

УДК. 533.6.011 : 519.3

© 1997 г. Г.А. АТАНОВ, В.В. КОЛОМЕНСКАЯ

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОДВОДА ЭНЕРГИИ В ЭЛЕКТРОИМПУЛЬСНОМ ВОДОМЕТЕ ПО СРЕДНЕЙ ЗА ВРЕМЯ ВЫСТРЕЛА СКОРОСТИ ИСТЕЧЕНИЯ

Рассматривается вариационная задача оптимизации закона ввода энергии в канал разряда электроимпульсного водомета для получения максимальной средней скорости истечения струи. Решение находится в газодинамической постановке с использованием общего метода неопределенных множителей Лагранжа. Условия оптимальности получаются на размазанном течении, решение прямой и сопряженной задачи выполнено методом сквозного счета. Приведен пример расчета.

В электроимпульсном водомете [1] (фиг. 1) для получения высокоскоростных жидкостных струй используется электрогидравлический эффект [2, 3]. Принцип работы установки состоит в следующем: в начальный момент камера, состоящая из цилиндрической ствольной части 1 и сужающегося сопла 2, заполнена водой 3. При подаче от конденсатора 4 через коммутирующее устройство 5 высокого напряжения на электроды 6 происходит электрический пробой жидкости, образуется парогазовая полость 7, в которую в течение некоторого времени подводится электрическая энергия, запасенная конденсатором. Расширяясь, полость выстреливает воду через сопло.

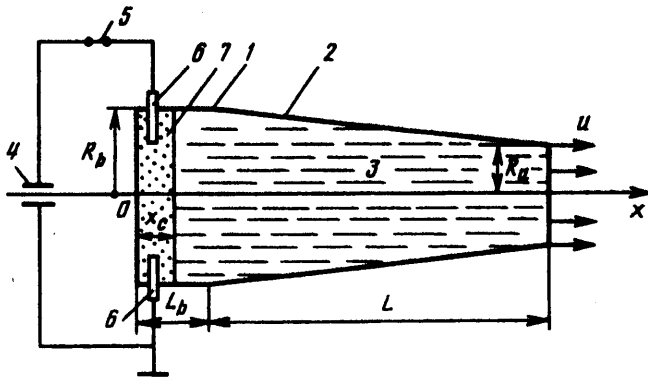
Основным назначением импульсных струй жидкости является разрушение горных пород [4]. В настоящее время этот процесс исследован недостаточно и универсальные критерии разрушения не определены. Тем не менее общеизвестно, что увеличение скорости струи повышает эффективность разрушения. С этой точки зрения представляется целесообразной максимизация средней скорости истечения струи импульсной установки (или величины, пропорциональной ей) как интегральной характеристики выстрела.

Численное исследование электроимпульсного водомета показало, что процесс истечения струи является резко нестационарным, зависимость скорости на срезе сопла от времени имеет неравномерный характер (фиг. 2. кривая 1) [1]. Это приводит к быстрому разрушению струи из-за возникновения откола [5] – нестационарной кавитации, обусловленной волновыми процессами [6]. Пульсирующий характер истечения в электроимпульсном водомете повышает целесообразность указанной выше максимизации, так как при этом снижается или вовсе исключается вероятность разрушения струи из-за возникновения отколов.

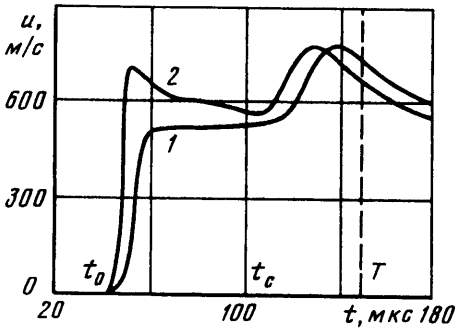
1. Поставим задачу нахождения такого закона ввода энергии, чтобы средняя скорость истечения за некоторый заданный промежуток времени была максимальной. С точностью до коэффициента это соответствует максимуму функционала

$$I_1 = \int_0^T u_a dt \quad (1.1)$$

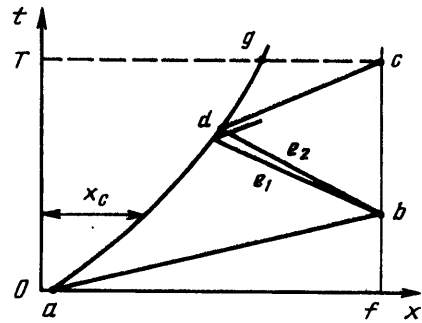
Здесь t – время, u – скорость, индексом a обозначены параметры на срезе сопла, T – время расчета.



Фиг. 1. Электроимпульсный водомет



Фиг. 2. Зависимость скорости истечения от времени: 1 – начальное приближение; 2 – оптимальное решение



Фиг. 3. Диаграмма $x-t$ процесса выстрела

Увеличить значение функционала (1.1) можно, изменяя закон подводимой мощности $N(t)$ в парогазовую полость. При этом мощность является управляющей функцией, или управлением. Величина энергии, введенной в парогазовую полость, задана, что дает изопериметрическое условие

$$\int_0^T N(t) dt = \text{const} \quad (1.2)$$

Поставленную задачу будем решать как вариационную, используя для этого общий метод множителей Лагранжа [7, 8].

Движение жидкости в установке резко нестационарное. Кратковременность ввода энергии в парогазовую полость приводит к ее резкому расширению и возбуждению в жидкости ударной волны. При распространении ударной волны по сужающемуся соплу ее интенсивность растет, давление и скорость за ней увеличиваются. Давление в парогазовой полости и скорость ее расширения постепенно уменьшается. С приходом ударной волны на срез сопла начинается истечение струи, в камеру распространяется волна разрежения. Ее взаимодействие с поверхностью парогазовой полости приводит к ускорению последней, возникает волна сжатия, которая с приходом на срез сопла вызывает увеличение скорости истечения. Таким образом, скорость истечения имеет, как правило, два экстремума, затем она монотонно уменьшается, так как время подвода энергии в парогазовую полость ограничено [1].

Описанные эффекты обусловлены сжимаемостью жидкости. Быстротечность процесса позволяет пренебречь вязкостью и теплопроводностью жидкости и считать ее в

этом смысле идеальной. Таким образом, задача решается в нестационарной газодинамической постановке. Достаточную точность дает рассмотрение процесса в квазиодномерном приближении. Диаграмма (x, t) процесса выстрела показана на фиг. 3, где ag – линия границы парогазовой полости, fc – линия среза сопла, ab – линия ударной волны, возбужденной при расширении полости, be_1e_2 – центрированная волна разрежения, которой отражается от среза сопла ударная волна, dc – характеристика I семейства, замыкающая область влияния на линию среза сопла ($agcb$).

Традиционный подход при решении вариационных задач стационарной газодинамики состоит в том, что решение ищется в области влияния на оптимизируемый контур. В рассматриваемом случае ее аналогом является область $abcd$ (фиг. 3), ограниченная характеристикой dc . Процесс характеризуется взаимодействием границ: линии среза сопла bc и линии контактной поверхности парогазовая полость – вода ad . В вариационной задаче следствием этого является возникновение разрывов множителей Лагранжа, вводящих уравнения газовой динамики [8]. Для решения вариационных задач используют метод характеристик с выделением всех особенностей. В нашем случае это ударная волна и центрированная волна разрежения. Указанные обстоятельства чрезвычайно усложняют решение задачи.

Описанные трудности преодолеваются использованием метода сквозного счета для решения как прямой, так и сопряженной задач. При этом, что принципиально, условия оптимальности получают на размазанном течении без выделения особенностей. Это обстоятельство позволяет ставить задачу в области $agcf$. Впервые такой прием был применен при решении нестационарных задач оптимизации течений в открытых руслах, которые описываются гиперболическими уравнениями, в [9], а в газовой динамике – в [10].

Рассматриваемая задача – это задача на условный экстремум, дополнительными связями в ней выступают уравнения движения жидкости в установке, уравнение, описывающее процесс в полости, граничные и изопериметрические условия (1.2).

2. Система уравнений нестационарной газовой динамики, описывающая квазиодномерное движение воды в электроимпульсном водомете, имеет вид

$$L_1 \equiv \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2a}{n-1} \frac{\partial a}{\partial x} + ua \frac{d \ln F}{dx} = 0 \quad (2.1)$$

$$L_2 \equiv \frac{\partial a}{\partial t} + u \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{n-1}{2} a \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

где x – координата, a – скорость звука в воде, $n = 7, 15$ – показатель адиабаты воды, F – площадь внутреннего поперечного сечения водомета ($F = \pi R_b^2$ – для ствола, $F = F(x)$ – для сопла). При этом течение считается квазиакустическим (ударные волны энтропию не изменяют), что для воды справедливо при наличии ударных волн с давлением за их фронтом до 3 ГПа.

Система (2.1) гиперболического типа и имеет два семейства действительных характеристик

$$\frac{dx}{dt} = u \pm a \quad (2.2)$$

$$\frac{du}{dt} \pm \frac{2}{n-1} \frac{da}{dt} = \mp ua \frac{d \ln F}{dx}$$

Здесь верхний знак для характеристики I, нижний – для характеристики II семейства.

Начальные условия для интегрирования системы (2.1)

$$a(x, 0) = a_0, \quad u(x, 0) = 0, \quad a_c(0) = a_{c0} \quad (2.3)$$

где $a_0 = 1460$ м/с – скорость звука в воде при нормальных условиях, индекс s означает параметры в парогазовой полости, индекс 0 – начальные значения.

Граничные условия на срезе сопла fc и на границе парогазовой полости ag имеют вид

$$a(x_a, t) = a_0, \quad P(x_c, t) = P_c \quad (2.4)$$

$$L_3 \equiv \frac{dx_c(t)}{dt} - u(x_c, t) = 0 \quad (2.5)$$

где P – давление.

Последнее условие получено в предположении, что поверхность парогазовой полости является контактной – на ней нет разрыва давления, т.е. давления со стороны газа и воды одинаковы. Закон изменения P_c определяется из уравнения баланса энергии при общепринятых допущениях [2, 3], что среда в полости – идеальный газ, а процесс – квазистационарный

$$\gamma P_c \frac{dV_c}{dt} + V_c \frac{dP_c}{dt} = (\gamma - 1) dN, \quad V_c = \pi R_b^2 x_c(t)$$

где V_c – объем полости, R_b – радиус ствольной части водомета, $\gamma = 1,26$ – эффективный показатель адиабаты газа [3], $N = N(t)$ – подводимая мощность.

Аналогично уравнениям газовой динамики (2.1) это уравнение запишем в переменных a, u , используя для этого уравнение состояния воды в форме Тэта [1] и учитывая, что $a^2 = (\partial P / \partial \rho)$

$$L_4 \equiv \gamma u \left[a_c^{2n/(n-1)} - \left(\frac{Bn}{\rho_0} \right)^{n/(n-1)} \right] + \frac{2n}{n-1} x a_c^{(n+1)/(n-1)} \frac{da_c}{dt} - \left(\frac{Bn}{\rho_0} \right)^{n/(n-1)} \frac{N(\gamma-1)}{\pi R_b B^2} = 0 \quad (2.6)$$

где $B = 304,5$ МПа – значение энтропийной функции из уравнения состояния Тэта, $\rho_0 = 10^3$ кг/м³ – плотность воды при нормальных условиях.

3. Сформулируем вариационную задачу: найти функцию $N(t)$, доставляющую максимум функционалу (1.1) при наличии дифференциальных (2.1), (2.5), (2.6) и конечных (1.2), (2.3), (2.4), связей.

Функционал Лагранжа в рассматриваемой задаче имеет вид

$$I_L = I_1 + \iint_S (h_1 L_1 + h_2 L_2) dx dt + \int_a^g (C_1 L_3 + C_2 L_4) dt + \int_0^T \mu N(t) dt \quad (3.1)$$

где $h_1 = h_1(x, t)$, $h_2 = h_2(x, t)$, $C_1 = C_1(t)$, $C_2 = C_2(t)$, $\mu = \text{const}$ – неопределенные множители Лагранжа.

При варьировании функционала (3.1) вариации в подинтегральных выражениях берутся при фиксированных значениях независимых переменных. С полными вариациями δ они связаны выражениями

$$\delta_{x,t} = \delta - \frac{\partial}{\partial t} \delta t - \frac{\partial}{\partial x} \delta x, \quad \delta_t = \delta - \frac{d}{dt} \delta t, \quad \delta_x = \delta - \frac{d}{dx} \delta x \quad (3.2)$$

где $\delta_{x,t}$ – вариация при фиксированных x и t , $\delta_t(\delta_x)$ – вариация при фиксированном t , (x).

Вариации под знаком производной в интегралах по поверхности исключаются с

помощью формулы Грина, а в контурных интегралах – с помощью интегрирования по частям. Полученная таким образом первая вариация функционала представляет собой сумму интеграла по поверхности S , интегралов по линии границы парогозовой полости, линии среза сопла и линии $t = T$, а также внеинтегральных членов в точках a и g . В контурных членах с помощью формул (3.2) выполняется переход от вариаций при фиксированных переменных к вариациям δ .

Приравнявая нулю коэффициенты перед вариациями в двойном интеграле, получаем систему уравнений для определения множителей Лагранжа h_1 и h_2 в области S

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + u \frac{\partial h_2}{\partial x} + a^{2/(n-1)} \frac{\partial h_2}{\partial x} = a^{2/(n-1)} \frac{d \ln F}{dx} h_2 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} + u \frac{\partial h_2}{\partial x} + a^{(2n-4)/(n-1)} \frac{\partial h_1}{\partial x} = u \frac{d \ln F}{dx} h_2$$

Эта система гиперболична и имеет те же характеристики (2.2), что и система (2.1). На них выполняются условия

$$a^{(n-3)/(n-1)} \frac{dh_1}{dt} \pm \frac{dh_2}{dt} = \pm h_2 \frac{d \ln F}{dx} (u \pm a)$$

Начальные и граничные условия для интегрирования этой системы найдем, приравняв нулю выражения перед независимыми вариациями в контурных интегралах

$$h_1 = h_2 = 0, \quad (x, t) \in cg, \quad h_1 u + a^{2/(n-1)} h_2 + \frac{1}{T} = 0, \quad (x, t) \in fc \quad (3.4)$$

$$C_1 + (a^{2n/(n-1)} - 1) \gamma C_2 + a^{2/(n-1)} h_2 = 0, \quad (x, t) \in ag$$

$$na^{(n-1)/(n+1)} \left((\gamma - 1) u C_2 - x \frac{dC_2}{dt} \right) + h_1 a = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{dC_1}{dt} + \frac{2n}{n-1} a^{(n-1)/(n+1)} \frac{da}{dt} C_2 + \frac{2}{n-1} a^{(3-n)/(n-1)} \frac{da}{dt} h_2 + \left(\frac{du}{dt} + ua \frac{d \ln F}{dx} \right) h_1 = 0$$

Условие в точке g находится из внеинтегрального члена

$$C_1 = C_2 = 0 \quad (3.6)$$

Описанный выбор множителей Лагранжа позволяет исключить из вариации (3.1) все вариации, кроме вариации управления

$$\delta I_L = \int_0^T [(1 - \gamma) C_2 + \mu] \delta N dt$$

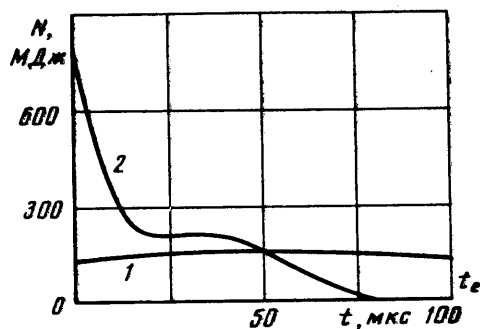
Выражение перед δN является функциональной производной от исходного функционала (и функционала Лагранжа), или его градиентом, по управлению

$$E = (1 - \gamma) C_2 + \mu = E_0 + \mu$$

Для стационарного значения функционала $E = 0$.

4. Определение закона подводимой мощности $N(t)$, удовлетворяющего необходимым условиям оптимальности, проводится градиентным методом итерационно.

Вначале для произвольно заданного закона $N(t)$ решается газодинамическая (прямая) задача и определяются параметры течения в расчетной области. Затем на той же сетке решается сопряженная (обратная) задача для множителей Лагранжа. В процессе ее решения интегриру-



Фиг. 4. Зависимость подводимой мощности от времени:
1 – начальное приближение; 2 – оптимальное решение

ется система уравнений (3.3) с начальными и граничными условиями (3.4)–(3.6) и находятся все множители Лагранжа, кроме μ .

На новой итерации значение N находится по формуле

$$N^{m+1} = N^m + \alpha E^m \quad (4.1)$$

где $\alpha = \text{const}$ – шаг градиентного метода, m – номер итерации.

Выражение для множителя μ находится из условий (4.1) и (1.2)

$$\mu = \frac{\gamma - 1}{t_e} \int_0^{t_e} C_2(t) dt$$

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не выполнится условие равенства E нулю с заданной точностью.

И прямая и сопряженная задачи заключаются в интегрировании гиперболической системы уравнений в частных производных, что позволяет использовать для их решения один и тот же численный метод, в качестве которого применен метод характеристик с фиксированным шагом по времени [11]. Этот метод является модификацией схемы С.К. Годунова [12], оптимальной для сквозного расчета разрывных решений [13].

Расчетная сетка подвижна и одна и та же для прямой и сопряженной задач. Закон ее движения определяется перемещением границы полости, которое находится из решения газодинамической задачи. В качестве начального приближения закона подводимой мощности был взят закон из работы [1] (фиг. 4, кривая 1).

Оптимизация $N(t)$ проводилась при следующих условиях разряда: величина введенной энергии равна 15 кДж, время ее ввода $t_e = 100$ мкс, время истечения $T = 150$ мкс определено приблизительно двумя пульсациями скорости истечения (как показано в [1], за это время струей уносится основная часть энергии). Параметры установки следующие: длина сопла $L = 62,5$ мм, длина и радиус ствольной части соответственно $L_b = 12,5$ мм, $R_b = 15$ мм, радиус выходного сечения сопла $R_a = 9$ мм.

Полученный в расчетах оптимальный закон подводимой мощности показан на фиг. 4 (кривая 2). В соответствии с ним основная часть энергии вводится в начальной стадии процесса. Соответствующее оптимальному закону $N(t)$ изменение скорости истечения от времени показано на фиг. 2 кривой 2. Величина средней скорости истечения по сравнению с начальным приближением (фиг. 2, кривая 1) увеличилась на 12% – с 485 до 545 м/с. Существенно, что этот рост происходит за счет увеличения скорости на начальной стадии, что увеличивает ударное давление струи на преграду.

Заключение. Решение вариационной задачи оптимизации закона подвода энергии в канал разряда электроимпульсного водомета позволяет повысить среднюю за время выстрела скорость истечения, что увеличит разрушающую способность струи.

Настоящее исследование выполнено по программе гранта № U9S00 Международного научного фонда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Атанов Г.А., Головки Ю.Н., Криворучко А.М.* Об электроимпульсном водомете // Изв. вузов. Энергетика. 1979. № 7. С. 77–81.
2. *Наугольных К.А., Рой Н.А.* Электрические разряды в воде. М.: Наука, 1971. 155 с.
3. *Кривицкий Е.В.* Динамика электровзрыва в жидкости. Киев: Наук. думка. 1986. 204 с.
4. *Атанов Г.А.* Гидроимпульсные установки для разрушения горных пород. Киев: Вища шк., 1987. 155 с.
5. *Семко А.Н.* Об истечении недорасширенной струи воды // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 2. С. 155–157.
6. *Станюкович К.П.* Неустановившееся движение сплошной среды. М.: Наука, 1971. 854 с.
7. Теория оптимальных аэродинамических форм / Под ред. А. Миеле. М.: Мир, 1969, 507 с.
8. *Крайко А.Н.* Вариационные задачи газовой динамики неравновесных и равновесных течений // ПММ. 1964. Т. 28. Вып. 2. С. 285–295.
9. *Атанов Г.А., Воронин С.Т.* Об одной вариационной задаче гидродинамики открытых русл // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 4. С. 159–163.
10. *Атанов Г.А.* Вариационная задача идентификации параметров в канале разряда при подводном электрическом взрыве // Электрофизические и гидродинамические процессы электрического разряда в конденсированных средах. Киев: Наук. думка. 1987. С. 49–55.
11. *Атанов Г.А.* Численное исследование сверхзвукового течения в гидропушке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 1. С. 155–158.
12. *Годунов С.К., Забродин А.Ф., Иванов М.Я. и др.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
13. *Атанов Г.А.* Об одном методе интегрирования уравнений газовой динамики // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 4. С. 184.

Донецк

Поступила в редакцию
14.II.1995