

УДК 532.546

© 1997 г. В.М. ЕНТОВ, Р.М. МУСИН

**МИКРОМЕХАНИКА НЕЛИНЕЙНЫХ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ
В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ.
СЕТОЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПЕРКОЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ**

Нелинейные двухфазные фильтрационные течения, включающие вытеснение неиньютоновских жидкостей, пеногазовые потоки и движение газа через глинистые водонасыщенные пористые среды (см. изложение основных фактов и более подробные ссылки в [1–5]) при несомненной важности относятся к числу наименее изученных классов течения в пористых средах. Сочетание сильной нелинейности течения на микроуровне с нерегулярной геометрией порового пространства делает строгий теоретический анализ невозможным.

В данной работе макроскопические определяющие соотношения подобных течений выводятся с помощью перколоцационной модели и контролируются результатами прямого компьютерного моделирования на сетке капилляров. Рассмотрены два типа движения, физически различных, но близких по результатирующему механическому описанию – движение пеногазовой смеси и совместное течение двух жидкостей, одна из которых является вязкопластичной (бингамовской).

1. Модель среды. В качестве модели среды рассматривается решетка капилляров случайного радиуса (решетка Фэтга). При очевидной неадекватности такой модель, позволяет учесть основные для двухфазного течения свойства порового пространства – многосвязность (разветвленность) и переменность радиусов пор (см. [6–9]). Решетка, использованная в прямом компьютерном моделировании, топологически эквивалентна регулярной решетке на цилиндрической поверхности (в двумерном случае) или системе таких соосных вложенных друг в друга решеток, соединенных попечерными капиллярами, при этом размеры (длина l и радиус r) капилляров являются независимыми или коррелированными случайными числами. Решетка характеризуется размерностью D , типом симметрии и координационным числом Z .

В основу моделирования двухфазной фильтрации положен принцип локального преобладания капиллярных сил (см. [2–4]): предполагается, что на микромасштабе капиллярные силы полностью контролируют расположение фаз (с учетом ограничений, налагаемых топологией решетки). Поэтому порознь моделируются процессы заполнения среды до данной насыщенности с учетом направления заполнения (дренирование или пропитка) и собственно движения фаз – принимается, что каждая фаза движется в своей части порового пространства независимо, так, как если бы другая фаза отвердела (принцип разделения эффектов капиллярности и течения). Все эти соображения являются общими для серии капиллярно-сеточных моделей, разработанных, начиная с работы [7], в [4, 6–9]. Применение принципа разделения эффектов к газожидкостным течениям с образованием пены оправдано результатами наблюдений, согласно которым пена влияет почти исключительно на движение газовой фазы [10–11]; для вытеснения бингамовских жидкостей это означает определенное ограничение на величину предельного напряжения сдвига [2–5]. Если это ограничение не выполняется, описание вытеснения становится нелокальным и сами основы теории двухфазной фильтрации нуждаются в пересмотре.

При указанных допущениях задача моделирования нелинейных двухфазных течений распадается на две; задачу моделирования капиллярного вытеснения (капиллярного равновесия) при заданном соотношении фаз (насыщенности) и задачу исследования нелинейного течения в той части порового пространства, которая заполнена соответствующей фазой (пеногазовой смесью или бингамовской жидкостью). Тем самым двухфазная задача на полной решетке, моделирующей все поровое пространство, сводится к серии однофазных, отвечающих течениям в подрешетках, заполненных нелинейной фазой. Первая задача может считаться решенной [4], содержание данной работы составляет вторая задача.

2. Микромеханическая модель течения пены. Основные положения модели. Применим эти соображения к газоводяниому потоку с образованием пены. При совместном течении через решетку воды и газа формируются водяной и газовой кластеры, т.е. совокупности каналов, заполненных соответственно водой и газом, по которым и происходит течение соответствующих фаз. Анализ данных по образованию и движению пены [10, 11] приводит к выводу, что наличие пены не меняет в основном структуру водяного кластера и закономерности движения воды, однако существенно влияет на движение в остальной части порового пространства – газовом кластере.

Дальнейший анализ основан на гипотезе, что основной эффект снижения подвижности газа обусловлен тем, что в газонаполненной части решетки некоторая доля связей блокируется ламеллами пены ("мыльными пленками"). Такая блокировка не является постоянной и ламеллы могут возникать и гибнуть, однако в установившемся состоянии между процессами рождения и гибели существует динамическое равновесие.

Таким образом, основным элементом данной модели является неподвижная ламелла, которая может разрушаться и регенерироваться.

Детальное обсуждение аргументов в пользу выбора именно такой модели приведено в [1] на основе доступных данных экспериментов на макро- и микромоделях и общего анализа механики ламеллы пены, блокирующей течение газа в поровом канале; здесь кратко сформулируем выводы.

Рассмотрим одиночную ламеллу, блокирующую поровый канал переменного радиуса $a(x)$ с характерными радиусами расширений (пор) a_p и сужений (горловин) r . Тогда ламелла расположится вблизи горловины и практически не будет двигаться до тех пор, пока перепад давления на ней не превысит критического значения $P^* \sim 4\sigma/r$, где σ – коэффициент межфазного поверхностного натяжения. Эта оценка следует из основных принципов теории капиллярности и не зависит от конкретных параметров пенной системы.

Оценим в свете доступных данных, насколько часто могут быть расположены эффективные блокирующие ламеллы в поровом канале. Предполагая, что коллективные эффекты, порождаемые взаимодействием ламелл, несущественны, имеем для градиента давления, необходимого для создания движения газа, оценку $G \sim \chi P^*$, где χ – линейная плотность ламелл в канале. Эта оценка получена в предположении отсутствия коллективных эффектов (взаимодействия) системы ламелл в канале, однако в остальном не зависит от того, происходит течение посредством разрушения и восстановления ламелл (как это принимается далее) или вследствие движения каравана "вечно живущих" ламелл (как это предполагается многими исследователями).

Полагая G равным характерному для пластовых условий градиенту давления $G \sim 10^4$ Па/м и принимая $r \sim 10^{-5}$ м, $\sigma = 5 \cdot 10^{-2}$ Н/м, имеем $\chi \sim 0.5 \text{ м}^{-1}$. Таким образом, ламеллы, эффективно блокирующие поровый канал, в котором происходит движение газа, должны быть расположены весьма редко. (Напомним, что на расстояние в 1 м приходится порядка 10^4 (!) пор.)

Приведенная оценка в совокупности с тем фактом, что образование пены снижает поток газа через образец на 2–3 порядка, приводят к следующей физической картине.

Течение в моделируемой системе происходит не по всей газонасыщенной части порового пространства, а лишь по малому числу активных газовых каналов, доста-

точных для образования связной системы каналов (бесконечного кластера, по терминологии теории перколяции [12]), блокированных редко расположеными ламеллами. В остальной (большей) части газового кластера газ блокирован практически "вечноживущими" ламеллами (пассивные каналы).

В активном газовом канале ламеллы, будучи расположены далеко друг от друга, действуют как независимые "клапаны", которые, открываясь, пропускают газовый поток, а закрываясь, его блокируют.

Таким образом, общая схема развивающейся здесь модели "популяции ламелл", кратко сформулированная в [4], состоит в следующем. В газовом кластере, состоящем из занятых газом капилляров, существует "популяция" неподвижных ламелл. Эти ламеллы "живут", т.е. они могут разрушаться либо под действием достаточно большого перепада давления, либо вследствие "старения", т.е. тех или иных не вполне идентифицированных процессов, которые приводят к разрушению мыльной пленки даже в отсутствие перепада давления. Кроме этого, спустя определенное время после гибели ламеллы могут регенерироваться на прежнем месте.

В пользу этих представлений говорит и следующий аргумент. Эксперименты показывают, что снижение проницаемости по газу под действием пены достигает нескольких порядков. С точки зрения теории перколяции это означает, что система находится вблизи порога перколяции, причем такое поведение пеногазовой смеси является результатом ее саморегуляции.

Действительно, столь сильное снижение относительной проницаемости означает, что эффективная доля проводящих связей отличается от порогового значения менее чем на 0,1. Если допустить, что это результат чисто случайного блокирования каналов ламеллами пены, то при малом изменении параметров системы должно возникнуть либо полное блокирование, либо почти полное деблокирование и прорывы газа. Единственная возможность согласовать наблюдаемую устойчивость данных с представлениями теории перколяции состоит в допущении, что вначале происходит полное блокирование среды ламеллами, а затем под действием приложенного перепада давления создается эффективный канал для движения газа. Проще всего было бы допустить, что такой канал, будучи раз создан, уже не закрывается. Так было бы легко объяснить постепенное увеличение подвижности по газу с увеличением перепада давления. Однако этому простейшему объяснению противоречит наблюдаемая обратимость эффекта – подвижность газа не только возрастает при увеличении перепада давления, но и убывает при обратном снижении перепада. Поэтому естественно постулировать, что разрушенные ламеллы могут восстанавливаться. Механизм регенерации, по-видимому, состоит в скоплении жидкости в сужении поровых каналов и последующей потере устойчивости жидкой кольцевой пленки. К сожалению, пока не удается построить количественную модель этого процесса.

Заметим еще, что имеется много общего между движением газа в образце, блокированном пеной, и аномалиями при движении газа через водонасыщенные глинизованные образцы, обнаруженными А.Х. Мирзаджанзаде с сотр. (см. [13, 2]). При этом указанная аналогия не является чисто внешней, а простирается на механизм блокирования газовых каналов жидкими пробками или ламеллами пены, контролируемыми капиллярными силами.

3. Капиллярно-сеточная модель течения пены. Будем моделировать совместное течение газа и жидкости в присутствии пены в капиллярно-сеточной модели пористой среды. Рассмотрим течение в газовом кластере, часть капилляров которого блокирована ламеллами пены. Поскольку толщина ламеллы на один–два порядка меньше радиуса капилляров, а сами ламеллы расположены достаточно редко, то масса жидкости, сосредоточенная в ламеллах, составляет пренебрежимо малую долю от полной массы жидкости, следовательно, "ламеллярная фаза" не вносит вклада в уравнения баланса массы и объема, она не влияет на течение жидкой фазы, но существенно ограничивает движение газовой фазы.

Предположим, что блокирующие ламеллы могут располагаться только в фиксированных связях решетки – в наиболее узких капиллярах в данном поровом канале, в которых возможна регенерация ламелл после их прорыва.

Ниже принимается, что регенерация может происходить в капиллярах, радиусы которых не превосходят значения r^* – независимого параметра капиллярно-сеточной модели.

Эффективное сопротивление движению газа через блокированные каналы определяется соотношением скоростей рождения и гибели ламелл. Кроме того, учитывается и механизм вынужденного разрушения ламелл под действием перспада давления, превышающего критическое для данного капилляра значение $P_{ij}^* = 4\sigma / r_{ij}$, где r_{ij} – радиус капилляра, соединяющего i -й и j -й узлы сетки. Здесь и далее будем обозначать поры (узлы) сетки одним индексом, а капилляры (связи) – двумя индексами.

Случайный процесс генерации и гибели ламелл описывается следующим образом. Для каждого "опасного" капилляра введем вероятность отсутствия в нем ламеллы $W_{ij}(t)$. Положим $W_{ij} = 1$, если $|p_i - p_j| > P_{ij}^*$. Если $|p_i - p_j| < P_{ij}^*$, то для W_{ij} имеем уравнение

$$\frac{dW_{ij}}{dt} = -\frac{1}{\tau_1} W_{ij} + \frac{1}{\tau_2} (1 - W_{ij}) \quad (3.1)$$

Здесь τ_1 и τ_2 – характерные времена генерации и разрушения ламеллы. В соответствии с текущим значением вероятности гибели ламеллы для капилляра разыгрывается случайный процесс, генерирующий случайное число ξ с равномерным распределением на интервале $[0, 1]$. Если $W_{ij} > \xi$, то существующая ламелла разрывается, счетчик времени для такой ламеллы устанавливается на нуль и изменяется начальное условие для уравнения (3.1) $W_{ij}(t=0) = 1$. Если же $W_{ij} < \xi$, то отсутствующая ламелла возникает на следующем временном шаге, счетчик времени для нее устанавливается на нуль, а начальное условие изменяется $W_{ij}(t=0) = 0$. После каждого разрушения ламеллы случайный процесс разрушения/генерации ламеллы разыгрывается вновь.

Рассмотрим теперь движение газа в присутствии пены в газовом кластере. При течении газа в присутствии пены принципиально важно учитывать сжимаемость газа и возможность его накопления перед блокирующей ламеллью. Поэтому в модели необходимо учитывать объем "газовых ячеек". В рассматриваемом варианте модели узлы решетки полагались имеющими одинаковый объем V .

Таким образом, каждый капилляр с гидродинамической точки зрения характеризуется гидравлическим сопротивлением, а поры – емкостью (объемом).

Для любой поры справедливо уравнение баланса массы, в котором выражение для потока газа дается формулой Пуазейля

$$\frac{d(\rho_i V)}{dt} = \sum_j q_{ij}, \quad q_{ij} = \chi_{ij} \zeta_{ij} \rho (p_j - p_i), \quad \zeta_{ij} = \frac{\pi r_{ij}^4}{8 \mu l_{ij}} \quad (3.2)$$

где ρ – невозмущенная плотность газа, соответствующая начальному давлению P_0 , p_i – давление в i -й поре, ζ_{ij} – гидравлическая проводимость капилляра, μ – вязкость газа, l_{ij} – длина капилляра, r_{ij} – радиус капилляра, $\chi_{ij} = 1$, если капилляр открыт, и $\chi_{ij} = 0$, если он блокирован. Суммирование в (3.2) ведется по всем порам, соединенным с i -й порой.

Далее имеем

$$p_j = \frac{\rho_i k T V}{m_g V} = \frac{k T m_j}{m_g V} \quad (3.3)$$

Здесь m_g – молекулярная масса газа, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, m_j – масса газа в j -побре. Тогда уравнение (3.2) можно переписать в виде

$$\frac{dp_i}{dt} = \sum_j \chi_{ij} \frac{p_j - p_i}{\tau_{ij}}, \quad \tau_{ij} = \frac{8\mu V l_{ij}}{\pi r_{ij}^4 P_0} \quad (3.4)$$

Уравнения (3.4) для всех внутренних узлов с начальным условием и условиями для давлений в граничных узлах описывают распределение давлений в узлах сетки. Если, например, в двух крайних рядах сетки, "нижнем" и "верхнем", заданы соответственно входное и выходное давления, а начальное давление во всех узлах одинаково и равне выходному, то эти условия имеют вид

$$p(x=0) = P_1, \quad p(x=L) = P_0, \quad p(t=0) = P_0 \quad (3.5)$$

Система (3.4) является конечно-разностным аналогом параболического уравнения с переменным коэффициентом проводимости

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \nabla(a(\mathbf{r}, t)\nabla p)$$

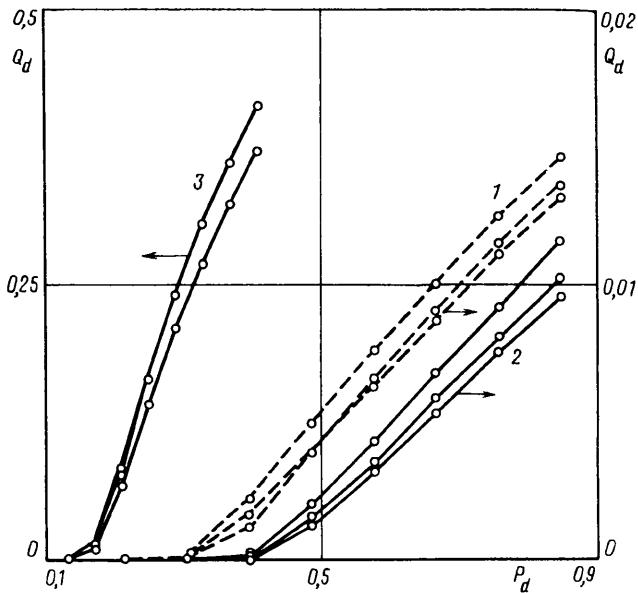
Поэтому при выборе метода решения этой системы можно воспользоваться известными численными методами решения таких уравнений. Была использована неявная схема в комбинации с методом дробных шагов и методом прогонки. Именно для сетки с координационным числом Z каждый временной шаг разбивается на $Z/2$ подшагов и на каждом из них используется неявная по одному направлению схема.

4. Результаты численного моделирования. Фактические расчеты проводились либо для однофазного случая, когда газовый кластер совпадает со всей исходной сеткой капилляров, либо для двухфазного, когда в исходной сетке полностью блокируются капилляры, отвечающие водяному кластеру.

Формирование равновесного газового кластера при заданном значении водонасыщенности (заданном значении межфазного капиллярного давления) производится отдельной программой моделирования двухфазной квазиравновесной фильтрации, разработанной Д.Н. Болотником на основе схемы, предложенной в [7] и развитой затем в последующих работах [6, 8, 9]. Для заданного значения водонасыщенности определяется детальное распределение двух фаз по связям сетки. Это распределение является входным для рассматриваемой программы моделирования движения газа в присутствии блокирующей пены.

В системе при заданном перепаде давления постепенно устанавливается квазистационарный режим, в котором часть ламелл периодически разрывается и регенерирует. Приводимые ниже результаты относятся к зависимости среднего по достаточно долго промежутку времени потока газа через сетку Q от перепада давления ΔP при фиксированной структуре газового кластера, т.е. к закону фильтрации газа в присутствии пены.

В предложенной модели при фиксированных характеристиках сетки (включая структуру газового кластера, зависящую от водонасыщенности S) существуют три параметра: количество опасных капилляров, определяемое критическим радиусом r^* , время генерации ламелл τ_1 и время разрушения ламелл τ_2 . Это делает математический эксперимент даже при одной реализации сетки достаточно трудоемким и заставляет стремиться к дальнейшему упрощению. Возможности упрощения существенно зависят от целей моделирования и исследуемого диапазона параметров. Все дальнейшие рассуждения относятся к долгоживущим блокирующими пенам. В этом случае естественный масштаб времени составляет от дней до месяцев и время регенерации мало. (Так, в экспериментах по регенерации ламелл [14] $\tau_1 \sim 10$ с, в то время как образовавшаяся пена может существовать месяцами.) Поэтому реальным пластовым



Фиг. 1. Зависимость потока газа через сетку от перепада давления для неустойчивых пенных систем ($\tau_1 \approx \tau_2$): 1 – однородное распределение, 2 – нормальное распределение; 3 – логарифмически нормальное распределение

условиям соответствует предельный случай $\tau_1 \ll \tau_2$. Еще одним характерным масштабом времени в данной задаче является время выравнивания давления между порами после разрушения разделяющей их ламеллы τ_* . Это время легко оценивается в рамках сеточной модели, описываемой уравнениями (3.4), и составляет доли секунды.

Поэтому основной для моделирования эффективных блокирующих пен является асимптотика

$$\tau_* \ll \tau_1 \ll \tau_2 \quad (4.1)$$

которая соответствует моментальному выравниванию давления в двух смежных газовых ячейках после разрыва ламеллы, их разделяющей.

Таким образом, приходим к предельно упрощенной модели, содержащей лишь два структурных параметра, характерное время старения ламелл τ_2 и радиус блокирования r^* .

Результаты численного моделирования по предложенной выше схеме представлены на фиг. 1. Безразмерные расход и перепад давления вводились следующим образом:

$$Q_d = \frac{Q}{Q^*}, \quad P_d = \frac{\Delta P}{\Delta P^*} \quad (4.1)$$

$$Q^* = \frac{\pi \langle r^4 \rangle \Delta P^* M_1 M_2}{8\mu N \langle l \rangle}, \quad \Delta P^* = \langle P^* \rangle N = \frac{4\sigma N}{\langle r \rangle} \quad (4.2)$$

Здесь $\langle r \rangle$ – средний радиус капилляра, $\langle l \rangle$ – средняя длина капилляра, N , M_1 и M_2 – размеры (числа узлов по длине и ширине и число слоев) сетки, μ – вязкость газа.

При моделировании изменялись размеры сеток $N \times M$ и $N \times M_1 \times M_2$, тип функции плотности распределения капилляров по радиусам (однородное, нормальное и логарифмически нормальное распределения) и величина критического радиуса генерации ламелл r^* .

На фиг. 1 представлены результаты моделирования на двумерных решетках 20×20 с координационным числом $Z = 8$ для трех типов распределений. Кривые серии 1 соответствуют решетке с однородным распределением, серии 2 – с нормальным, а серии 3 – с логарифмически нормальным распределением капилляров. Дисперсия и средний радиус капилляра для всех трех случаев равны 0,2 и 1 соответственно. Различные кривые отвечают разным случайным реализациям сетки. В этих экспериментах параметр r^* выбирался таким, что во всех капиллярах могли генерироваться ламеллы, т.е. доля опасных капилляров равнялась единице. Результатирующий закон течения газа оказывается подобен закону течения бингамовской жидкости (закону фильтрации с предельным градиентом давления). Эта серия экспериментов соответствует пределу неустойчивых пен, когда время разрушения ламелл τ_2 сравнимо с временем генерации τ_1 , поэтому течение газа через блокированную пеной решетку происходит путем последовательных процессов генерации и разрушения ламелл. Существованием такого динамического процесса и объясняется тот факт, что предельный градиент давления, полученный в результате моделирования, значительно меньше величины $P^{*//}$.

5. Моделирование течения вязкопластичных жидкостей. Рассмотрим вязкопластичную (бингамовскую) жидкость, для которой кривая течения имеет вид

$$\tau = \eta\gamma + \tau_0, \quad \tau > \tau_0, \quad \gamma = 0, \quad \tau \leq \tau_0 \quad (5.1)$$

Здесь η – структурная вязкость, τ_0 – предельное напряжение сдвига, γ – скорость сдвига, τ – касательное напряжение. Для вязкопластичной жидкости перепад давления ΔP_{ij} и расход q_{ij} при течении по круглому цилиндрическому капилляру радиуса r_{ij} и длины l_{ij} связаны формулой [5]

$$q_{ij} = \frac{\pi r_{ij}^4 \Delta P_{ij}}{8\eta l_{ij}} \left(1 - \frac{8}{3} \frac{\tau_0 l_{ij}}{\Delta P_{ij} r_{ij}} \right), \quad \Delta P_{ij} > \frac{8\tau_0 l_{ij}}{3r_{ij}} \quad (5.2)$$

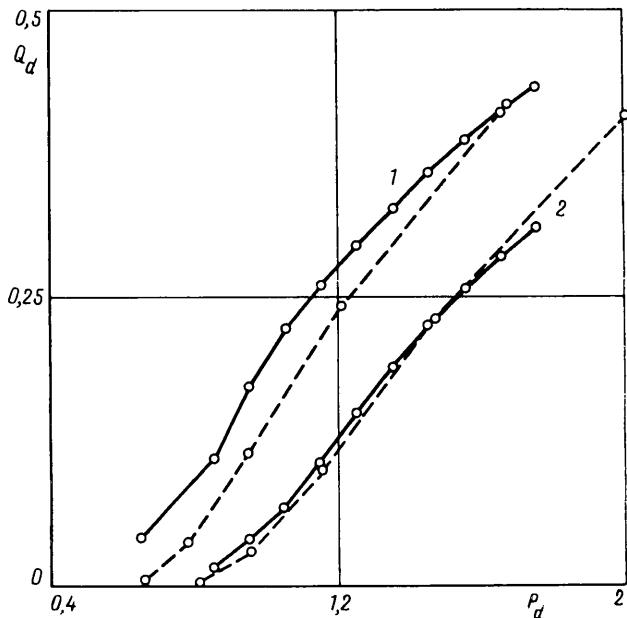
$$q_{ij} = 0, \quad \Delta P_{ij} < \frac{8\tau_0 l_{ij}}{3r_{ij}}$$

Рассмотрим подрешетку капилляров, заполненных вязкопластичной фазой при данной водонасыщенности S . Для i -го узла выполняется уравнение баланса

$$\sum_j q_{ij} = 0 \quad (5.3)$$

Здесь для каждого узла суммирование производится по всем связанным с ним узлам подрешетки. Уравнения (5.2) и (5.3) образуют систему нелинейных уравнений для давлений в узлах сетки, которая оказывается замкнутой при учете краевых условий (заданные значения давлений в узлах на входном и выходном сечениях решетки, условия периодичности в поперечном направлении).

При численном моделировании эти стационарные уравнения дополнялись искусственной емкостью в узлах и полученные нестационарные уравнения решались до установления с помощью кратко изложенной выше модификации метода дробных шагов. Такие расчеты проводились для ряда заданных значений перепада давления $\Delta P = P_i - P_0$. Результаты в виде зависимости расхода через "образец" от приложенного перепада давления ("закона фильтрации") для кубических решеток $10 \times 10 \times 10$ показаны на фиг. 2. Сплошной линией 1 на фиг. 2 изображены результаты моделирования для однородного распределения с дисперсией 0,2, а сплошной линией 2 – для нормального распределения с дисперсией 0,6. Безразмерный средний радиус капилляра для обоих случаев равнялся единице.



Фиг. 2. Зависимость потока вязкопластичной жидкости (бингамовского пластика) через сетку от приложенного перепада давления. 1 – однородное распределение, 2 – нормальное распределение

Получающийся в результате моделирования "закон течения" имеет характерный нелинейный вид, являющийся разновидностью закона фильтрации с предельным градиентом давления [2, 5].

Проводя такие расчеты для серии подрешеток, отвечающих различной насыщенности данной исходной решетки, получаем совокупность частных законов фильтрации вязкопластичной жидкости

$$Q = -\frac{k}{\mu} \nabla P \left(1 - \frac{G(S)}{|\nabla P|} \right), \quad |\nabla P| > G(S) \quad (5.4)$$

$$Q = 0, \quad |\nabla P| < G(S)$$

служащих обобщением закона Дарси для двухфазного течения на случай неиньютоновской жидкости.

Расчеты типа представленных выше весьма трудоемки и ниже предпринята попытка получить более простой аппарат для предсказания нелинейного двухфазного течения в сетке капилляров заданной геометрии, используя подходы теории переколоний [15].

Если задана насыщенность S порового пространства водой, то фиксирован и капиллярный перепад давления P^* между вытесняющей несмачивающей жидкостью (1) и вытесняемой смачивающей (2). Тогда все капилляры с радиусами

$$r > r^* = 2\sigma \cos \theta / P^* \quad (5.5)$$

являются открытыми для жидкости 1. В (5.5) через θ , как обычно, обозначен угол смачивания. Пренебрегая трудностями, связанными с наличием открытых, но недоступных капилляров, будем считать все открытые капилляры заполненными жидкостью 1.

Формула для зависимости между градиентом давления и потоком жидкости для решетки в целом ("закон фильтрации") имеет вид [15]

$$Q = \int_0^{r_c} q(a)n(a)da \quad (5.6)$$

$$q(a) = [|\nabla P| - G(a)] \frac{\pi}{8\eta} \int_a^{\infty} \phi(r)dr \left[\int_a^{\infty} r^{-4} \phi(r)dr \right]^{-1}, \quad |\nabla P| > G(a)$$

$$q(a) = 0, \quad |\nabla P| < G(a)$$

$$n(a) = \frac{2v}{l^2} \left(\frac{1}{1-x_c} \right)^{2v} \left(\int_a^{r_c} \phi(r)dr \right)^{2v-1} \phi(a)$$

$$G(a) = 8\tau_0 \int_a^{\infty} r^{-1} \phi(r)dr \left[3 \int_a^{\infty} \phi(r)dr \right]^{-1}$$

Здесь v – критический индекс радиуса корреляции, x_c – порог переколяции, $\phi(r)$ – функция плотности распределения радиусов капилляров, $G(a)$ – критический градиент давления.

Формула (5.6) была получена ценой ряда правдоподобных допущений, которые не могут быть строго обоснованы. Чтобы оценить применимость этой формулы, на фиг. 2 сопоставлены результаты расчетов по ней (штриховые линии) с данными прямого моделирования (сплошные линии). Результаты переколяционной модели достаточно удовлетворительны, во всяком случае для технических расчетов.

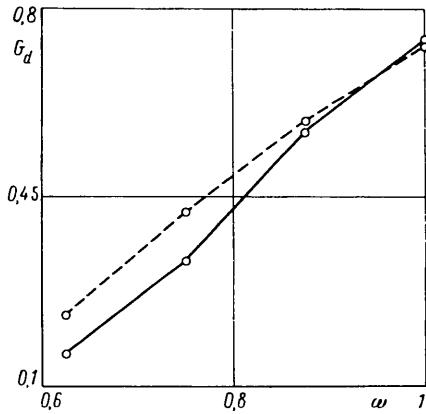
6. Переколяционная модель движения газа в присутствии пены. Проанализируем теперь с точки зрения теории переколяции течение газа в решетке, блокированной ламеллами. Будем предполагать, как и ранее, что все капилляры с радиусами, меньшими r^* , блокированы ламеллами. Пусть, кроме того, доля неблокированных (открытых) связей меньше порога протекания x_c для данной решетки. Тогда до определенного критического перепада давления течение газа отсутствует. При превышении критического перепада произойдет разрыв части ламелл, открываются сквозные пути протекания и начинается течение газа.

Чтобы определить критический перепад, предположим, что к решетке приложен надkritический перепад давления и, следовательно, через нее установился определенный поток газа. Газ будет течь через связную систему капилляров, образующих бесконечный кластер. При этом в него будут входить наиболее проводящие (широкие) капилляры с наименьшим капиллярным порогом, противодействующим разрушению ламеллы. Поток газа можно рассчитать в рамках теории переколяции, используя ту же процедуру упорядочения капилляров по размерам, что и в [16]. Пусть цепочка капилляров блокирована ламеллами, расположенными в капиллярах с радиусами $r < r^*$. Тогда вероятность того, что капилляр в a -цепочке блокирован, составляет

$$p_l = \int_a^{r^*} \phi(r)dr \left[\int_a^{\infty} \phi(r)dr \right]^{-1} \quad (6.1)$$

Здесь под a -цепочкой понимается цепочка из последовательно соединенных капилляров с радиусами больше, чем a . Рассмотрим фрагмент a -цепочки, состоящий из $N \gg 1$ капилляров. По определению, среднее число блокированных капилляров $N_l = p_l N$. Пренебрегая эффектами взаимодействия ламелл, получаем, что критический перепад давления на этом фрагменте равен

$$\Delta P_l = N_l \langle P^* \rangle, \quad \langle P^* \rangle = 4\sigma \int_a^{r^*} r^{-1} \phi(r)dr \left[\int_a^{r^*} \phi(r)dr \right]^{-1} \quad (6.2)$$



Фиг. 3. Зависимость критического градиента давления от доли блокированных пеной капилляров

Здесь $\langle P^* \rangle$ – среднее значение критического капиллярного давления для ламелл, расположенных в капиллярах с радиусами $a < r < r^*$. Следовательно, критический градиент давления в a -цепочке определяется как

$$G(a) = N_l \langle P^* \rangle / L_N \quad (6.3)$$

где L_N – проекция рассматриваемого фрагмента на направление течения. В первом приближении можно пренебречь извилистостью бесконечного кластера и потому принять $L_N = L$ и $N_l = p_l L / l$.

Тогда уравнения (6.2)–(6.3) принимают вид

$$G(a) = \frac{N_l \langle P^* \rangle}{L_N} = \frac{p_l \langle P^* \rangle}{l} = \frac{\int_a^{r^*} \phi(r) dr \langle P^* \rangle \left[l \int_a^{\infty} \phi(r) dr \right]^{-1}}{l} = 4\sigma \int_a^{r^*} \phi(r) \frac{dr}{r} \left[l \int_a^{\infty} \phi(r) dr \right]^{-1} \quad (6.4)$$

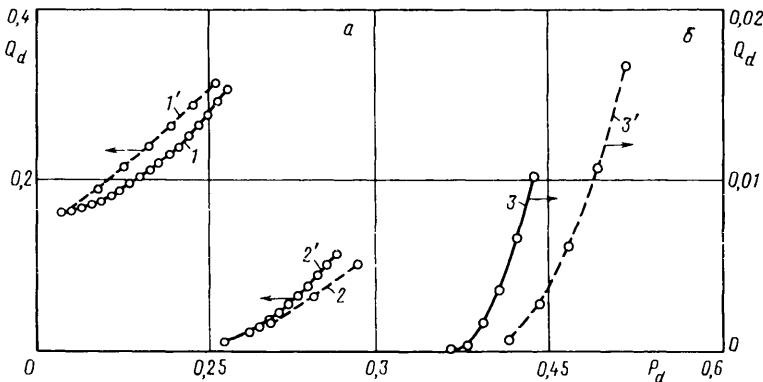
Уравнение (6.4) применимо для любой a -цепочки. Значение критического градиента давления определяется наиболее проводящей $a = r_c$ -цепочкой, которая возникает, если доля открытых капилляров равняется порогу перколяции в решетке. Следовательно

$$G = 4\sigma \int_{r_c}^{r^*} \phi(r) \frac{dr}{r} \left[l \int_{r_c}^{\infty} \phi(r) dr \right]^{-1} \approx G_0 \int_{r_c}^{r^*} r_c \phi(r) \frac{dr}{r} \left[\int_{r_c}^{\infty} \phi(r) dr \right]^{-1}, \quad G_0 = \frac{4\sigma}{l r_c} \quad (6.5)$$

Результаты расчета зависимости безразмерного критического градиента давления G_d от доли блокированных капилляров ω по формуле (6.5) и данных прямого численного эксперимента на стохастической квадратной решетке 30×30 с однородным распределением радиусов капилляров изображены на фиг. 3 сплошной и штриховой линиями соответственно. Доля блокированных ламеллами капилляров рассчитывалась по формуле

$$\omega = \left(\int_0^{r^*} \phi(r) dr \right) / \left(\int_0^{\infty} \phi(r) dr \right)$$

а безразмерный градиент давления $G_d = G/G_0$.



Фиг. 4. Зависимость потока газа через сетку от перепада давления для устойчивых пенных систем ($\tau_1 \leq \tau_2$): 1–1' – однородное распределение, $r^* = 0,96$; 2–2' – однородное распределение, $r^* = 1,1$; 3–3' – нормальное распределение, $r^* = 1,1$

Найдем теперь поток газа через блокированную ламеллами решетку при надкритических градиентах давления вблизи порога перколяции. Проводящие свойства решетки вблизи порога перколяции определяются системой параллельных a -цепочек [16], причем число таких цепочек, пересекающих единицу площади решетки, равно

$$n(a)da = \frac{2v}{l^2} \left(\frac{1}{1-x_c} \right)^{2v} \left(\int_a^{r_c} \phi(r)dr \right)^{2v-1} \phi(a)da \quad (6.6)$$

Если $a > r^*$, то в такой цепочке, по предположению, блокирующих ламелл нет и поток газа дается выражением

$$q(a) = |\nabla P| \frac{\pi}{8\mu} \int_a^{\infty} \phi(r)dr \left[\int_a^{\infty} \phi(r) \frac{dr}{r^4} \right]^{-1} \quad (6.7)$$

В цепочках с $a < r^*$ вследствие присутствия блокирующих ламелл закон течения газа определяется соотношением, подобным закону течения бингамовской жидкости (см. выше)

$$q(a) = [|\nabla P| - G(a)] \frac{\pi}{8\mu} \int_a^{\infty} \phi(r)dr \left[\int_a^{\infty} \phi(r) \frac{dr}{r^4} \right]^{-1}, \quad |\nabla P| > G(a)$$

$$q(a) = 0, \quad |\nabla P| < G(a) \quad (6.8)$$

Суммируя потоки через все a -цепочки, находим полный поток газа через решетку

$$Q = \int_0^{r_c} q(a)n(a)da \quad (6.9)$$

где $q(a)$ задано выражениями (6.7) и (6.8) для $a > r^*$ и $a < r^*$ соответственно. Результаты расчета по перколяционной модели и данные прямого численного моделирования изображены на фиг. 4 сплошными и штриховыми линиями соответственно.

На фиг. 4 кривыми 1 и 2 изображены результаты расчетов для квадратной решетки 70×70 с однородным распределением капилляров по радиусам и значениями параметра r^* , равными 0,96 и 1,1 соответственно. Кривой 3 изображены результаты для квадратной решетки 70×70 с нормальным распределением и $r^* = 1,1$. Сравнение полученных результатов показывает, что перколяционная модель достаточно хорошо

воспроизводит данные прямых численных экспериментов вблизи порога перколяции. Таким образом, оценки порогового градиента давления по формуле (6.5) и представление закона течения газа (6.9) можно использовать при построении макроскопических моделей процессов течения газа в пластах при наличии пены.

7. Заключение. Представленные результаты показывают, что макроскопическое (феноменологическое) описание течения пеногазовой двухфазной системы является нелинейным аналогом обобщенного закона Дарси для двухфазной фильтрации

$$Q = -\frac{k f_g(S, r^*)}{\mu} \left(\nabla P - \frac{G(S, r^*) \nabla P}{|\nabla P|} \right), \quad |\nabla P| > G(S, r^*) \quad (7.1)$$

$$Q = 0, \quad |\nabla P| < G(S, r^*)$$

причем уравнение для жидкой (водной) фазы имеет обычный вид, а для газовой фазы записывается аналог закона фильтрации с предельным градиентом давления, причем и соответствующий предельный градиент $G(S, r^*)$ и относительная проницаемость для газа $f_g(S, r^*)$ зависят от водонасыщенности, микрогеометрии среды и физико-химических факторов (свойства и концентрация пенообразующего ПАВ, состав пластовой жидкости и т.д.), "спрятанных" выше в структурный параметр r^* . Для вязкопластичной жидкости имеет место аналогичная система уравнений (см. [2, 3, 5]). Возникает вопрос, как фактически задать соответствующие зависимости при реальном моделировании пластовых процессов. Нелепо рассчитывать, что все необходимые данные будут определены из лабораторных экспериментов. Вряд ли можно надеяться также, что функции $G(S, r^*)$ и $f_g(S, r^*)$ будут рассчитаны прямо по заданным (измеренным в лаборатории) распределениям пор по радиусам – слишком велико различие между реальной средой и ее сеточным аналогом.

Разумным компромиссом представляется следующая схема. Сначала фактически определяются кривые капиллярного давления и фазовых проницаемостей для обычной (линейной) двухфазной фильтрации. Затем подбирается такой тип капиллярной решетки и такое распределение пор по размерам, что результаты перколяционной теории и (или) прямого сеточного моделирования воспроизводят экспериментальные данные достаточно довлективально. После этого именно эти параметры решетки используются для предсказания нелинейного поведения при минимуме дополнительных экспериментов для выбора соответствующего значения r^* , которое само может зависеть от водонасыщенности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Еитов В.М., Мусин Р.М. Микромеханика образования и движения пены в пористых средах. Механизмы и сеточное моделирование: Препринт № 560. М.: Ин-т проблем механики РАН, 1996. 56 с.
- Баренблатт Г.И., Еитов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
- Barenblatt G.I., Eitov V.M., Ryzhik V.M. Theory of fluids flow through natural rocks. Dordrecht: Kluwer Publ., 1990. 400 p.
- Еитов В.М. Микромеханика течений в пористых средах // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 6. С. 90–102.
- Бернадинер М.Г., Еитов В.М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М.: Наука, 1975. 199 с.
- Еитов В.М., Чен-Син Э. Микромеханика двухфазного течения в пористых средах. // Численные методы решения задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск, 1987. С. 120–129.
- Еитов В.М., Фельдман А.Я., Чен-Син Э. Программное моделирование процесса капиллярного вытеснения в пористой среде // Программирование. 1975. № 3. С. 67–74.

8. Entov V.M., Zak S.A., Chen-sin E., Yudin V.A. Micromechanics of two-phase flow through porous media. // Fundamentals of fluid transport in porous media. Arles, France: IFP, 1990. Pt. 1. P. 87–90.
9. Белихова М.В., Данилова Н.А., Ентов В.М., Чен-Син Э. Моделирование неравновесной и нелинейной фильтрации в сетке капилляров. // Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1977. С. 17–24.
10. Hanssen J.E. Foams for gasflooding // Recent Advances in IOR methods for North Sea sandstone reservoirs, SPOR monograph. Stavanger, 1992. P. 277–283.
11. Rossen W.R. Foams in enhanced oil recovery // Foams: Theory, Measurements and Applications // Surfactant Science Series. V. 57. / Ed. R.K. Prud'homme and S. Khan. Marcel Dekker Inc: 1995. P. 413–464.
12. Шкловский Б.И., Эффрос А.Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М.: Наука, 1979. 416 с.
13. Ахмедов З.М., Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Мирзаджанзаде А.Х. О нелинейных эффектах при фильтрации газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 5. С. 103–109.
14. Gauglitz P.A., Radke C.J. The dynamics of liquid film breakup in constricted cylindrical capillaries // Colloid and Interface Sci. 1990. V. 134. № 1. P. 14–40.
15. Кадет В.В., Попов А.Е., Селяков В.И. Влияние пластических свойств флюидов на фазовые проницаемости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 2. С. 110–115.
16. Кадет В.В., Селяков В.И. Перколяционная модель двухфазной фильтрации // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 1. С. 88–95.

Москва

Поступила в редакцию
9.1.1996