

УДК 533.6.011.55+532.526

© 1997 г. Г.Н. ДУДИН

К ВОПРОСУ СУЩЕСТВОВАНИЯ АВТОМОДЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАКРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ТРЕУГОЛЬНОГО КРЫЛА

Исследовано обтекание на режиме сильного вязкого взаимодействия полубесконечных тонких треугольных крыльев для случая, когда температура поверхности крыла мала по сравнению с температурой торможения набегающего потока. Рассмотрены крылья, у которых изменение толщины в поперечном направлении имеет степенной характер с показателем степени $3/4$. Представлены результаты численного расчета характеристик течения пограничного слоя как в закритической, так и в докритической областях течения.

Исследование течения в пространственном пограничном слое на нехолодных плоских треугольных крыльях, обтекаемых гиперзвуковым потоком вязкого газа, показало, что на режиме сильного вязкого взаимодействия [1] разложение решения в окрестности передней кромки содержит произвольную константу. Соответствующий выбор ее в принципе позволяет удовлетворить условиям в плоскости симметрии полубесконечного треугольного крыла. При этом только на самой кромке крыла решение совпадает с решением, соответствующим обтеканию полубесконечной скользящей пластины. Более сложный характер течения реализуется при обтекании полубесконечных треугольных крыльев, имеющих толщину. В этом случае характер течения в пограничном слое существенно меняется [2] и в значительной степени зависит как от распределения толщины крыла, так и от отношения характерной толщины к толщине пограничного слоя. В частности, возможно образование развитых зон возвратного вторичного течения не только в окрестности плоскости симметрии крыла.

При обтекании холодных крыльев на режиме сильного вязкого взаимодействия характер течения существенно изменяется. Так, при углах стреловидности плоского треугольного крыла меньше критического в пограничном слое существуют области закритического и докритического течения [3, 4]. В первой из них возмущения не распространяются вверх по потоку и реализуется автомодельное течение, соответствующее обтеканию полубесконечной скользящей пластинки. Если угол стреловидности крыла больше критического, то на всем крыле реализуется докритический режим обтекания, в котором возмущения распространяются от плоскости симметрии крыла вплоть до передних кромок. До настоящего времени условия возникновения областей закритического течения исследовались только при рассмотрении гиперзвукового обтекания плоских треугольных крыльев. Распределение толщины крыла, естественно, влияет на характеристики течения в пограничном слое, а следовательно, будет влиять и на значение координаты перехода от закритического течения к докритическому и изменять размеры соответствующих областей. При этом в закритической области течения могут уже и не описываться автомодельными решениями.

1. Рассматривается симметричное обтекание полубесконечного тонкого треугольного крыла гиперзвуковым потоком вязкого газа при нулевом угле атаки. Вводится декартова система координат, начало которой расположено в вершине крыла, ось x^0

направлена вдоль оси симметрии крыла, ось z° – по размаху крыла, а ось y° – по нормали к плоскости крыла. Компоненты вектора скорости $u^\circ, v^\circ, w^\circ$ направлены соответственно вдоль $x^\circ, y^\circ, z^\circ$. Угол стреловидности крыла – $\beta, s = \text{ctg} \beta$ – удлинение, характеризующее отношение размеров крыла в поперечном и продольном направлениях. Рассматривается режим сильного взаимодействия течения в пограничном слое с внешним невязким гиперзвуковым потоком [5] для случая, когда температура поверхности крыла мала по сравнению с температурой торможения набегающего потока. Предполагается, что форма поверхности тонкого крыла определяется уравнением $y_w^\circ = \delta_w^\circ(x^\circ, z^\circ)$, и вводятся переменные, связанные с поверхностью крыла

$$y_w = y_w^\circ - \delta_w^\circ(x^\circ, z^\circ), \quad v_w = v^\circ - u^\circ \frac{\partial \delta_w^\circ}{\partial x^\circ} - w^\circ \frac{\partial \delta_w^\circ}{\partial z^\circ} \quad (1.1)$$

В соответствии с оценками для пограничного слоя в гиперзвуковом потоке [5] вводятся безразмерные переменные

$$\begin{aligned} x^\circ &= Lx^*, \quad y_w^\circ = L\delta y^*, \quad z^\circ = Lsz^*, \quad u^\circ = u_\infty u^* \\ w^\circ &= u_\infty w^*, \quad v_w^\circ = u_\infty \delta s^{-1/2} v^*, \quad \rho^\circ = \rho_\infty \delta^2 \rho^* \\ p^\circ &= \rho_\infty u_\infty^2 \delta^2 p^*, \quad g^\circ = u_\infty^2 g^* / 2, \quad \mu^\circ = \mu_0 \mu^* \\ \delta_w^\circ &= L\tau \delta_w^*, \quad \delta_e^\circ = L\delta \delta_e^*, \quad \delta = s^{1/4} \text{Re}_0^{-1/4} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь g° – энтальпия торможения, δ_e° – толщина пограничного слоя, τ – характерная безразмерная толщина крыла, δ характеризует безразмерную толщину пограничного слоя, $\text{Re}_0 = \rho_\infty u_\infty L / \mu_0$ – число Рейнольдса, вычисленное по значению плотности и скорости газа в набегающем потоке, характерному размеру L , который при рассмотрении обтекания полубесконечного крыла из конечных результатов выпадает, и динамическому коэффициенту вязкости, определенному при температуре торможения. Далее предполагается линейная зависимость коэффициента вязкости от температуры и вводятся переменные Дородницына

$$\lambda^* = \int_0^{y^*} \rho^* dy^*, \quad v_\delta^* = \rho^* v^* + s u^* \frac{\partial \lambda^*}{\partial x^*} + w^* \frac{\partial \lambda^*}{\partial z^*} \quad (1.3)$$

При рассмотрении обтекания полубесконечных треугольных тел с $\delta_w^* = x^{*3/4} \Delta_w^*(z^* / x^*)$ на режиме сильного вязкого взаимодействия краевая задача может быть приведена к двумерной [2], для преобразования системы уравнений пространственного пограничного слоя к автомодельному виду вводятся следующие переменные

$$\begin{aligned} x^* &= x, \quad z^* = xz, \quad \lambda^* = x^{1/4} \lambda, \quad u^* = u, \quad w^* = w \\ p^* &= x^{-1/2} p_e(z), \quad \rho^* = x^{-1/2} \rho(z, \lambda), \quad \mu^* = \mu, \quad g^* = g \\ \delta_e^* &= x^{3/4} \Delta_e^*(z), \quad v_\delta^* = x^{-1/4} \left(v_* - \lambda u s \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (1.4)$$

При подстановке переменных (1.4) в уравнения пространственного пограничного слоя продольная координата x выпадает из краевой задачи и получающаяся система уравнений зависит только от двух независимых переменных z и λ и описывает течение в поперечном направлении. На передних кромках треугольного крыла взаимодействие пограничного слоя и внешнего потока существенно зависит не только от формы кромки $\Delta_w^*(z \rightarrow \pm 1)$, но и от величины параметра $\chi = \tau / \delta = \tau s^{-1/4} \text{Re}_0^{1/4}$ [6], характеризующего отношение характерной толщины крыла к толщине пограничного слоя.

Далее рассматривается обтекание крыльев с формой поперечного сечения

$$\Delta_w^*(z) = (1 - z^2)^{3/4} \Delta_w(z) \quad (1.5)$$

где функция $\Delta_w(z)$ не имеет особенностей на кромках при значениях координаты $z = \pm 1$. Для учета поведения функций течения в окрестности передних кромок вводятся переменные [2]

$$\lambda = \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right)^{1/2} (1 - z^2)^{1/4} \eta, \quad p_* = (1 - z^2)^{-1/2} p(z), \quad \Delta_e^* = (1 - z^2)^{3/4} \Delta_e(z) \quad (1.6)$$

$$v_8 = \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right)^{1/2} (1 - z^2)^{1/4} \left[v \frac{p}{1 - z^2} - (w - suz) \frac{\partial \eta}{\partial z} \right]$$

Система уравнений пограничного слоя и граничные условия с учетом (1.5), (1.6) принимают следующий вид:

$$(w - suz) F_1 \frac{\partial f}{\partial z} + v \frac{\partial f}{\partial \eta} = G$$

$$f = \begin{Bmatrix} u \\ w \\ g \end{Bmatrix}, \quad G = \begin{Bmatrix} s \frac{\gamma-1}{2\gamma p} (g - u^2 - w^2) F_2 + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \\ - \frac{\gamma-1}{2\gamma p} (g - u^2 - w^2) F_3 + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \\ \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 g}{\partial \eta^2} - \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\partial^2 (u^2 + w^2)}{\partial \eta^2} \end{Bmatrix} \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \eta} = (w - suz) \frac{F_4}{p} - F_1 \left(\frac{su}{4} - sz \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$F_1 = \frac{1 - z^2}{p}, \quad F_2 = \frac{1 + z^2}{2} + z F_1 \frac{dp}{dz}, \quad F_3 = z + F_1 \frac{dp}{dz}, \quad F_4 = \frac{z}{2}$$

$$\eta = 0: u = w = v = g = 0, \quad |z| \leq 1$$

$$\eta \rightarrow \infty: u \rightarrow 1, \quad w \rightarrow 0, \quad g \rightarrow 1, \quad |z| \leq 1$$

Здесь σ – число Прандтля, γ – отношение удельных теплоемкостей. Исходя из (1.3) и учитывая, что плотность газа на внешней границе пограничного слоя обращается в бесконечность, так как температура стремится к нулю, для толщины пограничного слоя в переменных (1.6) получаем

$$\Delta_e = \frac{1}{p} \left(\frac{\gamma-1}{2\gamma} \right)^{1/2} \int_0^\infty (g - u^2 - w^2) d\eta \quad (1.8)$$

Для решения системы уравнений (1.7) необходимо знать распределение давления, которое создается под влиянием вытесняющего воздействия пограничного слоя и толщины крыла. В частности, при рассмотрении обтекания тонких крыльев с удлинением $s = O(1)$ для внешнего невязкого течения при $M_\infty \gg 1$ применима теория полос [5] и для определения давления можно использовать приближенную формулу "касательного клина"

$$p^\circ = \frac{\gamma+1}{2} \left(\frac{\partial(\delta_e^\circ + \delta_w^\circ)}{\partial x^0} \right)^2, \quad M_\infty(\tau + \delta) \gg 1$$

которая после введения переменных (1.2)–(1.6) преобразуется к виду

$$p = \frac{\gamma+1}{2} \left[\frac{3}{4} (1+z^2)(\chi\Delta_w + \Delta_e) - z(1-z^2) \frac{d(\chi\Delta_w + \Delta_e)}{dz} \right]^2 \quad (1.9)$$

Соотношения (1.8), (1.9) позволяют замкнуть систему уравнений в частных производных (1.7), которая описывает течение в пограничном слое на холодном треугольном крыле на режиме сильного вязкого взаимодействия. Решение краевой задачи (1.7)–(1.9) для случая обтекания треугольных крыльев со степенной формой поперечного сечения $\Delta_w(z) = (1-z^2)^\alpha$ ($\alpha \geq 0$) и $g(\eta=0) \neq 0$, получено в [2], а при обтекании холодных треугольных пластин ($\chi=0$) в [4, 7]. Введение переменных (1.6) позволяет единообразно численно решать систему уравнений от одной кромки до другой [8] и при этом области закритического и докритического течения специально не выделяются. На передних кромках система уравнений вырождается в системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} v \frac{\partial u}{\partial \eta} &= s \frac{\gamma-1}{2\gamma p} (g-u^2-w^2) J_1 + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \\ v \frac{\partial w}{\partial \eta} &= -\frac{\gamma-1}{2\gamma p} (g-u^2-w^2) J_2 + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \\ v \frac{\partial g}{\partial \eta} &= \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 g}{\partial \eta^2} - \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\partial^2 (u^2+w^2)}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} &= (w - suJ_3) \frac{J_4}{p} \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\Delta_e = \frac{1}{p} \left(\frac{\gamma-1}{2\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty (g-u^2-w^2) d\eta$$

$$p = \frac{\gamma+1}{2} [J_5(\chi\Delta_w + \Delta_e)]^2$$

$$J_1 = 1, \quad J_2 = J_3 = \pm 1, \quad J_4 = \pm 1/2, \quad J_5 = 3/2$$

$$\eta = 0: \quad u = w = g = v = 0$$

$$\eta \rightarrow \infty: \quad u \rightarrow 1, \quad w \rightarrow 0, \quad g \rightarrow 1$$

где знаки "±" соответственно относятся к кромкам крыла с $z = \pm 1$.

Следует отметить, что при решении краевой задачи (1.7)–(1.9) в переменных z и η даже для случая $\chi = 0$ функции течения f , p и Δ_e оказываются зависящими от значения поперечной координаты z не только в области докритического, но и в области закритического течения. Это означает, что в переменных (1.6) система уравнений пограничного слоя в области закритического течения не приводится к автомодельному виду, соответствующему течению около полубесконечной скользящей пластины [3].

2. Для исследования возможности существования автомодельных решений при $\chi \neq 0$ рассмотрим окрестность одной из передних кромок, например $z = 1$. Тогда, учитывая поведение функций течения в окрестности передней кромки плоского треугольного крыла [3], можно показать, что если вместо переменных (1.6) ввести в

области $0 \leq z \leq 1$ переменные вида

$$\begin{aligned}\lambda &= \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right)^{1/2} (1-z)^{1/4} \eta, \quad p_* = (1-z)^{-1/2} p(z) \\ \Delta_e^* &= (1-z)^{3/4} \Delta_e(z), \quad \Delta_w^* = (1-z)^{3/4} \Delta_w(z) \\ \nu_\delta &= \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right)^{1/2} (1-z)^{1/4} \left[\nu \frac{p}{1-z} - (w - suz) \frac{\partial \eta}{\partial z} \right]\end{aligned}\quad (2.1)$$

то система уравнений (1.7), (1.8) для $0 \leq z \leq 1$ сохранит свой вид, если

$$F_1 = \frac{1-z}{p}, \quad F_2 = \frac{1}{2} + z F_1 \frac{dp}{dz}, \quad F_3 = \frac{1}{2} + F_1 \frac{dp}{dz}, \quad F_4 = \frac{1}{4} \quad (2.2)$$

$$p = \frac{\gamma+1}{2} \left[\frac{3}{4} (\chi \Delta_w + \Delta_e) - z(1-z) \frac{d(\chi \Delta_w + \Delta_e)}{dz} \right]^2$$

Рассмотрим случай, когда величина $\Delta_w(z) = \text{const}$. Учитывая, что в уравнение входит только произведение $\chi \Delta_w$, можно, не уменьшая общности, положить константу равной единице. Тогда, согласно (2.1), изменение толщины крыла Δ_w^* в области $0 \leq z \leq 1$ имеет степенной характер с показателем степени три четверти. Если предположить, что в области, прилегающей к передней кромке $z = 1$, существует область закритического течения и в ней функции $f(\eta)$, $\nu(\eta)$, p , Δ_e не зависят от значения поперечной координаты z , то легко показать, что система (1.7), (1.8) с учетом (2.2) сведется в этой области к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которой и описывает автомодельные решения. По виду эта система совпадает с системой (1.10), если в ней коэффициенты J_i следующие:

$$J_1 = J_2 = 1/2, \quad J_3 = 1, \quad J_4 = 1/4, \quad J_5 = 3/4 \quad (2.3)$$

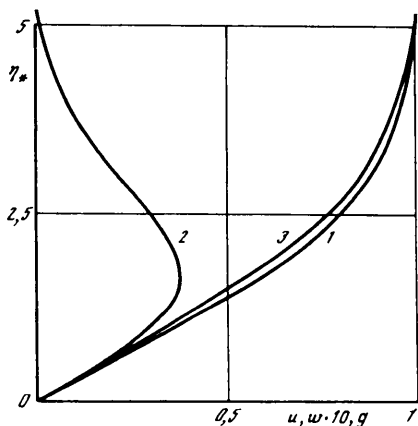
Для получения автомодельных решений в закритической области, прилегающей к кромке $z = -1$, необходимо в переменных (2.1) выражение $(1-z)$ заменить на $(1+z)$. Тогда после подстановки в (1.7), (1.8) будем иметь при $\Delta_w = 1$ также систему обыкновенных дифференциальных уравнений, но с коэффициентами J_i , отличающимися от (2.3).

Эти автомодельные решения описывают течения только в областях, где реализуется закритический режим течения. Существование и конкретный размер этих областей, как будет показано ниже, зависят от угла стреловидности крыла β , а также от значений чисел γ и σ . Значение координаты z_k , при которой происходит переход от закритического режима течения к докритическому, определяется в соответствии с обращением в нуль выражения для изменения толщины вытеснения [3, 4], которое в переменных (1.4), (2.1) имеет вид

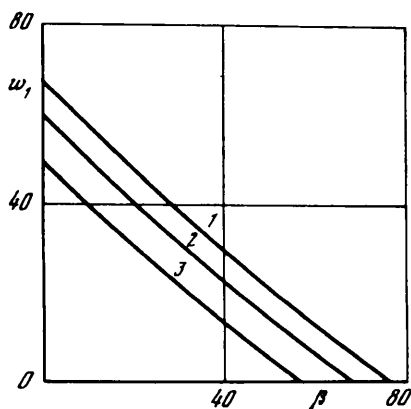
$$\int_0^\infty \left[\frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{g-u^2-w^2}{u \sin(\omega_0 - \omega_1) + w \cos(\omega_0 - \omega_1)} \right)^2 - (g-u^2-w^2) \right] d\eta = 0 \quad (2.4)$$

$$z_k = \frac{\text{tg}(\omega_0 - \omega_1)}{\text{tg} \omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{\pi}{2} - \beta$$

где угол ω_1 отсчитывается от кромки крыла с $z = 1$.



Фиг. 1. Профили компонентов скорости u (1), w (2) и энтальпии g (3) в области закритического течения, $\gamma = 1.4$; $\sigma = 1$, $\chi = 0.7038$



Фиг. 2. Зависимость угла перехода от закритического течения к докритическому от угла стреловидности (в градусах) крыла для $\gamma = 1.2, 1.4, 1.66$ (кривые 1–3), $\sigma = 1$

При постоянных γ , σ и β величина z_k зависит от решения системы уравнений (1.10), в которой J_i определяются согласно (2.3). Как видно из анализа системы (1.10), это решение зависит от величины параметра χ и можно было бы ожидать, что вычисленные по (2.4) z_k при разных χ будут различны. Однако это не так. Учитывая, что величина давления p постоянна в закритической области, проведем деформацию переменных

$$\eta = \eta_* \sqrt{p}, \quad v = v_* / \sqrt{p}, \quad \Delta_e = \Delta_{e*} / \sqrt{p} \quad (2.5)$$

В результате из системы (1.10) с учетом (2.3) получим систему уравнений и граничные условия, не зависящие от давления, которое определяется выражением

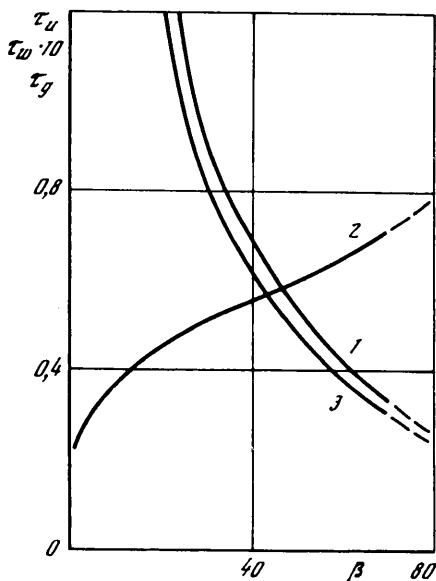
$$p = \left(\frac{3}{8} \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}} \chi + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9}{32} (\gamma+1) \chi^2 + 3 \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}} \Delta_{e*}} \right)^2 \quad (2.6)$$

При выводе (2.6) предположено, что введенная в (2.1) величина $\Delta_w \equiv 1$. Это не влияет на результат, так как χ и Δ_w входят в соотношение только в виде произведения.

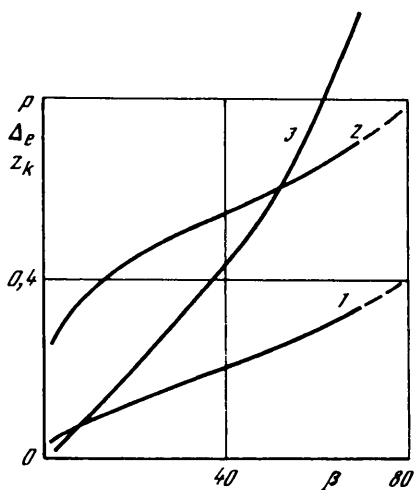
Полученные в результате решения этой системы уравнений функции течения u , w и g не зависят от параметра χ .

Так как подынтегральное выражение в (2.4) в переменных (2.5) своего вида не меняет, то значение координаты перехода z_k не зависит от величины параметра χ при обтекании треугольного крыла с $\Delta_w^* = (1-z)^{3/4}$ ($0 \leq z \leq 1$). В частности, зная распределение функций течения g , u , w , v , Δ_e в закритической области плоского треугольного крыла ($\chi = 0$), легко получить, используя (2.5) и (2.6), значения этих функций для произвольного χ .

Таким образом, если при гиперзвуковом обтекании плоского треугольного крыла на режиме сильного вязкого взаимодействия существует в окрестности передних кромок область закритического течения, то эта область будет существовать и при обтекании треугольных крыльев степенной формы поперечного сечения с показателем степени три четверти, причем размер этой области не зависит от соотношения характерных толщин крыла и пограничного слоя.



Фиг. 3. Зависимости коэффициентов τ_u (1), τ_w (2) и τ_g (3) от угла стреловидности крыла при $\gamma = 1,4$; $\sigma = 1$



Фиг. 4. Зависимости p (1), Δ_e (2) и z_k (3) от угла стреловидности крыла при $\gamma = 1,4$, $\sigma = 1$

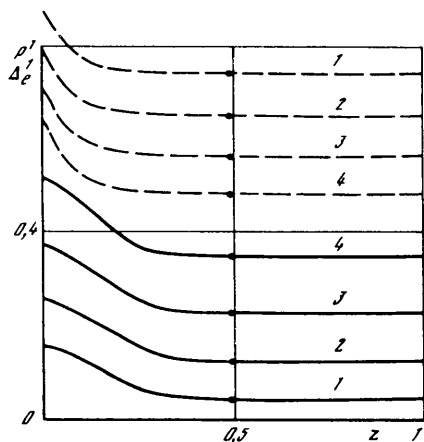
3. Далее приведены результаты численных расчетов для некоторых значений определяющих параметров β , γ и χ . Численное решение системы уравнений пространственного пограничного слоя (1.7)–(1.9) получено методом, изложенным в [8]. Система обыкновенных дифференциальных уравнений решалась методом прогонки.

На фиг. 1 представлены распределения функций течения u , w и g в зависимости от значения координаты η , в области закритического течения для случая обтекания треугольного крыла с $\beta = 45^\circ$ ($s = 1$), при $\gamma = 1,4$; $\sigma = 1$ и $\chi = 0,7038$. Заметим, что при указанном значении χ система уравнений (1.10) в переменных (2.1) с учетом (2.3) при введении деформации переменных (2.5) своего вида не меняет, так как для рассмотренного случая получается толщина вытеснения $\Delta_{e*} = 0,1901$, а давление $p = 1$. Координата перехода от закритического режима течения к докритическому $z_k = 0,4958$.

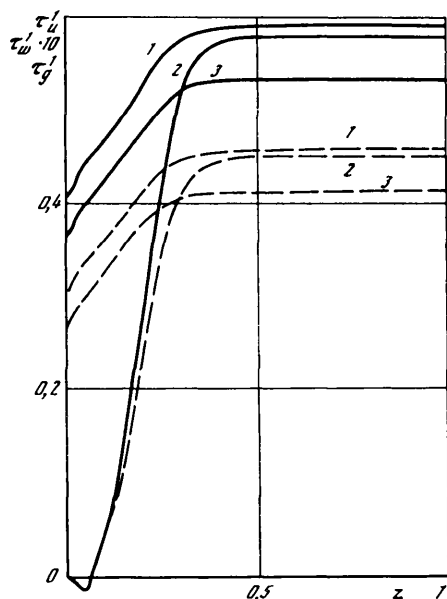
На фиг. 2 представлена зависимость угла ω_1 , при котором происходит переход от закритического режима течения к докритическому, от β .

Системы уравнений (1.7), (1.10) содержат в качестве параметра величину $s = \text{ctg}\beta$ – удлинение крыла. Это затрудняет получение численного решения при $\beta \rightarrow 0$, так как при этом необходимо рассматривать $s \rightarrow \infty$. Данные расчеты были проведены до $s = 50$, что соответствует $\beta \approx 1^\circ 10'$. Расчет при $\gamma = 1,4$ несколько отличается от данных, приведенных в [3], особенно при $\beta \geq 40^\circ$. В частности, в соответствии с результатами настоящих расчетов область закритического течения исчезает при угле $\beta \geq 70^\circ$, в то время как, согласно [3], это происходит при $\beta \geq 65^\circ$. Данное расхождение объясняется тем, что в работе [3] при численном решении краевой задачи использовалась более крупная расчетная сетка.

Существенно влияние величины параметра γ на размер области закритического течения. Уменьшение величины γ до 1,2 ведет к значительному возрастанию размера этой области, при этом только для крыльев с углом стреловидности $\beta \geq 76^\circ$ реализуется течение с докритическим режимом обтекания передних кромок. Результаты



Фиг. 5. Распределения p^1 — сплошная кривая и Δ_c^1 — штриховая кривая по размаху крыла для $\chi = 0; 0,1; 0,2; 0,3$ (кривые 1–4) при $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 1,4$, $\sigma = 1$



Фиг. 6. Распределения τ_u^1 (1), τ_w^1 (2) и τ_g^1 (3) по размаху крыла при $\chi = 0$ (сплошная кривая) и $\chi = 0,3$ (штриховая кривая) при $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 1,4$, $\sigma = 1$

расчетов зависимости от β коэффициентов напряжения трения в продольном, поперечном направлениях и теплового потока

$$\tau_u = \left. \frac{\partial u}{\partial \eta_*} \right|_{\eta_* = 0}, \quad \tau_w = \left. \frac{\partial w}{\partial \eta_*} \right|_{\eta_* = 0}, \quad \tau_g = \left. \frac{\partial g}{\partial \eta_*} \right|_{\eta_* = 0}$$

в области закритического течения при $\gamma = 1,4$, $\sigma = 1$ представлены на фиг. 3 сплошными кривыми. Распределение p , Δ_c в переменных (2.1), а также зависимость координаты перехода z_k от β приведены на фиг. 4. На фиг. 3, 4 штриховыми кривыми представлены значения функций течения для значений β , при которых не существует области закритического течения, причем эти значения реализуются только на краях крыла. Следует отметить, что при $\beta \rightarrow 0$ величина $z_k \rightarrow 0$.

С целью получения глобальных решений, в которых в областях закритического течения реализуются автомодельные решения, будем решать систему уравнений (1.7)–(1.9), когда толщина тела в (1.5) задается выражением $\Delta_w(z) = (1 + |z|)^{-3/4}$. Хотя $d\Delta_w/dz$ при $z = 0$ не существует, это не влияет на решение задачи, так как эта производная входит только в выражение (1.9) для определения давления p , где умножается на z . Однако при наличии угла скольжения этим обстоятельством пренебречь нельзя. В качестве примера рассчитано обтекание холодного крыла при $s = 1$ ($\beta = 45^\circ$), $\gamma = 1,4$, $\sigma = 1$ и $\chi = 0; 0,1; 0,2; 0,3$. На фиг. 5 представлены распределения индуцированного давления $p^1 = p(1+z)^{-1/2}$ (сплошные кривые) и толщины пограничного слоя $\Delta_c^1 = \Delta_c(1+z)^{3/4}$ (штриховые кривые) по размаху крыла для $0 \leq z \leq 1$. Заметим, что в области закритического течения p^1 и Δ_c^1 соответствуют p и Δ_c , введенным в (2.1). Точками на кривых (фиг. 5) обозначены значения координаты z_k ,

полученные из соотношения (2.4). Как видно из приведенных результатов численного решения красовой задачи, в области закритического течения действительно реализуется автомодельное решение и размер этой области не меняется в зависимости от величины параметра χ . В области же докритического течения функции течения уже зависят от величины параметра χ .

На фиг. 6 представлены распределения на поверхности тела величин

$$\tau_u^1 = (1+z)^{-1/4} \frac{\partial u}{\partial \eta}, \quad \tau_w^1 = (1+z)^{-1/4} \frac{\partial w}{\partial \eta}, \quad \tau_g^1 = (1+z)^{-1/4} \frac{\partial g}{\partial \eta}$$

(соответственно кривые 1–3) по размаху крыла z при $\chi = 0$ (сплошная кривая) и $\chi = 0,3$ (штриховая кривая). В области закритического течения ($z_k > 0,4958$) приведенные выше функции постоянны.

Заключение. Установлено, что размер области закритического течения в пограничном слое на треугольном крыле, у которого форма поперечного сечения является степенной функцией с показателем степени три четверти, равен размеру закритической области, возникающей при обтекании треугольной пластины с тем же углом стреловидности передней кромки. Найдено преобразование подобия, которое позволяет, используя характеристики течения в закритической области на плоском треугольном крыле, определить характеристики автомодельного течения при заданном значении параметра, характеризующего отношение толщины крыла к толщине пограничного слоя.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-16399).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлова И.Г., Михайлов В.В. О сильном вязком взаимодействии на треугольном и скользящем крыльях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 6. С. 94–99.
2. Дудин Г.Н. Особенности теплообмена на поверхности треугольного тела при обтекании гиперзвуковым потоком вязкого газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 1. С. 77–82.
3. Нейланд В.Я. К теории взаимодействия гиперзвукового потока с пограничным слоем для отрывных двумерных и пространственных течений. Ч. 1. Пространственные течения // Уч. зап. ЦАГИ. 1974. Т. 5. С. 70–79.
4. Дудин Г.Н. О закритических режимах гиперзвукового обтекания плоского треугольного крыла при наличии угла скольжения // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 4. С. 151–158.
5. Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.
6. Дудин Г.Н. Взаимодействие гиперзвукового потока с пограничным слоем на тонком треугольном крыле // Тр. ЦАГИ. 1978. Вып. 1912. С. 3–10.
7. Дудин Г.Н., Липатов И.И. О закритическом режиме гиперзвукового обтекания треугольного крыла // ПМТФ. 1985. № 3. С. 100–106.
8. Дудин Г.Н., Лыжин Д.О. Об одном методе расчета режима сильного вязкого взаимодействия на треугольном крыле // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 119–124.

Москва

Поступила в редакцию
9.1.1996