

УДК 532.546

© 1996 г. М.П. ЛЕВИН

## О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ В НАСЫЩЕННЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Рассматривается задача о распространении волны давления в сжимаемых пористых средах, насыщенных слабосжимаемой жидкостью. При использовании закона Дарси проблема сводится к решению начально-краевой задачи для уравнения типа уравнения теплопроводности с нелинейным членом. Для численного решения этой задачи используется метод квазихарактеристик. Приведены решения задач распространения волн давления для сред с различными коэффициентами проницаемости. По совокупности решений прямых задач построено решение обратной задачи определения коэффициента проницаемости по результатам импульсно-волновых испытаний.

В последнее время для интенсификации процессов нефтеизвлечения используют различные физические воздействия на продуктивные нефтяные пласты. К таким воздействиям относится и импульсно-волновое воздействие, суть которого состоит в воздействии на пласты периодическими импульсами давления большой амплитуды, создаваемыми в нагнетательных скважинах. Однако теоретический механизм такого воздействия до настоящего времени не изучен, что затрудняет широкое распространение накопленного экспериментального опыта. В линейной постановке, имеющей место в случае импульсов небольшой амплитуды, решение задачи сводится к решению начально-краевой задачи для классического линейного уравнения теплопроводности (уравнения пьезопроводности [1–2]). Однако для случая импульсов с большими амплитудами, представляющих практический интерес, необходимо учитывать нелинейные добавки в уравнении пьезопроводности [2]. Автору не известны работы, посвященные исследованию рассматриваемой проблемы в нелинейной постановке. В настоящей работе в нелинейной постановке исследуется распространение волн давления в сжимаемых пористых средах, насыщенных слабосжимаемой жидкостью.

1. При импульсно-волновых воздействиях на пористые среды, насыщенные жидкостью, в них возникает неустановившееся движение жидкости, сопровождающееся изменением как плотности самой жидкости, так и пористой среды. При математическом моделировании таких явлений обычно [1, 2] принимают линейную зависимость между градиентами плотности жидкости  $\rho_f$  и давления  $p$ . Движением пористой среды пренебрегают. Зависимости пористости  $m$  и плотности породы  $\rho_r$  от давления предполагаются линейными. При высоких давлениях в пористой среде  $p \gg \rho_f V^2$  ( $V$  – вектор скорости фильтрации) в качестве закона сохранения импульса можно использовать закон Дарси [4]:  $V = -(k/\mu)\nabla p$ . Здесь  $k$  – коэффициент проницаемости пористой среды, а  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости в пористой среде.

В рамках сформулированных предположений давление  $p$  должно удовлетворять нелинейному уравнению фильтрации слабосжимаемой жидкости в сжимаемой пористой среде [1] (нелинейному уравнению пьезопроводности). В безразмерной форме это

уравнение может быть записано в следующем виде:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \gamma \beta_f (\nabla p)^2 = \gamma \Delta p \quad (1.1)$$

$$\gamma = \frac{k\tau}{L^2 m \beta_f \mu} \left[ 1 + \frac{\beta_m}{m \beta_f} - \frac{\beta_r}{\rho_r \beta_f} \right]^{-1}$$

$$p = p' \beta_f, \quad t = \frac{t'}{\tau}, \quad x = \frac{x'}{L}, \quad y = \frac{y'}{L}, \quad z = \frac{z'}{L}$$

Здесь  $x, y, z, p, t$  – безразмерные пространственные координаты, давление и время,  $x', y', z', p', t'$  – размерные,  $\tau$  – характерное время процесса,  $L$  – характерный линейный размер,  $\gamma$  – безразмерный коэффициент пьезопроводности,  $\beta_f$  – коэффициент сжимаемости жидкости,  $\beta_m$  – коэффициент сжимаемости породы,  $\beta_r$  – коэффициент сжимаемости породы от давления жидкости.

Нелинейным членом в уравнении (1.1) пренебрегать нельзя [2], если амплитуды импульсов безразмерного давления превышают величину 0,001. Рассматриваемые далее процессы относятся именно к этому случаю.

Далее рассмотрим одномерную по пространству задачу о распространении волн давления вдоль направления  $x$  в пористой среде, заполненной слабосжимаемой жидкостью. При этом ограничимся рассмотрением области  $0 \leq x \leq 1$ . Тогда искомое давление должно удовлетворять решению следующей начально-краевой задачи:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \gamma \beta_f \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 = \gamma \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) \quad (1.2)$$

$$0 \leq x \leq 1: \quad p(x, 0) = p_{\min} \quad (1.3)$$

$$x = 0: \quad p(0, t) = P_0(t) \quad (1.4)$$

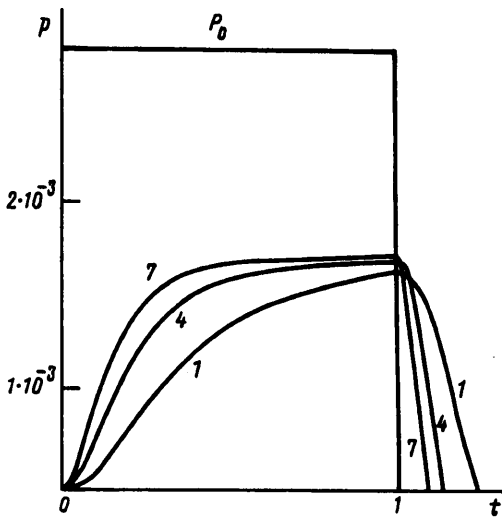
$$x = 1: \quad \frac{\partial p}{\partial t} - \gamma \beta_f \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 = \gamma \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right), \quad \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) \leq 0 \quad (1.5)$$

$$p(1, t) = p_{\min}, \quad \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) > 0$$

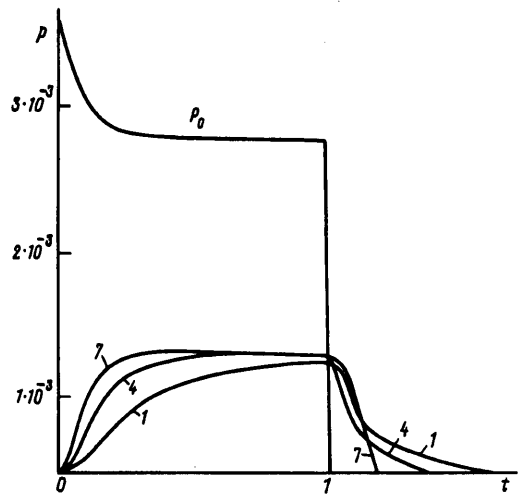
Здесь  $p_{\min}$  – заданное давление в невозмущенной пористой среде. Физический смысл краевого условия (1.5) состоит в том, что оно соответствует условию распространения волн давления через границу области без отражения от границы.

2. Опыт расчетов показал, что для численного решения сформулированной начально-краевой задачи необходимо использование конечно-разностных схем повышенного порядка точности, поскольку схемы первого порядка имеют, как правило, значительную сеточную вязкость, искажающую волновой характер решения задачи. В настоящей работе для решения задачи (1.2)–(1.5) использовалась гибридная модификация явной схемы квазихарактеристик [4, 5], учитывающая характеристические свойства нелинейного оператора, стоящего в правой части уравнения (1.2). В рассматриваемой области вводилась равномерная разностная сетка. Величина временного шага выбиралась из условия устойчивости конечно-разностной схемы.

Рассмотрим результаты расчетов, полученные с помощью описанного подхода. На фиг. 1 представлены зависимости давления на правой границе области от времени  $p(1, t)$  в случае, когда давление на левой границе  $P_0(t)$  имело вид прямоугольного импульса. На фиг. 2 изображены аналогичные результаты для функции  $P_0(t)$ , моделирующей импульсное воздействие, наблюдавшееся в эксперименте. Линии 1–7 со-



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Заданное прямоугольное распределение давления на левой границе расчетной области (линия  $P_0$ ) и рассчитанные распределения давления на правой границе (линии 1–7) при различных значениях коэффициента пьезопроводности

Фиг. 2. Заданное не прямоугольное распределение давления на левой границе расчетной области (линия  $P_0$ ) и рассчитанные распределения давления на правой границе (линии 1–7) при различных значениях коэффициента пьезопроводности

ответствуют значениям коэффициента  $\gamma$ , приведенным ниже:

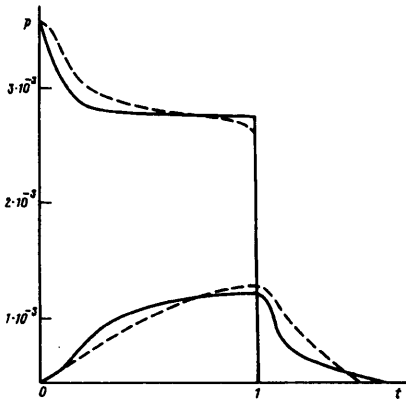
$n$	1	2	3	4	5	6	7
$\gamma_n$	0,11636	0,14546	0,17455	0,20364	0,23273	0,26182	0,29091

На фиг. 3 представлено сравнение результатов расчета и эксперимента для  $\gamma = \gamma_1$ . Сплошные линии соответствуют расчету, а штриховые – эксперименту. Сопоставление показывает, что используемая модель вполне удовлетворительно качественно описывает процесс распространения волн давления в насыщенной пористой среде.

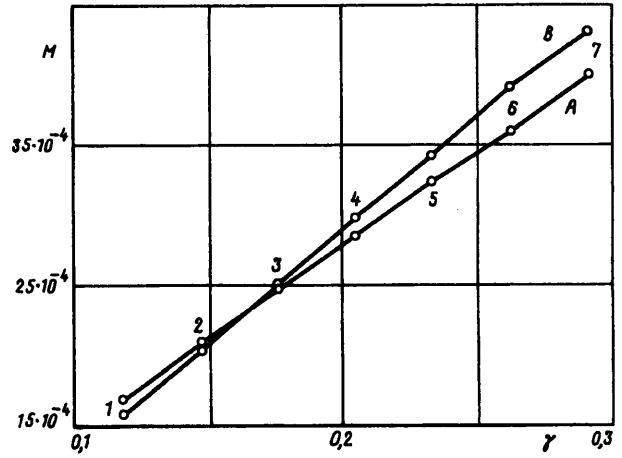
На фиг. 4 изображены зависимости максимальных значений частной производной  $\partial p(1, t)/\partial t$  от коэффициента пьезопроводности  $\gamma$  для двух типов распределений давления на левой границе (линия А соответствует прямоугольному распределению, а линия В – не прямоугольному). Вычисление производной  $\partial p(1, t)/\partial t$  осуществлялось по конечно-разностным формулам второго порядка точности.

Поскольку величина  $M = \max\{\partial p(1, t)/\partial t\}$  в рассматриваемом диапазоне параметров монотонно зависит от коэффициента пьезопроводности  $\gamma$ , а он в свою очередь прямо пропорционален коэффициенту проницаемости  $k$ , то решение задачи определения коэффициента проницаемости по данным волновых испытаний имеет единственное решение в рассмотренном диапазоне параметров. Это решение может быть найдено по графикам, изображенным на фиг. 4, и по значению  $M$ , измеренному экспериментально.

**Заключение.** Полученные результаты дают теоретическое обоснование возможности экспериментального определения коэффициента проницаемости пористых сред в реальных условиях по данным импульсно-волновых испытаний. Это имеет важное значение при оценке реальных запасов нефтяных и газовых пластов, поскольку



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Сравнение расчета и эксперимента

Фиг. 4. Зависимости максимального значения частной производной по времени от давления на правой границе от коэффициента пьезопроводности

ку главным образом их величина определяется значением коэффициента проницаемости.

Автор благодарит В.С. Замахаева, привлечшему внимание автора к рассмотренной задаче и предоставившего результаты экспериментов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Желтов Ю.П. Механика нефтегазоносного пласта. М.: Недра, 1975. 216 с.
2. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
3. Коновалов А.Н. Задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск: Наука, 1988.
4. Левин М.П. Разностная схема квазихарактеристик и ее применение для расчета сверхзвуковых течений газа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1993. Т. 33. № 1. С. 131–141.
5. Levin M.P., Zheltov M.Yu. The quasi-characteristics scheme for two-phase flows through porous media // Comput. Fluid Dynamics Journal. 1993. V. 2. № 3. P. 363–370.

Москва

Поступила в редакцию  
30.I.1995