chi_p$  и  $\chi_f$  получены в [10] для случая безотрывного обтекания полубесконечного тела. Таким образом, обобщенные корреляционные параметры  $\chi_j$  ( $j = p, f$  и  $h$ ), которые представляют собой функциональные зависимости от критериев подобия (2.1), позволяют скоррелировать местные аэродинамические характеристики (2.2).

Численные результаты, приведенные на фиг. 4, 5, показывают, что обобщенные параметры  $\chi_j$  хорошо коррелируют местные характеристики  $C_p/C_{p_i}$  и  $C_f/\sin^3\theta$  по углу полураствора  $\theta$ , температурному фактору  $t_w$  и числам  $Re_0$  и  $M_\infty$  при  $0^\circ < \theta \leq 20^\circ$ ,  $32 \leq Re_0 \leq 1000$ . Отметим, что при больших числах  $Re_0$  эти корреляции тем более должны выполняться в силу тех предположений, при которых получены корреляционные параметры.

Данные, приведенные на фиг. 6, позволяют заключить, что параметры  $\chi_j$  ( $j = p$  и  $f$ ) коррелируют соответственно  $C_p/C_{p_i}$  и  $C_f/\sin^3\theta$  также и по параметру пространственности  $v$  ( $v = 0$  и  $1$  соответственно в плоском и осесимметричном течениях).

Результаты, приведенные на фиг. 7, демонстрируют корреляцию тех же характеристик в случае обтекания конуса при  $M_\infty = 20$ ;  $t_w = 0,05, 0,1, 0,2, 0,4$  и  $Re_0 = 300, 1000$ . Причем влияние донной области заметно проявляется только на коэффициенте давления  $C_p/C_{p_i}$  и практически отсутствует в зависимости коэффициента трения  $C_f/\sin^3\theta$ .

Корреляция местных аэродинамических характеристик как по параметру подобия  $\chi$ , так и по обобщенным переменным  $\chi_j$  нарушается в небольшой области вблизи задней кромки, так как влияние последней на распространение возмущений через пристеночную зону существенно зависит от  $t_w$  и  $M_\infty$ . Как известно (см., например, [25]), при  $t_w \rightarrow 0$  область, на которую распространяются возмущения вверх по потоку, локализуется вблизи задней кромки, а увеличение числа  $M_\infty$  приводит к увеличению указанной области. В рассматриваемом случае это особенно четко проявляется на распределениях трения и теплопередачи, что же касается эффекта "запирания" пограничного слоя [25] при  $t_w \rightarrow 0$ , то он требует более детального исследования по  $t_w$  при достаточно большом и фиксированном числе  $M_\infty$ .



Фиг. 6. Зависимость относительного давления  $C_p/C_{p_i}$  от  $\chi_p$  (а) и трения  $C_f/\sin^3\theta$  от  $\chi_f$  (б) на конусе (точки 1–3) и клине (точки 4–6) при  $Re_0 = 10^3$  и  $t_w = 0,1$  (1, 4 –  $\theta = 5^\circ$ ; 2, 5 –  $10^\circ$ ; 3, 6 –  $20^\circ$ )

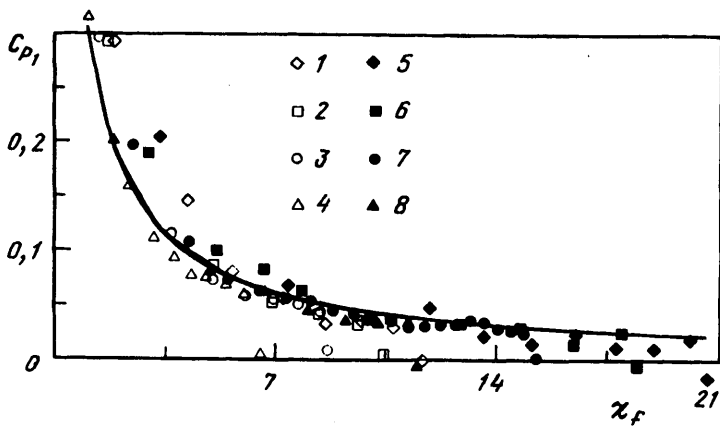


Рис. 7. Зависимость относительного давления  $C_p/C_{p_i}$  от  $\chi_p$  на конусе  $\theta = 20^\circ$  при  $Re_0 = 300$  (точки 1–4) и 1000 (точки 6–8) (1, 5 –  $t_w = 0,05$ ; 2, 6 – 0,1; 3, 7 – 0,2 и 4, 8 – 0,4)

**Заключение.** Обобщенные параметры  $\chi_j$  ( $j = p$  и  $f$ ), несмотря на то что они получены для течений вязкого газа, позволяют скоррелировать коэффициенты давления  $C_p/C_{p_i}$  и трения  $C_f/\sin^3\theta$  по углу полураствора  $\theta$ , температурному фактору  $t_w$  и числам  $M_\infty$  практически во всей переходной области, а точнее, при  $Re_0 \geq 32$ . Согласование данных, полученных методом Монте-Карло, с соответствующими результатами для вязкого газа при числах  $Re_0 \geq 32$  вполне удовлетворительное, хотя более важным представляется не количественное совпадение этих результатов, а применимость корреляционных параметров  $\chi_j$  в более широком диапазоне определяющего параметра  $Re_0$ . Нарушение корреляции наблюдается при значениях параметров  $\chi_j$ , соответствующих окрестности донной части рассматриваемых тел и более явно выражено для случая обтекания клина (фиг. 6, 7), так как распространение возмущений вверх по потоку в плоском и осесимметричном случаях различается не только количественно, но и качественно [26].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-01-01384-а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bird G.A. Monte-Carlo simulation of gas flows // Ann. Rev. Fluid Mech. 1978. V. 10. P. 11–31.
2. Белоцерковский О.М., Ерофеев А.И., Яницкий В.Е. Прямое статистическое моделирование задач аэрогидродинамики. М.: ВЦ АН СССР, 1983. 56 с.
3. Ерофеев А.И., Провоторов В.П. О численном моделировании теплообмена на тонких телах, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа // III Минский междунар. форум по тепломассообмену (20–24 мая 1996). Минск, 1996. Т. 9. Ч. 1. С. 117–121.
4. Гусев В.Н., Ерофеев А.И., Климова Т.В. и др. Теоретические и экспериментальные исследования обтекания тел простой формы гиперзвуковым потоком разреженного газа // Тр. ЦАГИ. 1977. Вып. 1855. С. 3–43.
5. Галкин В.С., Гусев В.Н., Климова Т.В. Особенности обтекания и аэродинамические характеристики тел простейших форм в вязком гиперзвуковом потоке газа // Инж. журн. 1965. Т. 5. Вып. 6. С. 1010–1020.
6. Vidal R.J., Bartz J.A. Experimental studies of low-density effects in hypersonic wedge flows // Rarefied Gas Dynamics. Proc. 4th Inter. Symp. N.Y.; L., 1965. V. 1. P. 467–486.
7. Лунев В.В. О подобии при обтекании тонких тел вязким газом при больших сверхзвуковых скоростях // ПММ. 1959. Т. 23. Вып. 1. С. 193–197.
8. Hayes W.D., Probstein R.F. Viscous hypersonic similitude // J. Aerospace Sci. 1959. V. 26. № 12. P. 815–824.
9. Гусев В.Н., Козан М.Н., Перенухов В.А. О подобии и изменении аэродинамических характеристик в переходной области при гиперзвуковых скоростях потока // Уч. зап. ЦАГИ. Т. 1. № 1. 1970. С. 24–33.
10. Горенбух П.И., Провоторов В.П. К расчету влияния вязкости на аэродинамические характеристики тонких тел при гиперзвуковых скоростях обтекания // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 4. С. 142–150.
11. Горенбух П.И., Провоторов В.П. Влияние вязкости на сопротивление тонких осесимметричных тел при гиперзвуковых скоростях обтекания // Уч. зап. ЦАГИ. 1990. Т. 21. № 2. С. 115–117.
12. Берд Г. Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1981. 319 с.
13. Белоцерковский О.М., Яницкий В.Е. Статистический метод частиц в ячейках для решения задач динамики разреженного газа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1975. Т. 15. № 5. С. 1195–1208; № 6. С. 1553–1567.
14. Белоцерковский О.М., Ерофеев А.И., Яницкий В.Е. О нестационарном методе прямого статистического моделирования течений разреженного газа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1980. Т. 20. № 5. С. 1174–1204.
15. Ерофеев А.И. О моделировании межмолекулярного взаимодействия при решении уравнения Больцмана методом Монте-Карло // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 6. С. 171–175.

16. *Bird G.A.* Monte-Carlo simulation in an engineering context // *Progress in Astronautics and Aeronautics: Rarefied Gas Dynamics*. N.Y. AIAA, 1981. V. 74. Pt. 1. P. 239–255.
17. *Гордеев О.А., Калинин А.П., Комов А.Л. и др.* Потенциалы взаимодействия, упругие сечения, интегралы столкновений компонентов воздуха для температур до 20000 К (Методы определения, рекомендуемые данные) // *Обзоры по теплофизическим свойствам веществ*. М.: ИВТ АН СССР, 1985. № 5 (55). 83 с.
18. *Taylor J.C., Moss J.N., Hassan H.A.* Study of hypersonic flow past sharp cones // *AIAA Paper*. 1989. № 1713. 9p.
19. *Olynic D.P., Hassan H.A., Moss J.N.* Grid generation and adaptation for direct simulation Monte-Carlo method // *AIAA Paper*. 1988. № 2734. P. 1–10.
20. *Larsen P.S., Borgnakke C.* Statistical collision model for simulating poly-atomic gas with restricted energy exchange // *Proc. 9th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics*. DFVLR-1974. Press, Potz-Wahn: 1974. V. 1. P. A7/1–A7/9.
21. *Жилин Ю.Л.* Параметры подобия при больших гиперзвуковых скоростях // *ПММ*. 1962. Т. 26. Вып. 2. С. 387–388.
22. *Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф.* Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.
23. *Erofeev A.I., Perepukhov V.A.* Hypersonic rarefied flow about a flat plate by the direct simulation method // *Proc. 11th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics*. Paris: CEA, 1979. V. 1. P. 417–426.
24. *Горенбух П.И.* О приближенном расчете аэродинамических характеристик простых тел при гиперзвуковом обтекании разреженным газом. Динамика разреженных газов и молекулярная газовая динамика // *Тр. ЦАГИ*. 1990. Вып. 2436. С. 28–43.
25. *Нейланд В.Я.* Асимптотические задачи теории вязких сверхзвуковых течений // *Тр. ЦАГИ*. 1974. Вып. 1529. 125 с.
26. *Провоторов В.П.* Неединственность решения задачи о вязком взаимодействии на осесимметричном теле // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1973. № 5. С. 41–47.

Москва

Поступила в редакцию  
29.XII.1995