

УДК 532.516.013.4:536.25

© 1997 г. Л.А. МОИСЕЕВА, С.Г. ЧЕРКАСОВ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ И ТЕПЛООБМЕНА В КРИОГЕННОМ ТОПЛИВНОМ БАКЕ С ЗАХОЛАЖИВАЮЩИМ ТЕПЛООБМЕННИКОМ

Численно решена сопряженная задача естественной конвекции в топливном баке с теплопроводной стенкой при наличии внешнего равномерного теплоподвода и одновременного отвода тепла через локальные стоки в боковой стенке. Исследованы теплообменные процессы в баке для широкого диапазона чисел Грасгофа при различном расположении стоков тепла в стенке.

Для разработки активных систем поддержания теплового режима топливных баков космических аппаратов, обеспечивающих длительное хранение криогенного топлива в космосе, необходимы исследования теплообменных процессов. Основным элементом системы поддержания теплового режима является размещенный в баке захлаживающий теплообменник, необходимый для отвода проникающего в бак тепла. При изучении процессов теплообмена в баках с теплообменниками возникает проблема оптимизации их расположения с точки зрения наиболее эффективного отвода тепла от топлива.

Исследованию естественной конвекции и теплообмена в криогенных топливных баках применительно к условиям пониженной гравитации посвящено большое количество работ, в частности [1–6], в которых рассматривались условия теплоподвода, соответствующие пассивному хранению топлива в космосе, когда тепло проникает в бак через теплоизоляцию. Однако при длительном хранении топлива необходим захлаживающий теплообменник, удаляющий поступающее в бак тепло.

В данной работе численно исследуется естественная конвекция и теплообмен в вертикальном цилиндрическом топливном баке, на внутренней стороне боковой стенки которого размещен захлаживающий теплообменник, представляющий собой систему горизонтальных кольцевых трубок (витков), расположенных на равном расстоянии друг от друга. При такой конфигурации теплообменника задача обладает осевой симметрией. В расчетах варьируется число витков и расположение теплообменника. Механическим влиянием теплообменника на поле течения пренебрегается, учитывается лишь его влияние на поля течения и температуры через изменение тепловых потоков, идущих от стенки бака к топливу.

1. Постановка задачи. Решается сопряженная задача естественной конвекции в вертикальном цилиндрическом топливном баке с теплопроводной стенкой. Извне к боковой поверхности бака подводится постоянный во времени и равномерно распределенный по поверхности тепловой поток, а в стенке бака размещены стоки тепла, имитирующие места теплового контакта с витками захлаживающего теплообменника. В стоках поддерживается постоянная температура, равная начальной температуре топлива в баке. Бак имеет внутренний радиус R , толщину стенки δ_w (здесь и далее индекс w относится к параметрам стенки бака) и частично заполнен жидкостью до высоты L . Задача решается в приближении термически тонкой стенки, т.е. изме-

нение температуры поперек стенки считается пренебрежимо малым. Свободная поверхность жидкости предполагается плоской при отсутствии на ней трения. Предполагается также, что поля скорости и температуры осесимметричны, угловая составляющая скорости отсутствует, свободная поверхность и дно бака теплоизолированы, а стенка бака в этих сечениях не всегда теплоизолирована.

Конвективное течение и теплообмен внутри бака описываются двумерными нестационарными уравнениями Навье – Стокса в приближении Буссинеска [7]. В безразмерных переменных вихрь, функция тока, температура эти уравнения и граничные условия к ним имеют вид

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + v \frac{\partial \omega}{\partial z} = \text{Gr} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} - \frac{\omega}{r^2} \left(1 + \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \omega r \quad (1.2)$$

$$r \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (ru\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (rv\theta) = \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + r \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (1.3)$$

$$r = 0: \quad \psi = 0, \quad \omega = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0$$

$$r = 1: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \theta = \theta_w, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = q_f$$

$$z = 0: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$$

$$z = H: \quad \psi = 0, \quad \omega = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z}, \quad v = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

$$\theta = \frac{(T - T_0)\lambda}{qR}, \quad \text{Gr} = \frac{g\beta qR^4}{v^2\lambda}$$

Размещенные в стенке стоки тепла моделируются горизонтальными сечениями, в которых температура стенки постоянна и равна T_0 . Стоки делят стенку на участки, количество которых зависит от числа и расположения стоков. Безразмерное уравнение теплопроводности для стенки и граничные условия к нему представим в виде

$$A_w \frac{\partial \theta_w}{\partial t} = B_w \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial z^2} + 1 - q_f \quad (1.4)$$

$$A_w = \frac{\delta_w \rho_w c_w v}{\lambda R}, \quad B_w = \frac{\delta_w \lambda_w}{\lambda R}, \quad \theta_w = \frac{T_w - T_0}{qR} \lambda$$

$$\theta_w = 0, \quad z = z_i$$

Здесь z_i – координата i -го стока тепла. Уравнение (1.4) решается отдельно для каждого участка стенки. Границами каждого такого участка стенки являются стоки тепла. Исключение составляют крайние верхний и нижний участки стенки в тех случаях, когда крайние стоки не совпадают с верхней и нижней границами ($z = H$, $z = 0$). В этих случаях на указанных границах стенки ставилось условие теплоизоляции $\partial \theta_w / \partial z = 0$.

В уравнениях (1.1)–(1.4) u , v – составляющие скорости по осям r , z (ось z направлена против вектора силы тяжести), θ – безразмерная температура; T – размерная температура жидкости; T_0 – начальная температура жидкости; Gr – число Грасгофа; $\text{Pr} = \nu/a$ – число Прандтля; λ , β , ν , a – коэффициенты теплопроводности, теплового расширения, кинематической вязкости и температуропроводности жидкости;

g – ускорение силы тяжести; $H = L/R$ – безразмерная высота столба жидкости в баке; q – величина внешнего теплового потока на боковой стенке; q_f – отнесенный к q тепловой поток, идущий от стенки к жидкости; ρ, c – плотность, теплоемкость. В качестве масштабов длины, времени и скорости используются величины $R, R^2/\nu$ и ν/R соответственно.

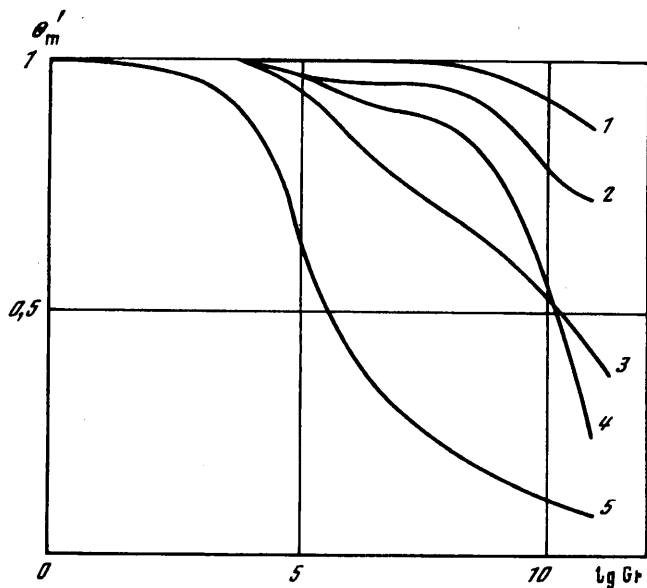
Температурные граничные условия при $r = 1$ выражают собой условия сопряжения на границе "жидкость–стенка" (условие равенства температур и условие равенства тепловых потоков).

2. Численный метод. Решения уравнений (1.1)–(1.3) получены методом сеток по методике [8]. Для численного решения уравнения теплопроводности (1.4) применяется метод, аналогичный методу переменных направлений. Каждый шаг по времени разбивается на два полушага. На первом полушаге поток тепла, идущий от жидкости к стенке, считается неизвестным, а перетоки тепла вдоль стенки предполагаются заданными, значение второй производной температуры стенки по вертикальной координате берется с предыдущего шага по времени. На втором полушаге вычисляется вторая производная температуры стенки по координате z , а тепловой поток от жидкости к стенке считается известным, его значение берется с первого полушага. На первом полушаге уравнение (1.4) аппроксимируется по явной схеме, а на втором – по неявной.

Численное моделирование течения и теплообмена проводилось для бака радиуса $R = 1$ м, заполненного до высоты $L = 2$ м жидким водородом; параметры стенки бака: толщина $\delta_w = 5$ мм, плотность $\rho_w = 2700$ кг/м³, теплоемкость $c_w = 10$ Дж/(кг · гр), коэффициент теплопроводности $\lambda_w = 15$ Вт/(м · гр). Предполагалось, что к боковой поверхности бака подводится равномерно распределенный постоянный во времени тепловой поток с плотностью $q = 3$ Вт/м². Для данной задачи безразмерные параметры имеют следующие значения: $H = 2$; $Pr = 1,2$; $A_w = 2 \cdot 10^{-4}$; $B_w = 6 \cdot 10^{-1}$. Число Грасгофа в расчетах варьировалось в диапазоне от 0 до 10^{11} , что соответствует для рассматриваемых условий изменению величины ускорения силы тяжести от $g = 0$ при $Gr = 0$ до $g = 10^{-2}$ м/с² при $Gr = 10^{11}$.

Основное внимание в расчетах уделялось исследованию теплообменных процессов в баке, изучалась зависимость различных температурных характеристик от расположения стоков тепла в стенке и от величины числа Грасгофа. Расчеты проводились для пяти вариантов расположения теплообменника в стенке бака. В первой серии расчетов имитируемый теплообменник имел девять витков, т.е. в стенке бака располагалось девять стоков тепла, размещенных на равном расстоянии $d = 0,25$ друг от друга, причем верхний сток находился на уровне свободной поверхности жидкости ($z = H$), а нижний – на уровне дна бака ($z = 0$). Во второй серии расчетов теплообменник состоял из семи витков, нижний сток тепла был расположен на высоте $z = 0,25$, верхний – на высоте $z = 1,75$, а расстояние между стоками $d = 0,25$. В этих двух случаях при $Gr < 10^{10}$ расчеты проводились на равномерной по оси z и неравномерной вдоль радиуса сетке, имеющей 129 узлов по вертикали и 42 узла по горизонтали. Минимальный шаг сетки вдоль радиуса составлял 0,01 у стенки бака, а максимальный равнялся 0,05 у оси симметрии. Шаг по времени принимался $\tau = 10^{-4}$. Для $Gr \geq 10^{10}$ количество узлов сетки в горизонтальном направлении было увеличено до 75, шаги сетки по оси r менялись от 0,0025 у стенки до 0,04 в центре бака. При $Gr \geq 10^{10}$ расчеты выполнялись с шагом по времени $\tau = 10^{-5}$.

В расчетах, проведенных для третьего варианта расположения теплообменника, в стенке бака находилось пять стоков тепла, размещенных на том же расстоянии друг от друга, что и в двух предыдущих случаях. Нижний сток тепла был расположен на уровне $z = 0,5$, а верхний – на уровне $z = 1,5$. В этом случае для $Gr < 10^{10}$ также использовалась сетка 42×129 и более подробная по горизонтали сетка 75×129 для $Gr \geq 10^{10}$. Шаг по времени составлял $\tau = 10^{-4}$ для $Gr \leq 10^4$; $\tau = 5 \cdot 10^{-6}$ для $Gr = 10^6$ и

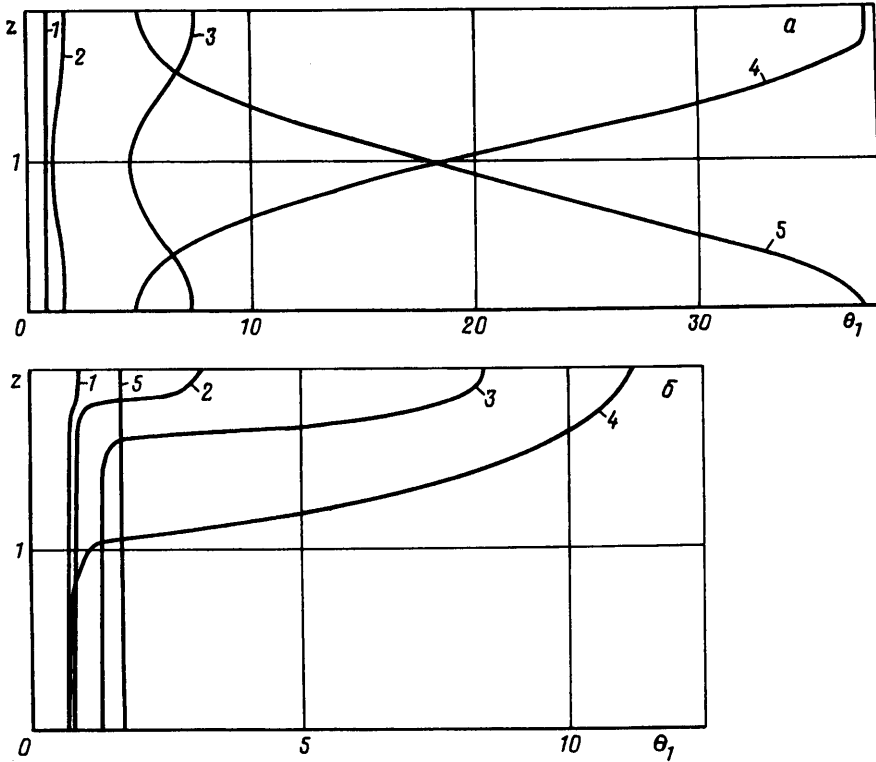


Фиг. 1. Зависимость отношения среднемассовых температур $\theta'_m = \theta_m / \theta_{m0i}$ от числа Gr для пяти вариантов размещения стоков тепла в стенке бака: $\theta_{m01} = 8,34 \cdot 10^{-3}$, $\theta_{m02} = 1,39 \cdot 10^{-2}$, $\theta_{m03} = 5,86 \cdot 10^{-2}$, $\theta_{m04} = \theta_{m05} = 1,93 \cdot 10^{-1}$

$\tau = 2 \cdot 10^{-6}$ для $Gr \geq 10^8$. При таком расположении теплообменника тепло отводилось от средней части бака. Далее были рассмотрены случаи, когда тот же теплообменник, имеющий пять витков, был размещен в нижней половине боковой стенки бака (нижний сток тепла находился на уровне $z = 0$, а верхний – на высоте $z = H/2$) и в верхней половине стенки бака (нижний сток в этом случае располагался на высоте $z = H/2$, а верхний – на высоте $z = H$). Для $Gr \leq 10^6$ вычисления проводились на сетке 42×129 с шагом $\tau = 10^{-4}$; для $Gr = 10^8$ – на сетке 42×129 с шагом $\tau = 10^{-5}$, а для $Gr = 10^{11}$ – на сетке 75×129 с шагом $\tau = 2 \cdot 10^{-6}$.

3. Результаты расчетов. Обратим внимание на то, что приведенные в данной работе результаты относятся к режимам, полученным путем установления решений исходно нестационарной задачи (1.1)–(1.4). Однако не во всех расчетах удавалось достичь стационарного режима. В некоторых случаях (при больших числах Грасгофа) устанавливался квазистационарный режим, при котором наблюдались регулярные или нерегулярные колебания. В этих случаях под стационарными значениями понимаются средние значения величин после установления квазистационарного режима.

В проведенных расчетах при малых числах Грасгофа для всех вариантов размещения стоков тепла в стенке наблюдалось очень слабое конвективное течение, практически не влияющее на распределение температуры в жидкости, температурное поле оставалось таким же, как при теплопроводности. С ростом числа Грасгофа становится заметным действие конвекции. Фигура 1 демонстрирует влияние конвекции на температурное поле для различных конфигураций теплообменника. На фиг. 1 представлена зависимость среднемассовой температуры жидкости в баке θ_m , отнесенной к среднемассовой температуре в режиме теплопроводности θ_{m0} , от числа Gr . Каждая кривая фиг. 1 соответствует одному из вариантов размещения стоков тепла в стенке бака. Кривая 1 соответствует случаю, когда в стенке расположено девять стоков тепла, кривая 2 – случаю семи стоков, кривые 3–5 – случаю пяти стоков (3 – стоки расположены в центральной части стенки, 4 – внизу, 5 – вверху). Видно, что наиболее сильно влияние конвекции при расположении теплообменника в верхней час-



Фиг 2. Профили температуры $\theta_1 = \theta \cdot 10^2$ на оси симметрии для пяти вариантов размещения стоков тепла в боковой стенке: *a* – $Cr = 0$; *b* – $Cr = 10^{11}$

ти стенки бака, а для теплообменника с девятью витками влияние конвекции на температурное поле оказывается слабым даже при больших числах G_r .

Рассмотрим вопрос о структуре течения. Наблюдались разнообразные картины течения для различных конфигураций теплообменника. Для теплообменника с девятью витками при небольших числах Грасгофа имеется стационарный режим течения, при котором почти вся жидкость в баке циркулирует в одном направлении, поднимаясь вблизи стенки и опускаясь в центре бака, и лишь около стенки напротив стоков тепла сохраняются маленькие слабые вихри, внутри которых жидкость вращается в обратном направлении. Для $G_r \geq 10^{10}$ течение становится хаотичным, число и размеры вихрей меняются случайным образом.

Для теплообменника с семью витками наблюдалась следующая стационарная картина течения: в средней части бака (напротив холодного участка стенки, на котором сосредоточены стоки тепла) образуется вихрь, ориентированный так, что жидкость опускается вдоль стенки, а в верхней и нижней частях бака (напротив участков стенки, не имеющих стоков тепла) образуются два вихря, в которых жидкость вдоль стенки поднимается вверх. Заметим, что в отличие от первого варианта размещения теплообменника в рассматриваемом случае при больших числах G_r структура течения принципиально не меняется, лишь слегка деформируются верхний и нижний вихри. Для третьего варианта размещения теплообменника (пять стоков тепла в центральной части стенки бака) структура течения аналогична случаю семи стоков тепла.

В случае, когда стоки тепла сосредоточены в верхней половине стенки бака, стационарное поле течения выглядит следующим образом: имеются два противоположно ориентированных вихря, в верхней половине бака жидкость опускается вдоль стенки вниз, а в нижней поднимается вверх. Для $G_r \leq 10^4$ вихри не меняются со временем,

для $Gr = 10^6$ преобладает то верхний, то нижний вихрь, причем колебания носят регулярный характер, для $Gr > 10^6$ колебания нерегулярны.

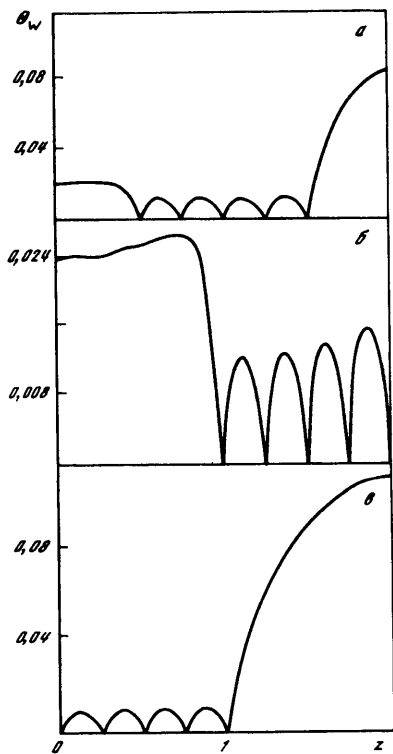
Для случая теплообменника в нижней части стенки бака стационарное поле течения при малых числах Грасгофа ($Gr \leq 10^6$) также состоит из двух вихрей, в верхней части бака жидкость всплывает вдоль стенки, а в нижней – тонет. С увеличением Gr верхний вихрь начинает уменьшаться в размерах и смещаться в правый верхний угол. При больших Gr течение становится хаотичным.

Перейдем теперь к описанию температурных полей. При малых числах Грасгофа стационарное распределение температуры мало отличается от стационарного распределения температуры в режиме теплопроводности (для всех случаев размещения стоков тепла в стенке). Температурное расслоение практически отсутствует. Для первых трех конфигураций теплообменника (9, 7 и 5 витков) поле температуры симметрично. С ростом Gr усиливается стратификация. Если теплообменник расположен внизу, в нижней части бака температурное поле однородно, а в верхней заметна стратификация. Для случаев, когда теплообменник размещается в центральной части стенки, зона стратификации значительно уменьшается и смещается вверх, а в случае, когда стоки тепла находятся в верхней половине стенки, поле температуры при больших Gr почти однородно, расслоение практически отсутствует.

На фиг. 2,а показаны профили температуры на оси симметрии при $Gr = 0$ для различных конфигураций теплообменника. Кривые 1–3 описывают температуру на оси в случаях девяти, семи и пяти стоков тепла в стенке соответственно. Кривые 4 и 5 изображают температурные профили для случаев, когда тепловые стоки находятся в нижней и верхней частях стенки соответственно. Отметим, что кривые 2 и 3 симметричны относительно прямой $z = 1$ и имеют в точке $z = 1$ минимум. Отметим также, что кривая 4 является зеркальным отражением кривой 5 относительно прямой $z = 1$. На фиг. 2,б показаны те же профили для $Gr = 10^{11}$, когда велико влияние конвекции. Оно проявляется в том, что в области, расположенной над теплообменником, имеется температурная стратификация, а в оставшейся области температура выравнивается за счет конвективного перемешивания.

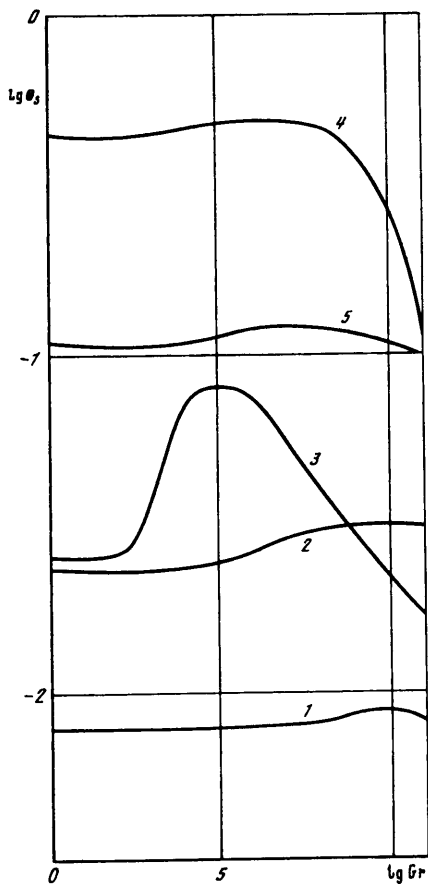
На фиг. 3 приведены стационарные распределения температуры θ_w вдоль стенки бака для $Gr = 10^{11}$ и разных вариантов расположения теплообменника. На фиг. 3,а показано распределение температуры вдоль стенки с пятью стоками тепла в центральной части. На фиг. 3,б и в показано изменение температуры стенки с высотой для случаев, когда тепловые стоки размещены в верхней и нижней частях стенки соответственно. Для теплообменника с семью витками распределение температуры вдоль стенки аналогично распределению на фиг. 3,а. Для теплообменника с девятью витками рассматриваемое распределение температуры имеет вид девяти выходящих из нуля парабол. Заметим, что приведенные на фиг. 3 профили отличаются от таких же профилей при малых числах Грасгофа. При $Gr < 10^6$ (для случая девяти стоков тепла – до 10^8 , а для случая пяти тепловых стоков сверху – только до 10^2) распределение температуры вдоль стенки почти не отличается от теплопроводностного. В режиме теплопроводности на участках стенки, заключенных между двумя стоками, это распределение имеет вид парабол, а перегрев стенки на участках, не имеющих стоков, значительно больше, чем на фиг. 3.

На фиг. 4 показана зависимость средней температуры поверхности θ_s от числа Грасгофа для пяти вариантов расположения теплообменника. Из-за сильного разброса значений θ_s для различных конфигураций теплообменника эта зависимость представлена в логарифмических координатах. Кривые 1, 2 соответствуют девяти и семи стокам тепла в стенке. Кривые 3, 4, 5 описывают θ_s в случаях, когда пять стоков тепла размещены сверху, внизу и в центре соответственно. Во всех случаях при малых числах Грасгофа θ_s совпадает со средней температурой поверхности при теплопроводности, затем с ростом Gr средняя температура поверхности растет, кривая имеет максимум, при дальнейшем увеличении числа Грасгофа θ_s уменьшается.



Фиг. 3

Фиг. 3. Стационарное распределение температуры θ_w вдоль боковой стенки, при $Gr = 10^{11}$ и для пяти стоков тепла: а – в центральной части стенки; б – в верхней части стенки; в – в нижней части стенки



Фиг. 4

Фиг. 4. Зависимость средней температуры свободной поверхности θ_s от числа Gr для пяти случаев размещения тепловых стоков на стенке

Заключение. Численным моделированием естественной конвекции и теплообмена в обогреваемом баке с теплопроводной стенкой, в которой различными способами размещались локальные тепловые стоки, имитирующие витки захлаживающего теплообменника, рассмотрен стационарный режим, когда все подводимое тепло отводится через стоки, а интегральный тепловой поток, идущий от стенки к жидкости, равен нулю. При этом имеет место локальный теплообмен между жидкостью и стенкой бака: в окрестностях стоков жидкость отдает тепло, а вдали от стоков – получает. Показано, что в рассматриваемых условиях структура конвективного течения является сложной и существенно зависит как от расположения тепловых стоков, так и от величины числа Грасгофа. При малых Gr движение жидкости почти не влияет на поле температуры. С ростом Gr становится заметным влияние конвекции, проявляющееся в том, что в области над теплообменником имеется температурная стратификация, а температура в оставшейся части бака выравнивается. Значение Gr , при котором начинает сказываться действие конвекции, зависит от конфигурации теплообменника.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Полежаев В.И., Вальциферов Ю.В.* Численное исследование нестационарной тепловой конвекции в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. М.: Изд-во МГУ, 1971. Вып. 3. С. 137–174.
2. *Полежаев В.И., Черкасов С.Г.* Нестационарная тепловая конвекция в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 148–157.
3. *Черкасов С.Г.* Естественная конвекция в вертикальном цилиндрическом сосуде при подводе тепла к боковой и свободной поверхностям // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 6. С. 51–56.
4. *Черкасов С.Г.* Квазистационарный режим естественной конвекции в вертикальном цилиндрическом сосуде // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 1. С. 146–152.
5. *Полежаев В.И., Бунэ А.В., Врезуб Н.А. и др.* Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье – Стокса. М.: Наука, 1987. 271 с.
6. *Черкасов С.Г.* Естественная конвекция и температурная стратификация в криогенном топливном баке в условиях микрогравитации. // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 5. С. 142–149.
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
8. *Черкасов С.Г.* Модифицированный численный метод для расчета тепловой конвекции в вертикальном цилиндрическом сосуде // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1984. Т. 15. № 5. С. 144–153.

Москва

Поступила в редакцию
6.И.1996