

УДК 532.5:537.28

© 1996 г. Г.А. АТАНОВ, З.Г. ЗУЙКОВА

ДИФРАКЦИЯ НА ЩЕЛИ ВОЛН, ВЫЗВАННЫХ ПОДВОДНЫМ ЭЛЕКТРОВЗРЫВОМ НА ОСИ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

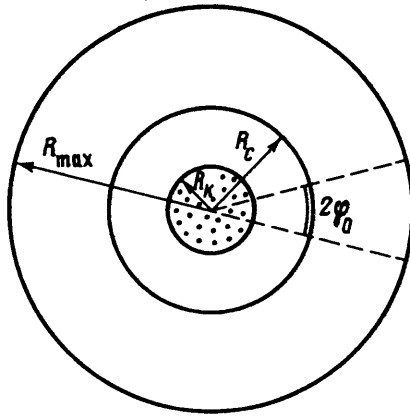
Рассмотрена задача о дифракции цилиндрической ударной волны, порожденной электровзрывом в воде, на продольной щели в цилиндрической жесткой оболочке. Используются полярные координаты, применительно к которым модифицирован численный метод распада разрыва, что существенно упрощает техническую сторону решения. В расчетах получены поля давления с дифракционными максимумами и минимумами, прослежена эволюция минимумов в отколы.

Волновое взаимодействие сжимаемой жидкости с незамкнутыми поверхностями давно привлекает внимание исследователей [1]. Такие задачи возникают, в частности, когда внутри или вблизи погруженной в жидкость незамкнутой оболочки генерируются волны сжатия (например, путем электровзрыва). Формирующееся поле давления зависит как от характера подвода энергии, так и от геометрии задачи. Для слабых волн, допускающих описание методами линейной гидроакустики, известны аналитические решения ряда задач, обобщенные в работе [1]. В установках, реализующих подводный электровзрыв, возникают сильные ударные волны, рассмотрение которых требует газодинамического подхода и численного решения. В настоящей работе с таких позиций рассмотрена задача о дифракции на щели в жесткой оболочке ударной волны, идущей из внутренней области.

1. Пусть на оси бесконечной жесткой цилиндрической оболочки радиуса R_c с продольной щелью углового размера $2\varphi_0$ (фиг. 1), заполненной и окруженной водой, в начальный момент времени произошел электровзрыв. В результате образовалась парогазовая полость, представляющая собой также бесконечный цилиндр, коаксиальный оболочке, с радиусом R_k (в начальный момент равным R_{k0}). Расширяясь, эта полость играет роль поршня, вызывающего движение воды. Общепринят к описанию процессов в полости подход, при котором газ считается идеальным, а процесс в нем – квазистационарным [2, 3]. В данной задаче такой подход оправдывается малым размером полости, кратковременностью процесса и пространственной ограниченностью области, в которой существуют явления дифракции. Все это позволяет в первом приближении считать, что этот поршень сохраняет цилиндрическую форму. Задача состоит в нахождении полей скорости и давления воды внутри и вне оболочки. Для определенности ограничим область течения также цилиндрической поверхностью достаточно большого радиуса R_{\max} , за пределами которой течение считается невозмущенным. Поскольку объектом изучения является взаимодействующее с оболочкой гидродинамическое поле, такая постановка охватывает и другие, отличные от электровзрыва способы подвода энергии в цилиндрическую парогазовую полость.

Движение жидкости в установке плоское. При данной конфигурации границ удобна полярная система координат, в которой уравнения, описывающие движение идеальной сжимаемой жидкости, имеют вид [4]

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho V_\varphi) = 0$$



Фиг. 1. Схема установки

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi^2}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \\ \frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{V_r V_\varphi}{r} &= -\frac{1}{r\rho} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь t – время, r, φ – радиальная и угловая координаты, V_r, V_φ – соответствующие компоненты вектора скорости, ρ – плотность, P – давление. Уравнение состояния взято в форме Тэта

$$P = B[(\rho / \rho_0)^n - 1] \quad (1.2)$$

где $n = 7,15$, $B = 304,5$ МПа, $\rho_0 = 10^3$ кг/м³. Этим же уравнением связаны и параметры на ударных волнах, рассчитываемых в квазиакустическом приближении, которое допустимо до давлений 3 ГПа.

Переходя к безразмерным параметрам и исключая давление с помощью уравнения состояния, систему (1.1) запишем в дивергентном виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(r\rho) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V_r) + \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho V_\varphi) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(r\rho V_r) + \frac{\partial}{\partial r} \frac{r}{n}(\rho^n + n\rho V_r^2 - 1) + \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho V_r V_\varphi) &= \frac{1}{n}(\rho^n + n\rho V_\varphi^2 - 1) \\ \frac{\partial}{\partial t}(r\rho V_\varphi) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V_r V_\varphi) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{n}(\rho^n + n\rho V_\varphi^2 - 1) &= -\rho V_r V_\varphi \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$p = \rho^n - 1 \quad (1.4)$$

Масштабами взяты: длины – радиус цилиндра R_c , скорости – скорость звука в несжатой воде $a_0 = 1460$ м/с, времени – отношение этих двух масштабов, плотности – ρ_0 , давления – B .

Течение симметрично относительно прямой $\varphi = 0, \varphi = \pi$, поэтому задача ставится для $0 \leq \varphi \leq \pi$. Начальные условия разрывны, так как на поверхности парогазовой полости скорость воды отлична от нуля, а в остальных точках вода покоится

$$\begin{aligned} R_{k0} < r \leq R_{\max}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi \\ t = 0: V_r(r, \varphi, 0) = V_\varphi(r, \varphi, 0) = 0, \quad \rho(r, \varphi, 0) = 1 \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$V_r(R_{k0}, \varphi, 0) = \frac{dR_k}{dt} \quad (1.6)$$

Здесь R_k, R_{k0}, R_{\max} – безразмерные значения описанных ранее величин.

Граничные условия следующие. На плоскости симметрии и на цилиндрической оболочке ставятся условия непротекания

$$R_k \leq r \leq R_{\max}, \quad V_\varphi(r, 0, t) = V_\varphi(r, \pi, t) = 0 \quad (1.7)$$

$$\varphi_0 < \varphi \leq \pi, \quad V_r(1, \varphi, t) = 0 \quad (1.8)$$

На границе парогазовой полости – контактной поверхности – выполняются условия непрерывности нормальной компоненты скорости и давления

$$0 \leq \varphi \leq \pi, \quad V_r(R_k, \varphi, t) = \frac{dR_k}{dt} = U_k(t) \quad (1.9)$$

$$(\rho(R_k, \varphi, t))^n - 1 = P_k(t) \quad (1.10)$$

где $U_k(t)$ – скорость расширения полости, $P_k(t)$ – давление газа в ней, всюду одинаковое в рамках используемого квазистационарного подхода.

Общепринятым подходом к описанию поведения низкотемпературной плазмы при расчете электрического подводного взрыва является моделирование ее идеальным газом с показателем адиабаты $\gamma = 1,26$ [2]. Из уравнения состояния и первого начала термодинамики получаем

$$\frac{dp_k}{dt} = (\gamma - 1) \frac{N}{\pi R_k^2} - 2\gamma \frac{p_k U_k}{R_k} \quad (1.11)$$

Здесь $N = N(t)$ – линейная плотность мощности, подводимой при электрическом разряде в парогазовую полость.

2. Поставленную задачу будем решать численно методом распада разрыва [5]. Этот метод обобщен на расчет нестационарных движений жидкости в [6] и применен к расчету течения, порожденного электровзрывом, в [7]. Традиционно этот метод применяется к осесимметричным нестационарным задачам, поставленным в декартовых координатах. В случае, когда границы области не параллельны координатным осям, необходима специальная процедура пересчета компонент скорости на границах всех ячеек, существенно усложняющая техническую сторону решения. В данной работе реализация метода упрощается благодаря использованию полярных координат. При этом сеточные линии параллельны осям и необходимость в пересчете отпадает.

Расчетная сетка регулярна по φ всюду с шагом $h_\varphi = \pi/M$ и по r с шагом $h_{r1} = (1 - R_k)/L_1$ во внутренней области ($R_k < r < 1$) и с шагом $h_{r2} = (R_{\max} - 1)/L_2$ во внешней области ($1 < r < R_{\max}$). Здесь M, L_1, L_2 – количества ячеек. Во внутренней области сетка подвижна, так как опирается на подвижную поверхность парогазовой полости ($R_k = R_k(t)$).

Каждое из уравнений системы (1.3) записано в виде

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial Y}{\partial r} + \frac{\partial Z}{\partial \varphi} = W \quad (2.1)$$

Через X, Y, Z, W обозначены комплексы параметров течения, вид которых для каждого из уравнений системы приведен в таблице.

Предварительно находятся комплексы X на верхнем временном слое по значениям на нижнем слое комплексов X, W в расчетных ячейках, X, Y, Z – на границах ячеек. Последние формируются из параметров течения, полученных в результате решения задачи о распаде произвольного разрыва на соответствующей границе ячейки. Решение проводится по условиям на характеристиках, что оказывается достаточно точным для квазиакустического приближения. В случае, когда ячейка расположена у одной из границ расчетной области, значение нормальной компоненты скорости определяется соответствующим граничным условием (1.7)–(1.9), а плотность рассчитывается по условию на характеристике, приходящей на границу из ячейки. Чтобы рассчитать распад разрыва на правой границе области

Номер уравнения	X	Y	Z	W
1	rp	rpV_2	ρV_Φ	0
2	rpV_r	$\frac{r}{n}(\rho'' + n\rho V_r^2 - 1)$	$\rho V_r V_\Phi$	$\frac{1}{n}(\rho'' + n\rho V_\Phi^2 - 1)$
3	rpV_Φ	$rpV_r V_\Phi$	$\frac{1}{n}(\rho'' + n\rho V_\Phi^2 - 1)$	$-\rho V_r V_\Phi$

($r = R_{\max}$), правее каждой расчетной ячейки пристраивается фиктивная, содержащая те же параметры течения.

По значениям X в соответствии с таблицей находятся ρ, V_r, V_Φ на верхнем временном слое, а давление P находится по формуле (1.2).

Расчет каждого временного слоя начинается с нахождения U_k , входящего в условие (1.9). Для этого совместно решаются уравнение (1.11), обезразмеренное и записанное в конечно-разностной форме, и уравнение, представляющее собой условие на характеристике второго семейства, приходящей на границу полости из области, занятой водой.

3. В расчетах моделировалась экспериментальная установка, описанная в [8]. Подводимая в парогазовую полость мощность изменялась по закону

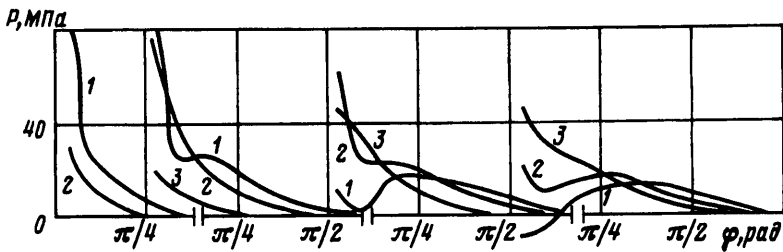
$$N(t) = 3,63U_0^2 \sqrt{\frac{C}{L}} \left(\sin \frac{t}{\sqrt{LC}} \right)^3, \quad t \leq t_0, \quad N = 0, \quad t > t_0$$

Здесь $U_0 = 25,2$ кВ – начальное напряжение на разрядном конденсаторе, $C = 18$ мкФ – его емкость, $L = 3,39$ мкГн – индуктивность электрической цепи, $t_0 = 10$ мкс. Геометрические размеры следующие: $R_{k0} = 0,51$ мм, $R_c = 10$ мм.

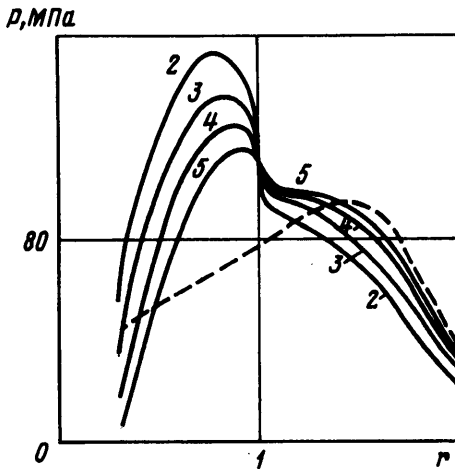
Параметры расчетной сетки: $R_{\max} = 3, L_1 = 16, L_2 = 32, M = 32$. Просчитаны варианты с различной полушириной щели $\varphi_0 = \pi m/M$, т.е. при различных значениях m . Для варианта с $m = 2$ на фиг. 2 показана зависимость давления от угловой координаты в пространстве за оболочкой в различные моменты времени. Существенные изменения давления при углах, превосходящих φ_0 , свидетельствуют о значительном дифракционном эффекте. Вблизи оболочки возникают структуры, напоминающие дифракционные максимумы и минимумы. Их происхождение можно объяснить взаимодействием волны сжатия, непрерывно идущей из внутренней области через щель, и волн разрежения, идущих извне. Эволюционируя, максимумы и минимумы становятся более ярко выраженными, на месте минимума давление даже уменьшается до нуля, а затем принимает небольшие отрицательные значения, формально допустимые моделью. По существу же это – откол (нестационарная кавитация, обусловленная волновыми процессами) и в случае его прогрессирующего развития надо рассчитывать откольную область специальным способом [9]. Однако обнаруженные отколы были непротяженны, слабы и быстро закрывались.

Для оценки давления просчитан "безоболочечный" вариант, соответствующий распространению цилиндрической волны при тех же параметрах установки. Оказалось, что он обеспечивает большее давление во внешней области при $\varphi = 0$, чем варианты с малой щелью в оболочке. Это происходит благодаря разгрузке в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны (т.е. благодаря дифракции).

С увеличением размера щели возникает некоторая область, в которой давление больше, чем в "безоболочечном" варианте. Так, на фиг. 3 показана зависимость давления от радиальной координаты на оси симметрии ($\varphi = 0$) в момент времени $t = 2,5$. Сплошные кривые соответствуют вариантам со щелью в оболочке (параметр m указан около каждой кривой), штриховая – "безоболочечному" варианту. При $m \geq 4$ варианты со щелью целесообразно использовать для создания повышенного давления



Фиг. 2. Зависимость давления от угловой координаты: $t = 2,0$ (а), $2,5$ (б), $3,0$ (в), $3,3$ (г). Кривые 1, 2, 3 – $r = 1,0, 1,5, 2,0$



Фиг. 3. Зависимость давления от радиальной координаты

(по сравнению с давлением в цилиндрической волне) в области $0,5 \leq r \leq 1,4$. Преимущество состоит и в том, что уровень давления, превышающий 100 МПа, сохраняется в этой области достаточно долго, примерно до $t = 4,0$, а за цилиндрической волной к этому времени здесь давление убывает примерно в 4 раза.

Заключение. В работе предложен новый подход к решению осесимметричных задач о взаимодействии ударной волны с оболочкой, погруженной в жидкость. Он заключается в использовании полярных координат при реализации метода распада разрыва. Такой подход существенно упрощает техническую сторону решения и сокращает время счета. В качестве примера решена задача о дифракции на щели в оболочке ударной волны, порожденной подводным взрывом, хотя метод может быть использован для различных способов генерирования ударной волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дыхта В.В. Взаимодействие волн давления с незамкнутыми поверхностями. Киев: Наук. думка, 1988. 176 с.
2. Наугольных К.А., Рой Н.А. Электрические разряды в воде. М.: Наука, 1971. 155 с.
3. Кривицкий Е.В. Динамика взрыва в жидкости. Киев: Вища школа, 1986. 208 с.
4. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963. 583 с.
5. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. С.К. Годунова. М.: Наука, 1976. 400 с.
6. Атанов Г.А. Расчет течения в гидропушке методом распада разрыва // Гидромеханика. Киев: Наук. думка, 1974. Вып. 30. С. 51–54.

7. Атанов Г.А., Головки Ю.Н., Криворучко А.М. Об электроимпульсном водомете // Изв. вузов. Энергетика. 1979. № 7. С. 77–81.
8. Ищенко Ж.Н., Поздеев В.А., Семко А.Н. и др. Расчет гидродинамических давлений внутри цилиндрической оболочки при действии импульсного источника // Изв. АН БССР. Сер. физ.-техн. наук. 1985. № 1. С. 11–17.
9. Атанов Г.А. Обобщение метода С.К. Годунова на расчет течений с отколом // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1978. Т. 18. № 6. С. 1607–1612.

Донецк

Поступила в редакцию
1.VIII.1995