

УДК 532.516.013.4:536.25:548.5

© 1997 г. Н.А. ВЕРЕЗУБ, М.П. МАРЧЕНКО, А.И. ПРОСТОМОЛОТОВ

## ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛООБМЕН ПРИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ РАСПЛАВА МЕТОДОМ СТОКБАРГЕРА

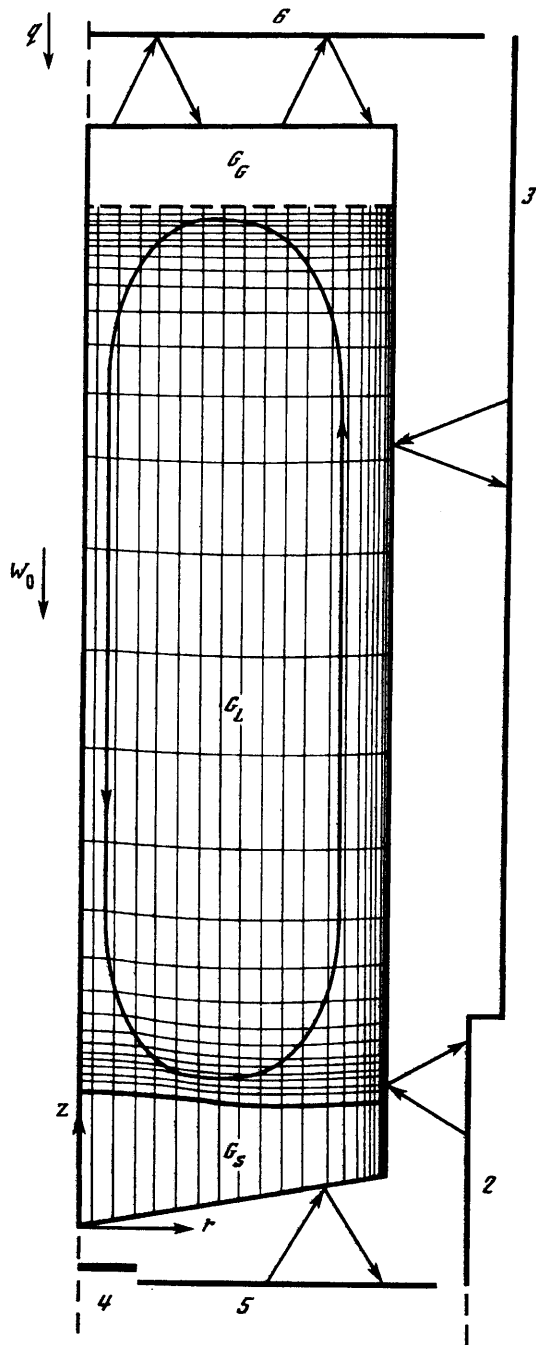
Исследовано влияние гидродинамических процессов в расплаве на форму фронта кристаллизации при выращивании монокристаллов методом Стокбаргера путем численного моделирования гидродинамики и теплообмена в сопряженной постановке для системы кристалл – расплав с учетом радиационного теплообмена ампулы с окружающими экранами и нагревателем, толщины ее стенок и конусности нижней торцевой поверхности.

Качество монокристаллов, получаемых по методу Стокбаргера, зависит от гидродинамических процессов в расплаве при их выращивании. Важной характеристикой качества является форма фронта кристаллизации: необходимо, чтобы в течение всего процесса роста фронт имел постоянный профиль – плоский или несколько выпуклый в расплав. Для удовлетворения этим требованиям нужно знать, каким образом протекают процессы теплообмена в системе кристалл – расплав и как на них влияют внешние условия и воздействия.

Теоретические и экспериментальные исследования теплообмена при получении материалов методом Стокбаргера выполнялись с целью определения влияния на положение и скорость перемещения фронта кристаллизации таких факторов, как профиль температуры, создаваемый на поверхности ампулы с учетом и без учета теплообмена излучением, скорость перемещения ампулы с материалом в ходе процесса и т.д. [1–9]. Показано, что управляющими факторами в этом методе являются мощность нагревателя и ее программируемое изменение в ходе процесса, соотношение мощностей при наличии двух и более нагревателей, температура охладителя, динамика перемещения ампулы, а также внешнее магнитное поле для электропроводных материалов [10]. Анализ результатов исследования показывает, что в методе Стокбаргера не обеспечивается стабильность условий роста в ходе процесса кристаллизации: скорость перемещения фронта кристаллизации отличается от задаваемой скорости перемещения ампулы.

Подробное исследование процесса получения монокристаллов  $BaF_2$  и  $LaF_3$  на установке с двумя нагревателями проведено в [11]. Выполнено измерение тепловых полей в ростовом узле в процессе роста. Моделирование процесса осуществляется с учетом излучения и теплопроводности в системе кристалл – расплав в двумерном приближении. Изучено влияние соотношения мощностей верхнего и нижнего нагревателей, предложен алгоритм изменения мощностей нагревателей и скорости перемещения тигля в ходе процесса с целью создания оптимальных условий для выращивания монокристаллов фторидов. Аналогичное исследование для  $ZnSe$  выполнено в [12].

В данной работе рассмотрен процесс выращивания монокристаллов  $CaF_2$  методом Стокбаргера. В основе работы – компьютерное моделирование тепловых процессов в системе кристалл – расплав с учетом гидродинамики расплава и ее влияния на форму фронта кристаллизации. Для параметрического исследования используется разработанный программный комплекс STK\_HYDR, имеющий удобный графический интерфейс для задания исходных данных и обработки результатов на ПК типа IBM AT/386. Моделирование выполнено для широко распространенного варианта метода Стокбар-



Фиг. 1. Расчетная схема метода Стокбаргера: 1 – ампула с материалом, 2 – нижняя часть, 3 – верхняя часть нагревателя, 4 – охладитель, 5, 6 – нижний и верхний пакеты экранов

гера со ступенчатым нагревателем. Приводятся примеры влияния гидродинамических эффектов на фронт кристаллизации.

**1. Математическая модель метода Стокбаргера.** Математическая модель процесса выращивания монокристаллов методом Стокбаргера строится для системы кристалл – расплав в сопряженной постановке в предположении осевой симметрии (фиг. 1). Цилиндрическая ампула с материалом  $l$  находится в тепловом поле, создаваемом ступенчатым соосным нагревателем 2, 3, охладителем 4 радиуса  $R_0$ , нижним 5 и верхним 6 экранами. Жидкая ( $G_L$ ) и твердая ( $G_S$ ) фазы разделены границей фазового перехода, подлежащей определению. Наличие или отсутствие газовой фазы ( $G_G$ ) определяется степенью заполнения ампулы кристаллизующим материалом.

В жидкой фазе исследуется конвективный теплообмен на основе решения полных уравнений Навье – Стокса совместно с уравнением конвективного теплообмена. В твердой кристаллизующейся фазе теплообмен исследуется на основе решения уравнения теплопроводности. С учетом постоянства энерговыделения нагревательной системы и малой скорости перемещения ампулы ( $W_0/v_0 \ll 1$ ) предполагается квазистационарность тепловых, в том числе конвективных процессов.

Движение расплава в  $G_L$  описывается нестационарными уравнениями Навье – Стокса в приближении Буссинеска и уравнением конвективной теплопроводности. Исходная система двумерных уравнений в переменных  $\phi, \omega, T$  в безразмерной форме имеет вид

$$\begin{aligned} -r^2\omega &= L(r^3)\phi \\ r^2(\omega_t + D(\omega, r^2\phi)) &= \text{Re}^{-1}L(r^3)\omega - \text{CrRe}^{-2}rT_t \\ T_t + D(T, r^2\phi) &= \text{Pe}^{-1}L(r)T \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $\phi = r^{-2}\psi$ ,  $\psi = \psi_0/r$  – функция тока;  $\omega = \omega_0/r = (\partial w/\partial r - \partial u/\partial z)/r$  – вихрь скорости;  $\psi_0, \omega_0$  – окружные компоненты векторов  $\psi, \omega$  ( $\omega = \text{rot}V, V = \text{rot}\psi$ );  $T$  – температура. Скорости  $u$  и  $w$  определяются как  $u = r^{-1}\partial(r^2\phi)/\partial z$ ,  $w = -r^{-1}\partial(r^2\phi)/\partial r$ . Кроме того, введены обозначения

$$\begin{aligned} D(p, q) &= r^{-1}((pq_z)_r - (pq_r)_z) \\ L(p)q &= r^{-1}((pq_r)_r + (pq_z)_z) \end{aligned}$$

В области, занятой кристаллом  $G_S$  и стенками ампулы,  $\phi = |W_0|/2v_0 = \text{const}$ . Уравнение теплопроводности в ампуле имеет вид

$$(T_t + D(T, r^2\phi)) = (a_q/a)\text{Pe}^{-1}L(r)T \quad (1.2)$$

Здесь  $\text{Pe} = \text{Pe}_L, a = a_L$  в жидкой фазе  $G_L$  и  $\text{Pe} = \text{Pe}_S, a = a_S$  в твердой фазе  $G_S$ ,  $a_q$  – температуропроводность ампулы.

В качестве масштабов длины, скорости, времени выбраны соответственно радиус ампулы  $R, v_0 = v/(\text{Re}R), t_0 = R/v_0$ . Безразмерная температура рассчитывается как разность между значением реальной температуры и температуры плавления материала  $T_m$ , отнесенная к величине  $\Delta T$ . При граничных условиях для температуры первого рода  $\Delta T = R(dT/dz)$ ,  $dT/dz$  – перепад температуры на единице длины боковой поверхности в области твердой фазы  $G_S$ ; при условиях второго рода с учетом теплообмена излучением  $\Delta T = T_{\text{max}} - T_m$ , где  $T_{\text{max}}$  – максимальное значение температуры на нагревателе.

Предполагается, что  $(c_p\rho)_L = (c_p\rho)_S = c_p\rho$ , где  $c_p$  – теплоемкость,  $\rho$  – плотность материала, однако коэффициенты теплопроводности в жидкой и твердой фазах различаются ( $\lambda_L \neq \lambda_S$ ). Поэтому в рассмотрение включаются два значения температуропроводности  $a_L = \lambda_L/\rho c_p$  и  $a_S = \lambda_S/\rho c_p$ , два значения числа Прандтля  $\text{Pr}_L = \nu/a_L, \text{Pr}_S = \nu/a_S$  и числа Пекле  $\text{Pe}_L = \text{RePr}_L, \text{Pe}_S = \text{RePr}_S$ . Характерное число Рейнольдса определяется как  $\text{Re} = \max(\sqrt{\text{Gr}}, \text{St})$ , число Грасгофа  $\text{Gr} = g\beta\Delta TR^3/\nu^2$ , где  $g$  –

ускорение силы тяжести,  $\beta = \rho_0^{-1} \partial \rho / \partial T$  – коэффициент объемного расширения,  $\nu$  – вязкость. Число Стефана, характеризующее процесс выделения тепла на фронте кристаллизации,  $St = RH |W_0| / \nu c_p \Delta T$ , где  $H$  – скрытая теплота кристаллизации,  $W_0$  – скорость перемещения ампулы. При малых значениях  $W_0$  число  $St$  мало и характерное число Рейнольдса равно  $\sqrt{Gr}$ .

На внешней поверхности ампулы задаются граничные условия теплообмена излучением

$$(\lambda_q / \lambda) Pe^{-1} \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{A}{Re} (-f_T X \Delta T + Q)$$

$$A = \frac{4\sigma_T T_m^3 \varepsilon_T R}{\nu c_p \rho}$$

$$f_T = 1 + 1,5X + X^2 + 0,25X^3, \quad X = T \Delta T / T_m$$

Здесь  $\sigma_T$  – постоянная Стефана – Больцмана,  $\varepsilon_T$  – степень черноты ампулы с веществом,  $n$  – вектор нормали к поверхности ампулы. Величина потока тепла  $Q$ , обусловленного излучением от нагревателя к ампуле, рассчитывается по температуре нагревателя с учетом угловых коэффициентов и нормируется на величину  $\sigma_T T_m^4$

$$Q(r, z) = \frac{T_m}{4\Delta T} \left( \frac{q}{\sigma_T T_m^4} - 1 \right)$$

Заметим, что при наличии газа в верхней части ампулы из соотношений теплового баланса по границам газа определяется среднемассовая температура газа  $T_G$  и на свободной поверхности расплав – газ учитывается условие естественного теплообмена (третьего рода).

На границе вещества и ампулы выполняются условия непрерывности температуры и потоков тепла. На фронте кристаллизации задаются условия непрерывности температуры и баланса потоков тепла

$$-Pe_L^{-1} (\partial T / \partial n)_L + Pe_S^{-1} (\partial T / \partial n)_S = St \cos(n, z) / Re$$

где  $n$  – вектор нормали к границе фазового перехода, составляющий острый угол с осью  $z$ .

Уравнения (1.1), (1.2) решаются совместно с граничными условиями методом конечных разностей, при этом в области вводится нерегулярная и неравномерная сетка, которая адаптируется и сгущается к искомой границе фазового перехода и границам расчетной области. На каждом дискретном шаге по времени сетка перестраивается в соответствии с изменением формы фронта кристаллизации. Более полные сведения о численной методике содержатся в [13].

**2. Особенности гидродинамических режимов в методе Стокбаргера.** При выращивании монокристаллов  $\text{CaF}_2$  ампула нагревается до рабочих температур порядка 1600–1700 К за счет теплового излучения коаксиального графитового нагревателя. При этом профиль распределения температуры на поверхности ампулы определяется конструкцией самого нагревателя и распределением угловых коэффициентов излучения вдоль его поверхности.

В данной работе использована конструкция теплового узла с неподвижным нагревателем и перемещаемой относительно него ампулой. Конструкция нагревателя выбрана так, чтобы сформировать участки расплавленной зоны ( $T > T_m$ , здесь  $T_m = 1683$  К) и растущего при перемещении ампулы кристалла ( $T < T_m$ ). Нагреватель представляет из себя монолитный цилиндр из графита, имеющий на выбранном участке ступенчатое изменение толщины с целью обеспечения узкой зоны кристаллизации  $T = T_m$ : при

$T > T_m$  толщина графитовой стенки меньше, при  $T < T_m$  – больше. Это вызывает изменение плотности тока и соответственно энерговыделения при обычном резистивном нагреве.

В ходе технологического процесса ампула перемещается относительно нагревателя, при этом происходит относительное изменение распределения температуры на ее поверхности. В настоящей работе рассматриваются три стадии процесса выращивания; начало, середина и конец.

В начале ампула практически полностью окружена верхней частью нагревателя. При этом происходит расплавление почти всего материала ( $m \approx 0$ ), за исключением небольшой зоны вблизи вершины ампулы, где прошел этап затравления и кристаллизации на уровне ступени нагревателя. В этом случае существенно влияние охладителя и на нагреватель подается максимальная электрическая мощность.

Середина процесса ( $m = 0,5$ ) характеризуется уменьшением наполовину зоны расплава за счет увеличения закристаллизовавшейся части, что сопровождается изменением осевого распределения температуры на поверхности ампулы и соответствует некоторому снижению первоначально подаваемой на нагреватель электрической мощности.

Конец ( $m = 0,75$ ) соответствует существенному уменьшению количества расплавленной массы и значительному ее отдалению от охладителя.

На начальной стадии процесса происходит увеличение диаметра кристалла от размеров затравки, помещаемой в вершине ампулы, до всей конусной части. По условиям теплообмена с окружающими поверхностями конусная часть ампулы разделяется на две характерные области: 1) область  $r < R_0$  вблизи охладителя (фиг. 1), с которой есть интенсивный сток тепла к поверхности охладителя; 2) область  $r > R_0$  окружена внешними экранами, значительно снижающими сток тепла в осевом направлении.

Расчет кондуктивного теплообмена в системе кристалл – расплав показывает, что поперечный размер выпуклой поверхности фронта соответствует диаметру охладителя: увеличение и уменьшение  $R_0$  прямо коррелирует с областью переохлаждения центральной части кристалла. При этом разрыв в тепловых условиях оказывает значительное влияние на рост кристалла в конусной части. Преимущественное направление стока тепла через охладитель приводит к формированию выпуклого фронта кристаллизации.

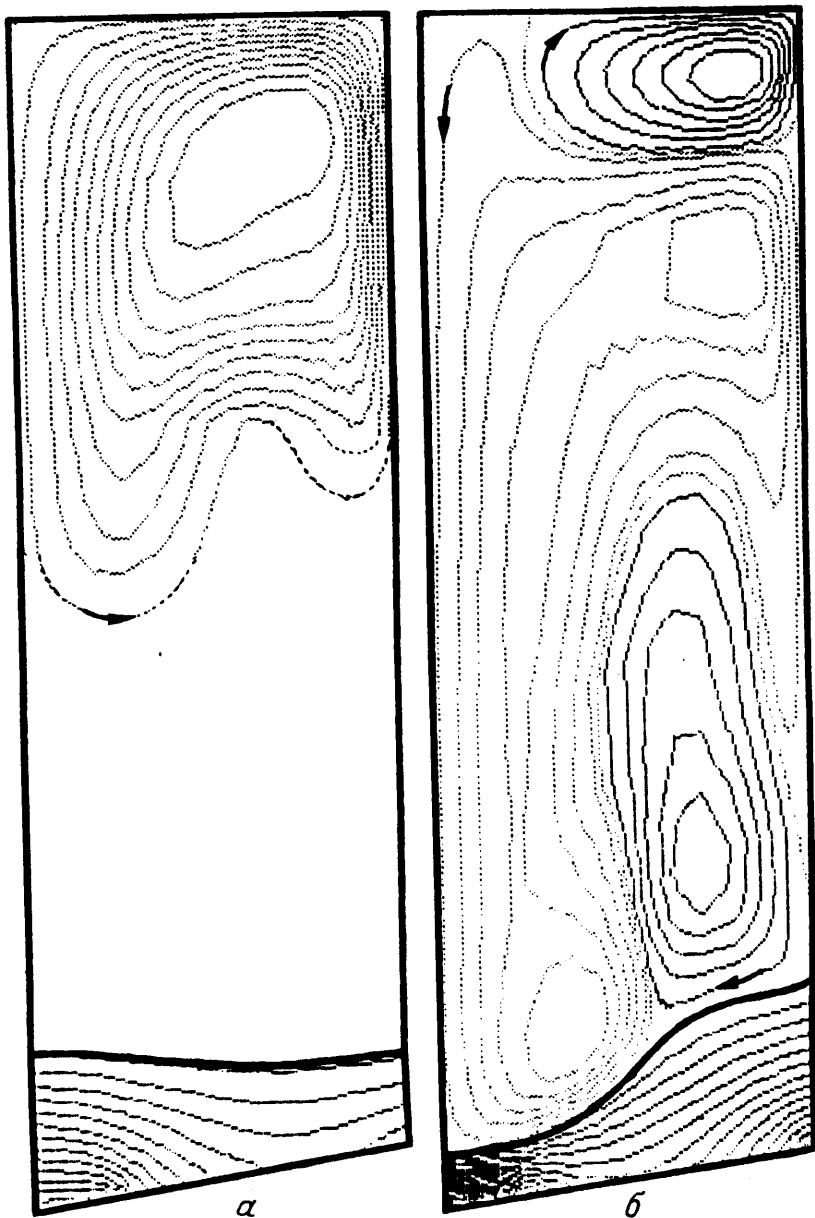
Основным механизмом перемешивания и переноса тепла в расплаве является естественная конвекция. Структура и интенсивность естественно-конвективного движения определяются ориентацией основного температурного градиента относительно гравитационной составляющей.

В методе Стокбаргера определяющее влияние на структуру течения расплава оказывает вертикальный температурный градиент – разность температур между верхним торцом ампулы  $T_t$  и фронтом кристаллизации  $T_i$ :  $(\Delta T)_1 = T_t - T_i$ . В условиях стационарного нагревателя перемещение ампулы в период ростового процесса приводит к уменьшению величины  $(\Delta T)_1$ , т.е. снижению роли устойчивой вертикальной стратификации, и относительному повышению роли радиального градиента.

Возможны следующие вариации тепловых условий: 1) изменение аксиальной разности температур  $(\Delta T)_1$ ; 2) изменение профиля температуры на нагревателе  $T(z)$ .

Наиболее простой вариант соответствует значениям  $(\Delta T)_1 > 0$  и равномерному распределению температуры на нагревателе выше фронта кристаллизации. В этом случае наблюдается слабая интенсивность движения расплава и распределение температур отвечает режиму теплопроводности. Подобные тепловые режимы подробно рассмотрены в [14] и соответствуют слабой зависимости температурных распределений от гидродинамики ввиду малых значений числа  $Pr \approx 0,02$ .

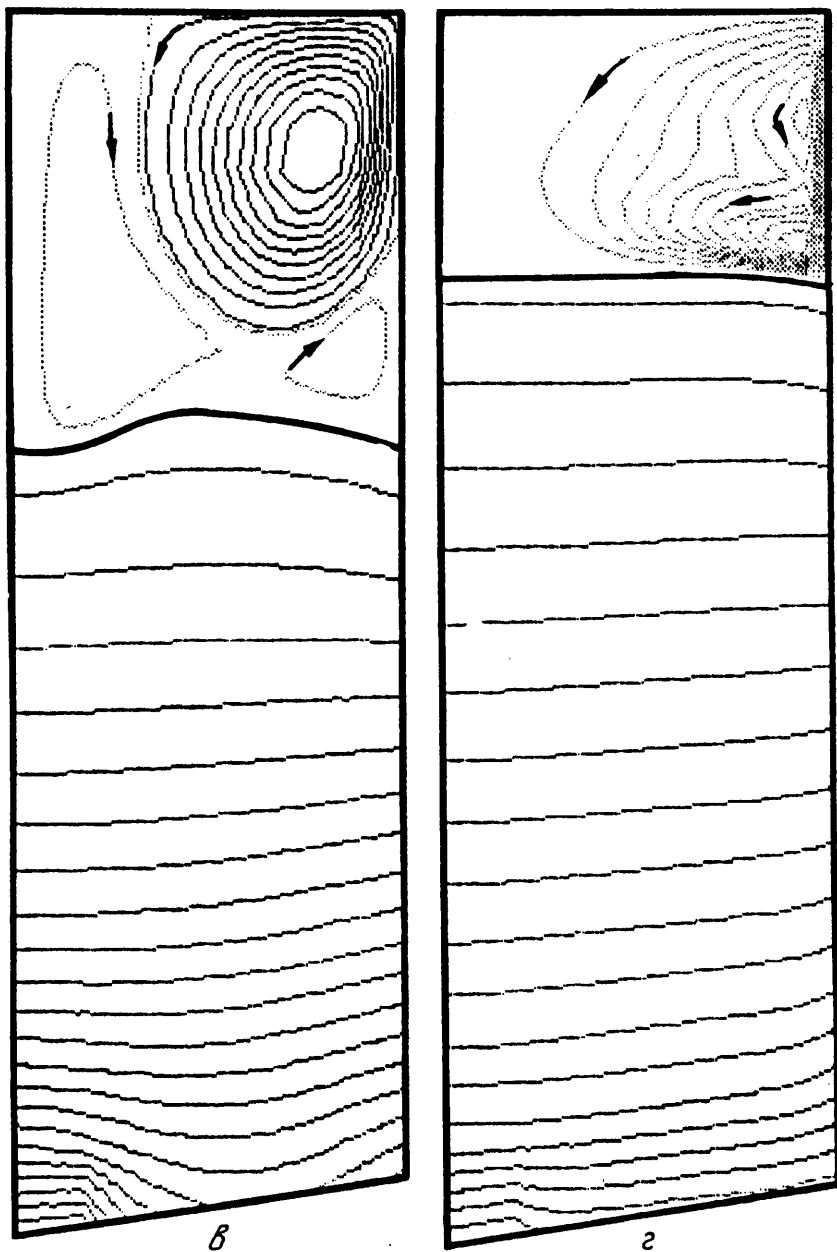
В экспериментальной работе по моделированию [15], выполненной с использованием водных растворов ( $Pr = 6,7$ ), получена довольно сложная диаграмма устойчивости движения, свидетельствующая о многообразии различных гидродинамических



Фиг. 2а, б

эффектов, в том числе нелинейных, которые могут иметь место при выращивании кристаллов методом Стокбаргера. Однако в лабораторных условиях отсутствовала имитация процесса кристаллизации, поэтому не было прямой зависимости формы фронта кристаллизации от гидродинамических процессов в расплаве. Последнее значительно проще достигается на основе компьютерного моделирования, выполненного в данной работе.

**3. Результаты расчетов.** В качестве переменных величин при моделировании процесса выбираются следующие параметры: 1) положение тигля в нагревательной камере (0, 150, 300 мм); 2) расстояние от охладителя до вершины тигля (10, 50, 300 мм); 3) соотношение энерговыделения между верхней и нижней частями нагревателя.



Фиг. 2. Линии тока в расплаве и изотермы в кристалле для начальной (а, б), средней (в) и конечной (z) стадий процесса

В расчетах задействованы теплофизические свойства фторида кальция (см. таблицу), при этом  $Pr_S = 0,71$ ,  $Pr_L = 0,73$ .

Из серии проведенных в данной работе расчетов следует, что наиболее важным фактором являются условия теплообмена на верхней торцевой поверхности ампулы. Для оценки их влияния был исследован профилированный прогрев нагревателя, достигаемый на практике вариацией его длины и ширины ступени. Корреляция изменений геометрических параметров нагревателя и его температурных полей осуществ-

вляется путем вариации градиента температуры на верхней части нагревателя и характеризуется величиной  $(\Delta T)_2 = T_{\max} - T_i$ .

В качестве примера рассмотрим следующие варианты расчета начальной стадии разрачивания кристалла при профилированном нагреве, когда присутствует перегрев боковой поверхности относительно верхнего торца ампулы и фронта кристаллизации:

1)  $T_i = 1713 \text{ К}$ ,  $(\Delta T)_2 = 10$ ,  $(\Delta T)_3 = 40$  (фиг. 2,а)

2)  $T_i = 1683 \text{ К}$ ,  $(\Delta T)_2 = 10$ ,  $(\Delta T)_3 = 10$  (фиг. 2,б)

Здесь  $(\Delta T)_3 = T_{\max} - T_i = (\Delta T)_1 + (\Delta T)_2$ .

Температура охладителя  $T_c$  одинакова и равна 1643 К.

Состояние	$\rho$ , кг/м	$\beta$ , 1/К	$\lambda$ , Вт/м · К	$c_p$ , Дж/кг · К	$H$ , Дж/кг	$v$ , м <sup>2</sup> /с
Жидкое	2656(1673 К) 2505(1713 К)	$1,5 \cdot 10^{-4}$	1,90	1800	$3,8 \cdot 10^5$	$25 \cdot 10^{-8}$
Твердое	2300	-	1,83	1700	-	-

В варианте 1 профилированного нагрева при  $(\Delta T)_2/(\Delta T)_3 = 0,25$  имеют место локализация области крупномасштабного движения в верхней части ампулы, обусловленная температурной неоднородностью, и проникающая конвекция в нижней устойчивой области (фиг. 2,а). Фронт кристаллизации при этом образуется выпуклым в расплав.

В варианте 2 при переохлаждении верхней торцевой части ампулы  $((\Delta T)_2/(\Delta T)_3 = 1)$  наблюдается усиление интенсивности течения и распространение его на всю устойчивую область вплоть до фронта кристаллизации в центральной части, что вызывает его инверсию к вогнутой форме (фиг. 2,б). Процесс перемешивания имеет колебательный характер и сопровождается периодическим усилением и ослаблением каждого из трех вихрей в характерной структуре течения, что приводит к появлению колебаний величины теплового потока из расплава в кристалл.

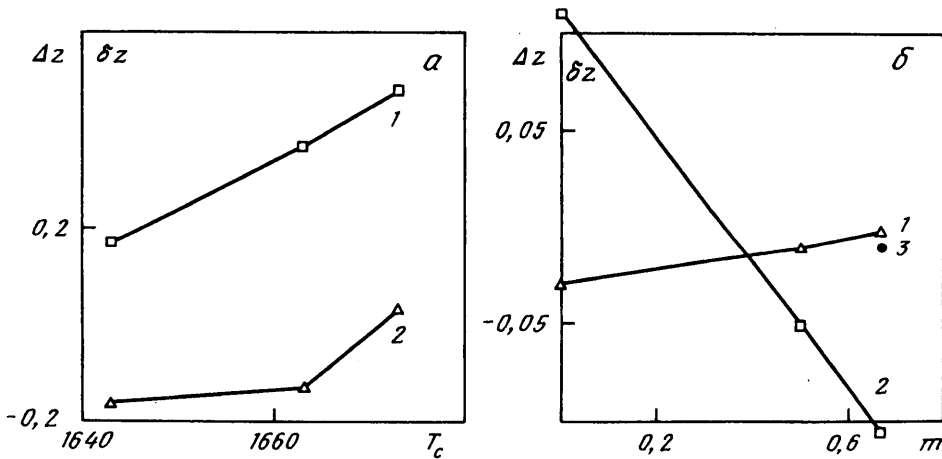
Таким образом, нежелательным гидродинамическим фактором, влияющим на форму фронта кристаллизации, является образование сравнительно интенсивного опускного течения вблизи оси из-за появления верхней переохлажденной относительно средних слоев области. Это течение приводит к ослаблению влияния охладителя и вызывает инверсию фронта кристаллизации к вогнутой форме. Благоприятными условиями для роста являются  $0 < (\Delta T)_2/(\Delta T)_3 < 1$ .

К числу других нежелательных эффектов при росте кристаллов относится эффект более быстрой кристаллизации периферийных участков расплава, сопровождающихся инверсией формы фронта кристаллизации от выпуклой к вогнутой. Условия возникновения таких неблагоприятных условий кристаллизации в ампуле определяются многими факторами. В частности, этот эффект обусловлен влиянием охладителя (величиной площади его поверхности и близостью к конусной части ампулы).

Для начального этапа конусного разрачивания кристалла исследовано влияние охладителя на форму фронта кристаллизации, для характеристики которой вводятся следующие относительные величины:  $\Delta z = (\langle z \rangle - z_3)/\langle z \rangle$ ,  $\delta z = (z_1 - \langle z \rangle)/\langle z \rangle = (\langle z \rangle - z_2)/\langle z \rangle$ . Здесь  $z_1, z_2$  – координаты фронта кристаллизации на оси ( $r = 0$ ) и у стенки ампулы ( $r = R$ ) соответственно,  $z_3$  – координата "стрелы прогиба";  $\langle z \rangle = 0,5(z_1 + z_2)$ .

Результаты расчетов, проведенных для значений температуры на охладителе  $T_c = 1643, 1663, 1673 \text{ К}$  при прочих равных условиях ( $T_i = 1713 \text{ К}$ ,  $(\Delta T)_2 = 10$ ,  $(\Delta T)_3 = 40$ ), показаны на фиг. 3,а. При увеличении  $T_c$  в технологическом диапазоне параметров "стрела прогиба"  $l$  увеличивается, т.е. фронт приобретает выраженный W-образный характер, причем с большей скоростью растет периферийная область кристалла по сравнению с центральной 2. При  $T_c = 1671 \text{ К}$  скорости роста центральной и периферийной частей выравниваются ( $\delta z = 0$ ) и далее кристалл начинает расти в центре с большей скоростью. Можно отметить также, что уменьшение температуры





Фиг. 3. Неоднородность фронта кристаллизации в зависимости от температуры охладителя  $T_c$ , К (а) и для различных стадий роста  $m$  (б): 1 –  $\Delta z$ , 2 –  $\delta z$

на охладителе (что эквивалентно также приближению охладителя к конусной части ампулы) приводит к более глубокому охлаждению вещества и большему смещению фронта кристаллизации от конусной части к периферии ампулы.

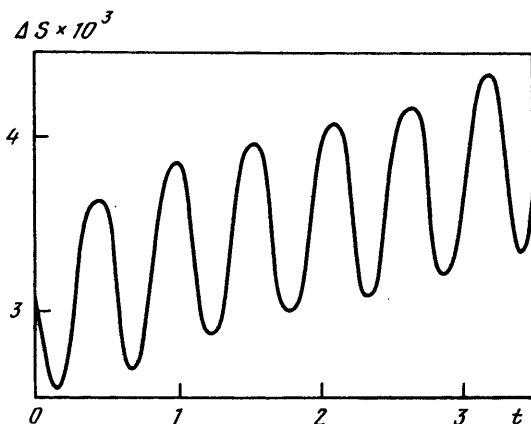
По мере продвижения ампулы фронт кристаллизации перемещается вверх и структура течения расплава изменяется (фиг. 2, в, г).

Второй характерной стадией роста является середина процесса, когда фронт кристаллизации удален на значительное расстояние от конусной части ампулы. При этом, согласно технологическим требованиям, происходит некоторое снижение подаваемой на нагреватель электрической мощности. Последнее приводит к уменьшению теплоотдачи от нагревателя, что естественно ввиду уменьшения теплоемкости энергопотребляющей системы (ампулы с расплавом). Это происходит из-за сдвига ампулы в холодную часть камеры с одновременным уменьшением объема расплавленной зоны.

Ранее отмечалось, что важнейшим параметром для формирования устойчивого температурного градиента является вертикальная разность температур  $(\Delta T)_1$ , которая на данной стадии роста оказывается существенно малой ( $(\Delta T)_1 \approx 0$ ). Следствием этого является формирование в области расплава трехвихревого течения с периодическим усилением и ослаблением каждого из трех вихрей при преобладании верхнего наиболее интенсивного вихря, вызванного переохлаждением верхней части (фиг. 2, в). Подобная гидродинамическая структура приводит к инверсии фронта кристаллизации (см. для сравнения фиг. 2, а): в центральной части фронт становится вогнутым.

Окончательная стадия процесса выращивания характеризуется, с одной стороны, более значительным охлаждением верхних слоев расплава, с другой – значительным уменьшением высоты расплава и соответственно контакта с нагревателем. Это приводит к значительному снижению интенсивности течения и теплопроводностному механизму теплообмена. При этом все колебательные процессы затухают.

По мере опускания ампулы относительно неподвижного нагревателя, а также при уменьшении мощности, подаваемой на нагреватель, осевой градиент температуры уменьшается ( $\partial T/\partial z = 1,9$  К/см соответствует фиг. 2, а, 0,8 – в, 0,2 – г). Этот результат согласуется с экспериментальными данными, приведенными в [11] для процесса выращивания фторидов. Изменение температурного режима приводит к увеличению неоднородности фронта кристаллизации (фиг. 3, б, кривая 2) с инверсией в процессе роста ( $\delta z = 0$ ,  $m \approx 0,35$ ) при выравнивании скоростей в центре и в периферийных областях (кривая 1,  $\Delta z = 0$ ).



Фиг. 4. Временные колебания от  $t$ , с максимальной неоднородности  $\Delta S \cdot 10^3$ , см фронта кристаллизации

С целью поддержания постоянного осевого градиента был выполнен расчет с перегревом верхней области на конечной стадии процесса выращивания ( $T_i = 1698$  К). При этом, как и следовало ожидать, фронт кристаллизации стал практически плоским (фиг. 3,б, позиция 3,  $\delta z \approx 0$ ).

Отметим также, что наличие гидродинамических колебаний в расплаве обуславливает колебательный механизм роста кристалла. В качестве примера на фиг. 4 показано поведение величины  $\Delta S = \max(z) - \min(z)$ , характеризующей неоднородность фронта кристаллизации. Уменьшение интенсивности движения к концу процесса выращивания приводит к затуханию колебательных процессов в расплаве.

**Закключение.** Показано, что на устойчивый рост кристалла определяющее влияние оказывает вертикальный температурный градиент в области расплава. Для поддержания постоянного осевого градиента и избежания неконтролируемой инверсии фронта кристаллизации необходимо программируемое изменение разностей температур  $(\Delta T)_1$ ,  $(\Delta T)_2$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-17937).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sukanek P.C.* Deviation of freezing rate from translation rate in the Bridgman–Stockbarger technique. 1. Very low translation rates // *J. Cryst. Growth*. 1982. V. 58. № 1. P. 208–218.
2. *Sukanek P.C.* Deviation of freezing rate from translation rate in the Bridgman–Stockbarger technique. 2. Moderate translation rates // *J. Cryst. Growth*. 1982. V. 58. № 1. P. 219–228.
3. *Naumann R.J.* An analytical approach to thermal modeling of Bridgman-type crystal growth. 1. One-dimensional analysis // *J. Cryst. Growth*. 1982. V. 58. № 3. P. 554–568.
4. *Neugebauer G.T., Wilcox W.R.* Convection in the vertical Bridgman–Stockbarger technique // *J. Cryst. Growth*. 1988. V. 89. № 2/3. P. 143–154.
5. *Ravishankar P.S., Fu T.W.* Mathematical modeling and parametric study of heat transfer in Bridgman–Stockbarger growth of crystals // *J. Cryst. Growth*. 1983. V. 62. № 2. P. 425–432.
6. *Chin L.Y., Carlson F.M.* Finite element analysis of the control of interface shape in Bridgman crystal growth // *J. Cryst. Growth*. 1983. V. 62. № 3. P. 561–567.
7. *Jasinski T., Witt A.F., Rohsenow W.M.* Heat transfer analysis of the Bridgman–Stockbarger configuration for crystal growth. 2. Analytical treatment of radial temperature variations // *J. Cryst. Growth*. 1984. V. 67. № 2. P. 173–184.

8. Wang C.A., Witt A.F., Carruthers J.R. Analysis of crystal growth characteristics in a conventional vertical Bridgman configuration // *J. Cryst. Growth*. 1984. V. 66. № 2. P. 299–308.
9. Schonherr E., Dieguez E. Investigation of crystal growth by a transient Bridgman technique // *J. Cryst. Growth*. 1983. V. 63. № 1. P. 197–201.
10. Kim D.H., Adornato P.M., Brown R.A. Effect of vertical magnetic field on convection and segregation in vertical Bridgman crystal growth // *J. Cryst. Growth*. 1988. V. 89. № 2/3. P. 339–356.
11. Дешко В.И., Жмурова З.И., Калениченко С.Г. и др. Исследование температурных полей в двухзонной установке для кристаллизации фторидов по методу Стокбаргера // *Кристаллография*. 1994. Т. 39. № 3. С. 547–557.
12. Lingart Yu.K., Mukhin S.V., Tikhonova N.A. Mathematical modelling of heat transfer in Stockbarger-type units for ZnSe growth // *J. Cryst. Growth*, 1991. V. 108. № 1/2. P. 233–239.
13. Гельфгат Ю.М., Марченко М.П., Соркин М.З., Фрязинов И.В. Численное моделирование влияния внешних температурных и магнитных воздействий на форму границы раздела фаз при вертикальной направленной кристаллизации // *Математическое моделирование*. 1992. Т. 4. № 2. С. 21–44.
14. Brown R.A. Theory of transport processes in single crystal growth from the melt // *AIChE Journal*. 1988. V. 34. № 6. P. 881–911.
15. Muller G. Convection and inhomogeneities in crystal growth from the melt. Berlin: Springer-Verlag, 1988. 133 p. *Crystals: Growth, Properties, and Applications*. V. 12.

Москва

Поступила в редакцию  
15.II.1996