

УДК 532.528.536.2

© 1996 г. С.А. ОЧЕРЕТЯНЫЙ, В.В. ПРОКОФЬЕВ

ВЛИЯНИЕ ГОМОГЕННОЙ КОНДЕНСАЦИИ НА ДИНАМИКУ ГОРЯЧЕГО ПАРОВОГО ПУЗЫРЯ В СТРУЕ ХОЛОДНОЙ ЖИДКОСТИ

Рассматривается задача об инициации кавитационных пузырей в струе холодной жидкости путем поддува горячего пара в область повышенного давления, специально организованную на выходе из сопла. Ранее в [1] рассмотрена плоская схема течения, в которой пузыри пара образуются в точке возврата каверны (области повышенного давления) и перемещаются вместе с жидкостью вдоль оси симметрии. В процессе расширения пузыря температура пара падает в некоторых случаях ниже температуры насыщения. В настоящей работе дополнительно учтена конденсация пара в объеме пузыря (гомогенная конденсация).

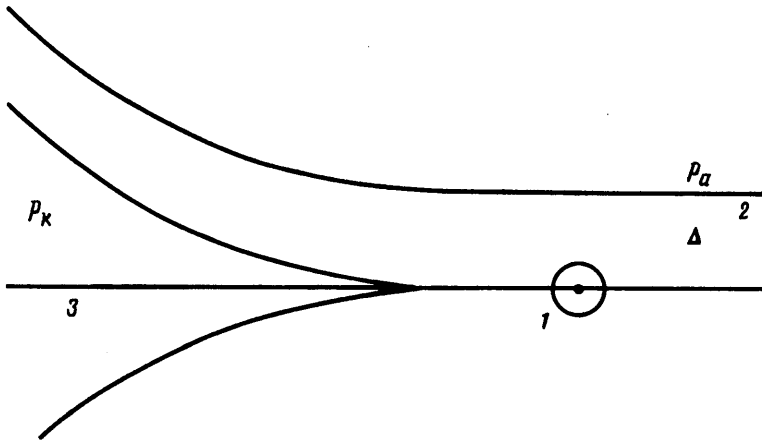
Динамика парового пузыря рассматривалась в сферически-симметричном приближении и в области параметров струи и пара, для которой имеет место режим инициации кавитационных пузырей. Расчеты показали, что существенное различие температуры в ядре и на границе пузыря имеет место только для перегретого пара. При падении температуры пара ниже температуры насыщения за счет гомогенной конденсации состояние пара быстро приближается к равновесному. Сведения о применении теории конденсации для расчета газодинамических задач имеются в [2–9].

Расчеты состояния пара внутри пузыря, представленные в [1], показали, что эффекты теплопроводности имеют значение в тонком слое около границы пузыря. Толщина этого слоя в процессе роста пузыря не превышает величины 5% радиуса. В ядре пузыря пар расширяется адиабатически и в процессе расширения температура пара становится значительно меньшей температуры насыщения (даже для перегретого в начальный момент пара). В таких условиях будет происходить конденсация пара не только на границе пузыря, но и внутри.

1. Уравнения динамики пузыря с учетом конденсации внутри пузыря. Будем рассматривать движение парового пузыря в поле течения жидкости, описанном в [1]. (Схема течения показана на фиг. 1.) Особенностью течения является обращение в бесконечность градиента давления в хвостовой точке каверны. Пусть пузырь заданного начального размера и с давлением пара, равным давлению в каверне, появляется в хвостовой точке каверны и движется вдоль оси симметрии с жидкостью. Местное давление в жидкости есть давление вдали от пузыря, а эволюцию пузыря будем рассматривать в сферически-симметричном приближении. Далее, будем считать, что давление в пузыре однородно (гомобарическая модель), а температура меняется в тонком слое, толщина которого $\delta_T = \sqrt{\pi \nu_T t}$ (ν_T – коэффициент температуропроводности в паре, t – время). Уравнение притока тепла для жидкости ($r > a$, a – радиус пузыря, r – радиальная координата) с учетом вязкой диссипации имеет вид

$$\rho_l C_l \frac{\partial T_l}{\partial t} + W_l \frac{\partial T_l}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_l r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) + \frac{12 \mu_l W_l}{r^2} \quad (1.1)$$

Здесь T_l – температура, ρ_l – плотность, W_l – радиальная скорость, λ_l – коэффициент теплопроводности, C_l – удельная теплоемкость, μ_l – динамический коэффициент вязкости для жидкой фазы. Для сферически-симметричного течения несжимаемой



Фиг. 1. Схема течения: 1 – пузырь; 2 – струя; 3 – паровая каверна

жидкости можно написать $W_l = W_{la}a^2/r^2$, где W_{la} – скорость жидкости при $r = a$. Радиальные движения пузыря описываются уравнением

$$a \frac{dW_{la}}{dt} + \frac{3}{2} W_{la}^2 = \frac{P_{la} - P_{\infty}}{\rho_l} \quad (1.2)$$

Для давления в жидкости P_{∞} вдоль оси симметрии течения имеем [1]

$$P_{\infty} = P_k + (P_0 - P_a)V_0(1 - V_0^{-4\xi/\pi})$$

Здесь P_k – давление в каверне, P_0 – давление напора струи, V_0 – отношение скоростей на границах струи V_{∞} и каверны V_k , $P_a = 0,1$ МПа – давление в окружающем пространстве. Для параметрической координаты ξ (интервал $0 < \xi < \pi/2$ в физической плоскости соответствует $0 < X < \infty$) справедливо уравнение.

$$\frac{d\xi}{dt} = (V_{\infty} V_0^{1-2\xi/\pi}) / \left(\frac{dX}{d\xi} \right) \quad (1.3)$$

Выражение для $dX/d\xi$ как функции от ξ может быть получено на основании уравнений, приведенных в [1]. Давление в жидкости на границе пузыря P_{la} связано с внутренним давлением P_v соотношением

$$P_{la} = P_v - \frac{2\Sigma}{a} - \frac{4\mu_l W_{la}}{a}$$

Здесь Σ – коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела. Полагая, что температура на границе раздела равна равновесной ($T_v = T_l = T_s(P_v)$), температура жидкости вдали от пузыря равна T_0 , теплопроводность внутри пузыря существенна только в тонком пограничном слое, для интенсивности конденсации пара на границе пузыря напишем

$$\xi_v = \frac{\lambda_l}{L} \frac{\partial T_l}{\partial r} - \frac{\lambda_v}{L} \frac{T_v - T_s(P_v)}{\delta_T} \quad (r = a)$$

Здесь λ_v – коэффициент теплопроводности в паре, L – удельная теплота конденсации. Для замыкания системы уравнений используем уравнение для массы пара в пузыре: $dM/dt = 4\pi a^2 \xi_v$. В стадии роста пузыря для случая тонкого температурного слоя δ_T с точностью до $(\delta_T/a)^2$ масса M определяется массой ядра пузыря, которое расширяется адиабатически, т.е. можно положить $M = 4/3\pi a^3 \rho$, где ρ – плотность

смеси пара и конденсата в ядре пузыря. В результате имеем

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{3}{a} \left(\xi_v - \rho \frac{da}{dt} \right), \quad \rho = \rho_v + m_k \quad (1.4)$$

Здесь ρ_v – плотность пара, m_k – масса конденсата в единице объема смеси. В уравнениях (1.4) учтена малость объемной концентрации конденсата. Будем считать пар в пузыре совершенным газом и разность удельных энтальпий пара и конденсата равной постоянной величине (удельной теплоте конденсации пара L), тогда на основании уравнения притока тепла для смеси имеем

$$\frac{d}{dt} \left(C_{pv} T_v - \frac{m_k}{\rho} L \right) = \frac{1}{\rho} \frac{dP_v}{dt}$$

где C_{pv} – удельная теплоемкость при постоянном давлении пара. Для замыкания выписанной системы, соотношение для m_k получим, воспользовавшись известной в литературе теорией образования зародышей конденсации и конденсации пара на зародышах [2, 3]. Общие соображения и обзор литературы по этому вопросу содержатся в монографии [4].

2. Гомогенная конденсация. Оценку влияния конденсации пара внутри пузыря будем проводить в рамках модели гомогенной конденсации, когда пар конденсируется на устойчивых ядрах нуклеации. Будем считать, что все капли имеют сферическую форму. Тогда из условия минимума свободной энергии формирования капли определяется критический радиус капли конденсата [9]

$$r^* = \sqrt{\frac{2V_m \Sigma}{kT_v \ln(P_v / P_s(t))}}$$

Здесь $P_s(t)$ – давление насыщения, T_v – температура пара, V_m – объем молекулы конденсата, k – постоянная Больцмана. Полагая, что распределение капель конденсата докритического размера может быть записано в форме распределения Больцмана – Максвелла, для скорости нуклеации получим [2]

$$I_r = Z_c 4\pi (r^*)^2 \frac{\alpha_c P_v}{\sqrt{2\pi m k T_v}} \frac{P_v}{k T_v} \exp\left(\frac{-4\pi \Sigma (r^*)^2}{3 k T_v}\right) \quad (2.1)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{\Sigma V_m^2}{4\pi k T_v (r^*)^2}}$$

Дальнейший рост капель конденсата происходит за счет конденсации молекул пара на поверхность капли. При больших числах Кнудсена ($Kn = l_m/d$, l_m – длина свободного пробега молекул пара, d – диаметр капли) процесс конденсации и испарения близок к свободномолекулярному режиму. Тогда для изменения массы напишем

$$\frac{dm_0}{dt} = 4\pi r^2 m \left(\frac{P_v}{\sqrt{2\pi m k T_v}} - \frac{P_d}{\sqrt{2\pi m k T_d}} \right)$$

Здесь m – масса молекулы, $P_d = P_s(T_d)$ – давление насыщения при температуре капли. Капли вначале столь малы (порядка нескольких ангстрем), что время температурной релаксации много меньше характерного времени динамики пузыря. Будем считать температуру капли и пара одинаковой. Тогда для изменения радиуса капли получим уравнение

$$\frac{dr}{dt} = \frac{m}{\sqrt{2\pi m k T_v}} (P_v - P_s(T_v)) \quad (2.2)$$

где ρ_l – плотность жидкости в капле. Правая часть (2.2) не зависит от r . Начальным условием для уравнения (2.2) служит условие образования устойчивых зародышей конденсата радиуса r^*

$$t = \tau, \quad r = r^*(\tau) \quad (2.3)$$

Тогда для массы конденсата в единице объема смеси в момент времени t имеем

$$m_k = \frac{4\pi}{3} \rho_l \int_0^t I_r(\tau) (r(t, \tau))^3 d\tau \quad (2.4)$$

где $r(t, \tau)$ – решение уравнения (2.2) с начальными условиями (2.3), $I_r(\tau)$ – скорость образования ядер при $t = \tau$. Для скорости образования конденсата имеем

$$\frac{dm_k}{dt} = 4\pi \rho_l \int_0^t I_r(\tau) (r(t, \tau))^2 \frac{dr(t, \tau)}{dt} d\tau + \frac{4\pi}{3} \rho_l I_r(t) (r^*(t))^3 \quad (2.5)$$

Как следует из (2.2), $dr/dt = f(t)$ и может быть вынесено из-под знака интеграла (2.5). Величины же m_k и dm_k/dt можно вычислить по формулам (2.4) и (2.5), пересчитывая во времени распределение капель по размерам с помощью уравнения (2.1). Проще воспользоваться подходом, изложенным в [5], где задача сводится к дифференциальным уравнениям для моментов функции распределения $I_r(\tau)$. Масса конденсата m_k выразится через третий момент, а dm_k/dt через второй, поэтому, учитывая дифференциальную связь между моментами, напомним [5]

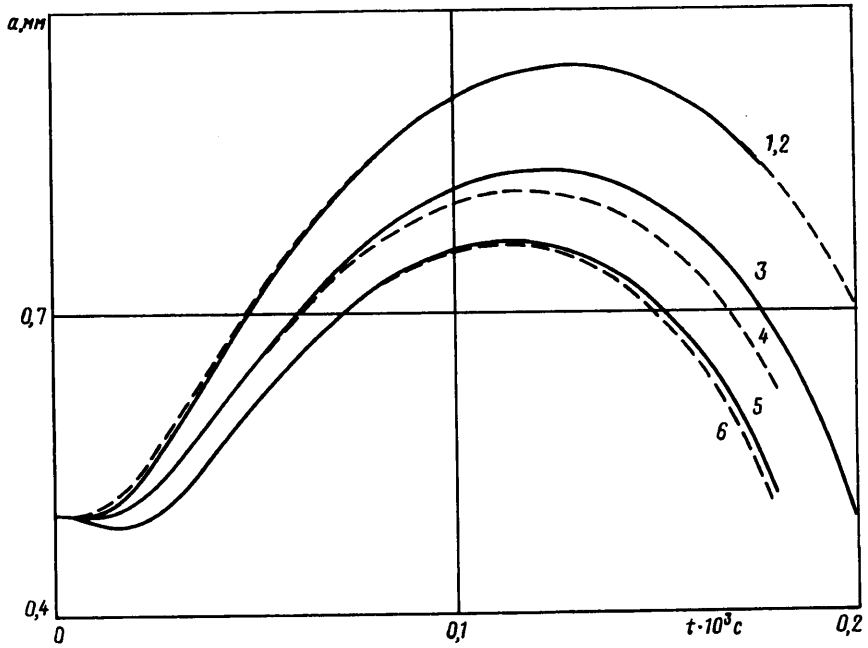
$$m_k = \frac{4}{3} \pi \rho_l \Omega_3(t)$$

$$\frac{dm_k}{dt} = \frac{4}{3} \pi \rho_l I_r(t) (r^*(t))^3 + 4\pi \rho_l \frac{dr}{dt} \Omega_2(t) = \frac{4}{3} \pi \rho_l \frac{d\Omega_3(t)}{dt}$$

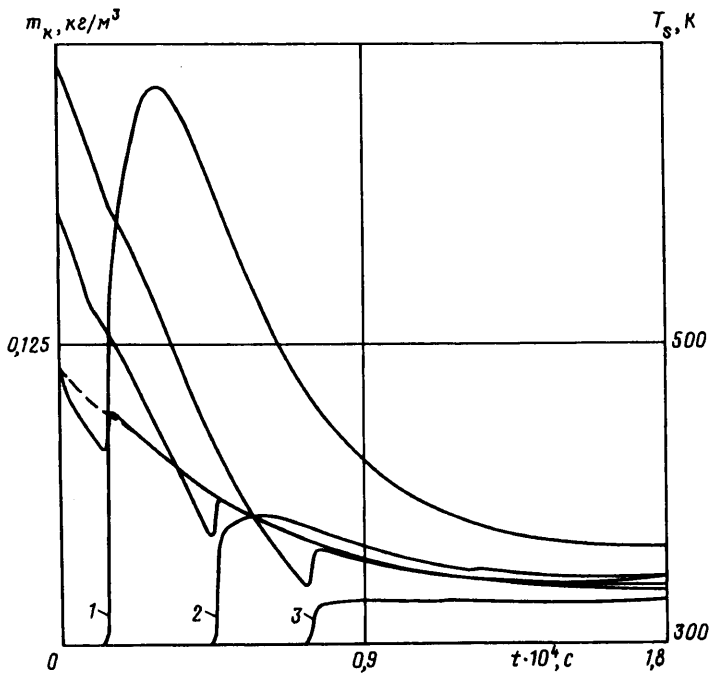
$$\Omega_k(t) = \int_0^t I_r(\tau) (r(t, \tau))^k d\tau \quad (k = 0 - 3)$$

3. Результаты расчетов. Все расчеты проведены для пузырей с начальным радиусом 0,5 мм и начальным давлением пара $P_v = P_k = 2$ МПа. Пузыри сносятся от хвостовой точки каверны плоской струей холодной жидкости (вода при температуре 300 К) шириной 4 мм, истекающей в пространство с атмосферным давлением под давлением напора 5 МПа. На фиг. 2 пунктиром представлены зависимости $a(t)$ для трех начальных состояний пара в пузыре. Сплошными линиями показаны результаты расчетов с учетом гомогенной конденсации (кривые 2, 3, 5 соответствуют начальному перегреву 0, 100, 200 К). Пунктиром показаны кривые без учета гомогенной конденсации $m_k = 0$ (кривые 4 и 6 соответствуют начальному перегреву 100 и 200 К).

Из сравнения видно, что чем меньше перегрев, тем больше влияние гомогенной конденсации внутри пузыря на динамику пузыря. При перегреве 200 К учет конденсации внутри пузыря приводит к увеличению максимального размера пузыря всего на 0,5%, а при перегреве 100 К – уже на 2,6%. Максимальное различие будет при отсутствии начального перегрева, где гомогенная конденсация начинает влиять на динамику пузыря на наиболее ранней стадии. В этом случае приводится сравнение с расчетом для однородного равновесного пузыря (кривая 1, пунктир). Кривые 1 и 2 практически совпадают, что свидетельствует о том, что неравновесность пара в начале процесса не успевает заметно повлиять на динамику пузыря. Для значительно перегретого пара сравнительно большее значение имеет учет влияния потока тепла от пара к границе. Сравнение приближенных расчетов для $m_k = 0$ (квазистационарное приближение для потока тепла к границе) с точным (см. [1]) показывает, что при точном учете теплового потока из пара к границе максимальный размер пузыря для перегрева 100 К увеличивается на 4,4%, а для 200 К – на 7,6%. Это объясняется



Фиг. 2. Расчеты с учетом гомогенной конденсации (кривые 2, 3, 5) и без учета (кривые 4, 6) при начальном перегреве пара 0, 100, 200 К



Фиг. 3. Поведение температуры пара T_s и средней плотности конденсата m_k в случае начального перегрева пара 0, 100, 200 К (кривые 1, 2, 3)

влиянием движения пара к границе пузыря (за счет конденсации), в результате чего температурный слой становится заметно тоньше по сравнению с $\sqrt{\pi\nu_T t}$.

На фиг. 3 показаны зависимости T_v и средней плотности конденсата в пузыре m_k от времени для начального перегрева 0, 100 и 200 К (кривые 1, 2, 3). Пунктиром показана зависимость T_s от времени при отсутствии начального перегрева. Видно, что средняя плотность конденсата приблизительно на порядок меньше плотности воздуха (при атмосферном давлении). Неравновесное состояние пара имеет место в течение времени порядка $2 \cdot 10^{-5}$ с и переохлаждение составляет 20–30 К. На основании данных фиг. 3 можно сделать вывод, что процесс образования конденсата имеет три фазы: 1) переохлаждение пара $T_v < T_s(P_v)$ при отсутствии конденсата – интенсивность образования ядер, сильно зависящая от переохлаждения, пока очень мала; 2) быстрый рост количества конденсата, сопровождаемый выделением тепла и ростом температуры пара; 3) близкий к равновесному режим, но так как $T_s(P_v)$ быстро уменьшается в связи с расширением пара в пузыре, то $T_v > T_s(P_v)$ и количество конденсата уменьшается.

Заключение. Расчет процесса расширения перегретого пузыря можно упростить, разбив его на два этапа. На первом необходимо решать внешнюю и внутреннюю тепловую задачу. При достижении температурой ядра температуры насыщения можно положить температуру в пузыре однородной и равной $T_v = T_s(P_v)$, а внешнюю задачу необходимо решать точно. Исследования показали, что числа Кн на первом этапе конденсации убывают от величин 10^3 до 10, а затем растут в связи с испарением капель и уменьшением плотности пара. Макрокапли конденсата в процессе роста пузыря не образуются, так что приближение больших Кн справедливо для всего режима расширения пузыря.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Очеретяный С.А., Прокофьев В.В. Иницирование кавитации путем поддува горячего пара в струю холодной жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 5. С. 91–100.
2. Зельдович Я.Б. Теория образования новой фазы кавитации // ЖЭТФ. 1942. Т. 12. № 11/12. С. 525–538.
3. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1945. 424 с.
4. Дейч М.Е., Филиппов Г.А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергия, 1968. 423 с.
5. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974. 212 с.
6. Салтанов Г.А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике однофазных и двухфазных сред. М.: Наука, 1979. 286 с.
7. Ватажин А.Б., Лебедев А.Б., Мареев В.А. Математическое моделирование различных режимов конденсации в турбулентных изобарических струях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 1. С. 59–67.
8. Ватажин А.Б., Клименко А.Ю., Лебедев А.Б., Сорокин А.А. Гомогенная конденсация в турбулентных затопленных изобарических струях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 43–52.
9. Kotake S., Glass J.J. Flows with nucleation and condensation // Prog. Aerospace Sci. 1981. V. 19. P. 129–196.

Москва

Поступила в редакцию
15.IX.1995