МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 3 • 1997

УДК 532.529.534.2

© 1997 г. Н.С. ХАБЕЕВ

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ПРИБЛИЖЕННОГО ОПИСАНИЯ МЕЖФАЗНОГО ТЕПЛОМАССООБМЕНА В ПУЗЫРЬКОВЫХ СМЕСЯХ

На примере задачи о распространении акустических возмущений в жидкости с пузырьками пара изучена возможность приближенного описания межфазного тепломассообмена. При этом использована двухтемпературная модель среды, когда интенсивность межфазного теплообмена задается с помощью эффективных значений числа Нуссельта [1]. Получены дисперсионное соотношение и выражения для фазовой скорости и коэффициента затухания. При этом результаты расчетом практически совпадают с результатами [2, 3], где для учета межфазного теплообмена были использованы точные дифференциальные уравнения. На основании этого сделан вывод о возможности использования двухтемпературной модели, в рамках которой расчеты существенно упрощаются.

Пусть имеется смесь жидкости со сферическими пузырьками пара. Будем рассматривать ее в рамках механики взаимопроникающих и взаимодействующих сплошных сред: первая фаза – несущая жидкость; вторая – пузырьки пара. Рассмотрим замкнутую систему уравнений для исследования волновых процессов в такой среде. Будем предполагать, что все пузырьки сферические и одного радиуса. Пар в пузырьках однороден и находится в насыщенном состоянии.

Система макроскопических уравнений сохранения масс, числа пузырьков, импульса всей смеси, пульсационного движения для плоского одномерного движения имеет вид [4]

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_{10}\frac{\partial v}{\partial x} = -J, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \rho_{20}\frac{\partial v}{\partial x} = J \tag{1}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + n_0\frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \rho_0\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p_1}{\partial x} = 0$$

$$a_0\frac{\partial w_1}{\partial t} + 4\nu\frac{w_1}{a_0} = \frac{p_2 - p_1 - 2\sigma/a}{\rho_{10}^0}, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2$$

$$\rho_i = \alpha_i\rho_i^0, \quad \alpha_2 = \frac{4}{3}\pi a^3 n, \quad J = n_0 j, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

Индексы 1, 2 относятся соответственно к параметрам жидкости и пара. Здесь ρ_i, ρ_i^0, α_i – значения средней по смеси и средней по фазе плотности, объемного содержания фаз, v – скорость, p – давление, n – число пузырьков в единице объема смеси, a – радиус пузырька, w – массовая скорость радиального движения фаз на поверхности пузырька, J и j – интенсивность фазовых переходов, отнесенная соответственно к единице объема смеси и приходящаяся на один пузырек, ν – коэффициент вязкости жидкости. Параметры, соответствующие невозмущенному состоянию, снабжены индексом ноль внизу.

В двухтемпературной модели каждой из фаз приписывается своя температура.

При условиях, далеких от критических, зачастую нет необходимости решать уравнение теплопроводности в паровой фазе, так как тепловой поток в жидкость значительно превышает тепловой поток в паровую фазу. Уравнение теплопроводности для жидкой фазы запишем в виде

$$\rho_{10} c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = q, \quad q = 2\pi a_0 \lambda_1 \, \mathrm{Nu}_1 [T_2 - T_1] \tag{2}$$

где T – температура, c_1 – удельная теплоемкость жидкости, Nu – безразмерный тепловой поток – число Нуссельта, λ – коэффициент теплопроводности.

Основной проблемой при описании тепломассообмена в парожидкостных средах является определение или выбор значений числа Нуссельта. Представляется естественным выбирать эффективные коэффициенты теплообмена из условия обеспечения такой же тепловой диссипации, что и при решении уравнения теплопроводности в точной постановке.

В [1] такие значения для эффективного коэффициента межфазного теплообмена были получены путем приравнивания декрементов теплового затухания свободных колебаний парового пузырька в точной постановке и в рамках двухтемпературной схемы. Соответствующая формула имеет вид

$$\mathrm{Nu}_1 = \sqrt{\mathrm{Pe}_1} + 2, \quad \mathrm{Pe}_1 = \frac{2a_0}{D_1} \sqrt{\frac{3\gamma p_0}{\rho_1^\circ}} \tag{3}$$

$$\gamma \approx \mathrm{const}, \quad D_1 = \lambda_1 / \rho_1^\circ c_1$$

где γ – показатель адиабаты пара, D_1 – коэффициент температуропроводности, Pe – число Пекле.

Рассмотрим линейно сжимаемую жидкость и совершенный газ

$$p_1 = p_0 + d_1^2 [\rho_1^\circ - \rho_{10}^\circ], \quad p_2 = \rho_2^\circ R T_2 / \mu \tag{4}$$

где d – скорость звука в жидкости, μ – молекулярный вес, R – универсальная газовая постоянная.

Для давления пара p_2 на поверхности раздела фаз выполняется соотношение Клапейрона – Клаузиуса

$$\frac{dp_2}{dT_2} = \frac{\mu l p_2}{R T_2^2} \tag{5}$$

Здесь l – удельная теплота парообразования. Граничные условия на поверхности раздела фаз могут быть записаны следующим образом:

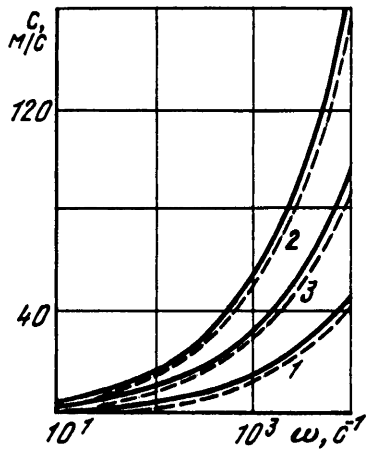
$$r = a_0 \colon \; T_2 = T_S(p_2), \quad q_1 = -lJ$$
$$\rho_{10}^\circ \left(\frac{\partial a}{\partial t} - w_{1a} \right) = j, \quad \rho_{20}^\circ \left(\frac{\partial a}{\partial t} - w_{2a} \right) = j \tag{6}$$

Для решения задачи можно использовать интеграл энергии для паровой фазы, полученный путем интегрирования по всему объему уравнения притока тепла для пара с учетом уравнения неразрывности

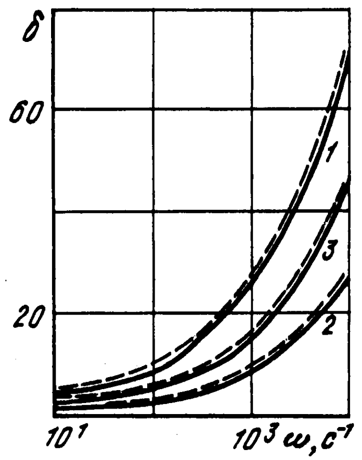
$$\frac{dp_2}{dt} = -\frac{3\gamma}{a} w_{2a} p_2 \tag{7}$$

Решение системы уравнений ищем в виде бегущих волн

$$p, v, w, n, a \sim \exp[i(Kx - \omega t)]$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимости фазовой скорости звука от частоты для различных пузырьковых систем: воды, этанола и этиленгликоля (соответственно кривые *1*, *2* и *3*)

Фиг. 2. Зависимости коэффициента затухания звука от частоты для различных пузырьковых систем

Из условия существования решения такого вида получаем дисперсионное соотношение

$$\frac{K^2}{\omega^2} = \rho_0\left(\frac{\alpha_{10}}{\rho^\circ_{10} d_l^2} + \frac{3\alpha_{20}}{\psi}\right)$$

$$\psi = \left(1 - \frac{1}{3\gamma}\right)\frac{\rho^\circ_{20} a_0 \mu l^2 n_0}{\rho^\circ_{10} R T_0 c_l}\left(1 - \frac{\rho_{10} c_l i\omega}{2\pi a_0 n_0 \lambda_l \,\mathrm{Nu}_l}\right) - \omega^2 a_0^2 \rho^\circ_{10} - \frac{2\sigma}{a_0} - 4i\rho^\circ_{10}\nu\omega \qquad (8)$$

Выделяя действительную и мнимую части этого соотношения

$K^2/\omega^2 = \mathrm{Re}_l + i\mathrm{Im}_l$

находим выражения для фазовой скорости c и коэффициента затухания δ

$$c = \left(\frac{\mathrm{Re}_l + \sqrt{\mathrm{Re}_l^2 + \mathrm{Im}_l^2}}{2}\right)^{-1/2}, \quad \sigma = \omega\left(\frac{-\mathrm{Re}_l + \sqrt{\mathrm{Re}_l^2 + \mathrm{Im}_l^2}}{2}\right)^{1/2} \qquad (9)$$

На фиг. 1 и 2 приведены зависимости фазовой скорсти и коэффициента затухания от частоты ω для различных пузырьковых смесей. Расчеты проводились для кипящих однокомпонентных систем: воды, этанола и этиленгликоля (соответственно кривые *1*, *2*, *3*) при p_{10} = 0,1МПа, $\alpha_{20} = 10^{-2}$, $a_0 = 10^{-3}$ м. Температура системы составляла соответственно 373, 363, 403 K.

При использовании двухтемпературной модели и формулы (3) для эффективного значения коэффициента межфазного теплообмена расчеты существенно упрощаются. При этом их результаты практически совпадают с результатами [2, 3], где аналогичная задача решалась с учетом точных решений уравнения теплопроводности вокруг пробного пузырька.

На фиг. 1 и 2 сплошные кривые соответствуют двухтемпературной модели, штриховые – модели с учетом решения уравнения теплопроводности вокруг пробного пузырька. Близость кривых позволяет сделать вывод об эффективности использования данного подхода для описания межфазного теплообмена в акустике парожидкостных пузырьковых сред. Граница применимости данного подхода определяется ограничением, полученным при выводе формулы (3)

$$\mathrm{Pe}_1 = \frac{2a_0}{D_1}\sqrt{\frac{3\gamma p_0}{\rho_1^\circ}} \gg 3(\gamma-1)\left(\frac{c_p T_0}{l}\right)^2 \frac{\rho_1^\circ}{\rho_2^\circ}\frac{c_1}{c_p}$$

где c_p – удельная теплоемкость пара при постоянном давлении. Для паровых пузырьков в воде при $p_0 = 1$ атм это соответствует ограничению на радиус пузырьков $R_0 \gg 10^{-6}$ м.

Таким образом, данный подход применим в достаточно широком диапазоне определяющих параметров.

Заключение. Скорость звука и коэффициент затухания, рассчитанные в рамках приближенного подхода, практически совпадают с соответствующими значениями, рассчитанными с учетом точных решений уравнения теплопроводности вокруг "пробного" пузырька.

Автор благодарит Е.В. Михееву за помощь в проведении расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С.* Декременты затухания колебаний и эффективные коэффициенты теплообмена пузырьков, радиально пульсирующих в жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 6. С. 80–87.
2. *Вахитова Н.К., Шагапов В.Ш.* О распространении малых возмущений в парожидкостных пузырьковых средах // ПМТФ. 1984. № 5. С. 34–43.
3. *Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С., Шагапов В.Ш.* Эффекты аномального влияния компонентного состава в акустике кипящих растворов // Докл. АН СССР. 1989. Т. 304. № 6. С. 1323–1328.
4. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1. 464 с.; Т. 2. 360 с.

Бахрейн

Поступила в редакцию
17.V.1995