

УДК 532.59:532.58

© 1996 г. С.Г. ГОРЛОВ

ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННИХ ЛИНЕЙНЫХ ВОЛН НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИХРЕИСТОЧНИКА

Для задачи о равномерном движении вихреисточника в трехслойной жидкости представлены результаты исследования по оценке влияния поверхностных и внутренних волн на гидродинамические характеристики. Изучено поведение подъемной силы и волнового сопротивления вблизи критического числа Фруда. Приведены некоторые результаты численного эксперимента. Аналогичные исследования проведены также для случая движения в двухслойной жидкости под твердой крышкой и при наличии дна.

Задача об определении гидродинамических характеристик тела, движущегося с постоянной скоростью в многослойной жидкости, является предметом исследований многих авторов. Наиболее полно в этой области исследована задача об определении гидродинамических характеристик тела, движущегося под свободной поверхностью ограниченной снизу жидкости. В [1] рассмотрена задача для вихря и тонкого профиля. Получен интересный результат – волновое сопротивление и подъемная сила терпят разрыв при переходе через критическое число Фруда. Позднее этот эффект был обнаружен для задачи о движении цилиндра [2] и профиля [3]. Более точное решение задачи о равномерном обтекании вихря потоком жидкости, ограниченной дном и свободной поверхностью, рассмотрено в работах [4, 5]. Случай движения тела в многослойной жидкости исследован значительно меньше (см., например, [6] и приведенную там литературу).

Несмотря на обширные исследования, проведенные в данной области, до сих пор не выяснен характер поведения гидродинамических характеристик в окрестности критического числа Фруда. Рассмотрим этот вопрос для задачи о влиянии внутренних линейных волн на волновое сопротивление и подъемную силу вихреисточника, имеющую в рамках линейной теории точное решение.

1. Рассмотрим задачу об определении гидродинамических характеристик вихреисточника интенсивности $C = \Gamma + iQ$, движущегося с постоянной скоростью в трехслойной жидкости. Предположим, что жидкость идеальная, несжимаемая, тяжелая и однородная в каждом слое D_k ($k = 1, 2, 3$ и нумерация слоев начинается снизу). Расположим ось x вдоль невозмущенной границы раздела среднего и верхнего слоя. Введем обозначения: g – ускорение силы тяжести, $\rho_k, V_{k\infty}$ – плотность и скорость жидкости на бесконечности перед вихреисточником в слое D_k , H – толщина среднего слоя. Пусть вихреисточник расположен в точке $z_0 = x_0 - iy_0$ среднего слоя.

Рассмотрим случай, когда слой D_1 является твердой недеформируемой средой. Решение этой задачи в линейном приближении для возмущенных комплексных скоростей жидкости $\bar{V}_k(z)$ в слое D_k ($k = 2, 3$), полученное на основе метода, изложенного в работе [7], имеет следующий вид:

$$\bar{V}_2(z) = \frac{C}{2\pi i} \frac{1}{z - z_0} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_2(\lambda) e^{-i\lambda(z - \bar{z}_0)} d\lambda - i \operatorname{Res}_{\lambda=\lambda_1} [G_2(\lambda) e^{-i\lambda(z - \bar{z}_0)}] +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_3(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)} d\lambda + i \operatorname{Res}_{\lambda=\lambda_1} [G_3(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)}]$$

$$\bar{V}_3(z) = \frac{V_{3\infty}}{V_{2\infty}} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_4(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)} d\lambda + i \operatorname{Res}_{\lambda=\lambda_1} [G_4(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)}] \right\}$$

$$G_2(\lambda) = \frac{1}{2} (\lambda m_{23} + v_2) (\bar{C} e^{2\lambda H} - C e^{2\lambda y_0}) / T(\lambda)$$

$$G_3(\lambda) = \frac{1}{2} (\bar{C} (\lambda - v_2) e^{2\lambda y_0} + C (\lambda m_{23} + v_2)) / T(\lambda)$$

$$G_4(\lambda) = m_{23}^2 \lambda (\bar{C} e^{2\lambda y_0} - C e^{2\lambda H}) / T(\lambda), \quad T(\lambda) = \lambda m_{23} + v_2 + (\lambda - v_2) e^{2\lambda H}$$

$$m_{k k+1}^k = \frac{\rho_k V_{k\infty}^2}{\rho_k V_{k\infty}^2 + \rho_{k+1} V_{k+1\infty}^2}, \quad m_{k k+1}^{k+1} = \frac{\rho_{k+1} V_{k+1\infty}^2}{\rho_k V_{k\infty}^2 + \rho_{k+1} V_{k+1\infty}^2}$$

$$v_k = \frac{g(\rho_k - \rho_{k+1})}{\rho_k V_{k\infty}^2 + \rho_{k+1} V_{k+1\infty}^2}, \quad m_{k k+1} = m_{k k+1}^k - m_{k k+1}^{k+1} \quad (k=1, 2)$$

Здесь λ_1 — неотрицательный корень уравнения $T(\lambda) = 0$.

Волновое сопротивление R_x и подъемная сила R_y вихреисточника определяются формулами

$$R_x = -\rho_2 Q V_{2\infty} + \Delta R_x$$

$$\Delta R_x = \frac{\rho_2}{T'(\lambda_1)} \left[\frac{\Gamma^2 + Q^2}{2} (\lambda_1 m_{23} + v_2) e^{2\lambda_1(H-y_0)} - \right. \\ \left. - (\Gamma^2 - Q^2) (\lambda_1 m_{23} + v_2) - \frac{\Gamma^2 + Q^2}{2} (\lambda_1 - v_2) e^{2\lambda_1 y_0} \right] \quad (1.1)$$

$$R_y = -\rho_2 \Gamma V_{2\infty} + \Delta R_y,$$

$$\Delta R_y = -\frac{\rho_2}{2\pi} (\Gamma^2 + Q^2) \left[\frac{1}{2(H-y_0)} + \int_0^{\infty} 2(\lambda m_{23} + v_2) \operatorname{sh}(2\lambda(H-y_0)) \frac{d\lambda}{T(\lambda)} \right] \quad (1.2)$$

Здесь ΔR_x и ΔR_y определяют добавочные силы к обобщенной силе Жуковского, действующей на вихреисточник.

Рассмотрим уравнение $T(\lambda) = 0$. Анализ этого уравнения показывает, что оно имеет положительный и нулевой корни лишь в том случае, когда $m_{23}^2 < H v_2$. Пусть $m_{23} \neq 1$. В этом случае при $m_{23}^2 = H v_2$ происходит слияние положительного и нулевого корней, а при $m_{23}^2 > H v_2$ уравнение имеет нулевой и отрицательный корни. В случае $m_{23} = 1$ (граница раздела сред D_2 и D_3 является свободной поверхностью) при $H v_2 = 1$ происходит слияние положительного, отрицательного и нулевого корней уравнения, а при $H v_2 < 1$ уравнение порождает два чисто мнимых и нулевой корень. Следует отметить, что нулевой корень уравнения $T(\lambda) = 0$ образует интегрируемую особенность для интеграла, входящего в выражение (1.2) для подъемной силы.

Введем число Фруда $Fr = V_{2\infty}^2 / (gH)$ и будем считать критическим число Фруда Fr_* , для которого $m_{23}^2 = H v_2$.

Представляет интерес рассмотреть поведение безразмерных коэффициентов волнового сопротивления $\Delta C_x = \Delta R_x H / (\rho_2 \Gamma^2)$ и подъемной силы $\Delta C_y = \Delta R_y H / (\rho_2 \Gamma^2)$ вихря в малой окрестности критического числа Фруда. Введем безразмерное отстояние вихря $h = y_0 / H$ от оси x . Непосредственный предельный переход к критическому числу Фруда

соответственно справа и слева в выражении (1.1) для коэффициента волнового сопротивления дает

$$\lim_{Fr \rightarrow Fr_* - 0} \Delta C_x = \frac{3}{2}(1-h)^2, \quad (m_{23} = 1), \quad \lim_{Fr \rightarrow Fr_* - 0} \Delta C_x = 0, \quad (m_{23} \neq 1), \quad \lim_{Fr \rightarrow Fr_* + 0} \Delta C_x = 0$$

Сложнее обстоит дело с исследованием поведения подъемной силы. Рассмотрим интеграл, входящий в выражение (1.2)

$$I = \int_0^{\infty} \frac{(\mu m_{23} + \bar{v}_2) \operatorname{sh}(2\mu(1-h))}{\mu m_{23} + \bar{v}_2 + (\mu - \bar{v}_2)e^{2\mu}} d\mu, \quad \bar{v}_2 = v_2 H$$

При $m_{23}^2 < \bar{v}_2$ функция, стоящая под знаком интеграла, имеет полюс первого порядка. Предположим, что $m_{23} \neq 1$, и рассмотрим предел этого интеграла при $Fr \rightarrow Fr_* - 0$. Выделим из-под знака интеграла особенность, соответствующую положительному корню $\mu = \mu_1$ уравнения $T(\mu) = 0$, таким образом, чтобы выделенная часть и функция, стоящая под знаком интеграла, имели одинаковый порядок затухания на бесконечности и одинаковый вычет в точке $\mu = \mu_1$. Тогда I можно представить в виде

$$I = I_0 - C e^{-2\mu_1 h} \operatorname{Ei}(2\mu_1 h)$$

$$I_0 = \int_0^{\infty} \left[\frac{(\mu m_{23} + \bar{v}_2) \operatorname{sh}(2\mu(1-h))}{\mu m_{23} + \bar{v}_2 + (\mu - \bar{v}_2)e^{2\mu}} - C \frac{e^{-2\mu h}}{\mu - \mu_1} \right] d\mu \quad (1.3)$$

$$C = \frac{(\mu_1 m_{23} + \bar{v}_2) \operatorname{sh}(2\mu_1(1-h))}{m_{23} + (2(\mu_1 - \bar{v}_2) + 1)e^{2\mu_1}} e^{2\mu_1 h}$$

Интеграл I_0 при $Fr \rightarrow Fr_* - 0$ принимает конечные значения, а второе слагаемое в выражении (1.3) стремится к $+\infty$. Отсюда следует, что

$$\lim_{Fr \rightarrow Fr_* - 0} \Delta C_y = -\infty$$

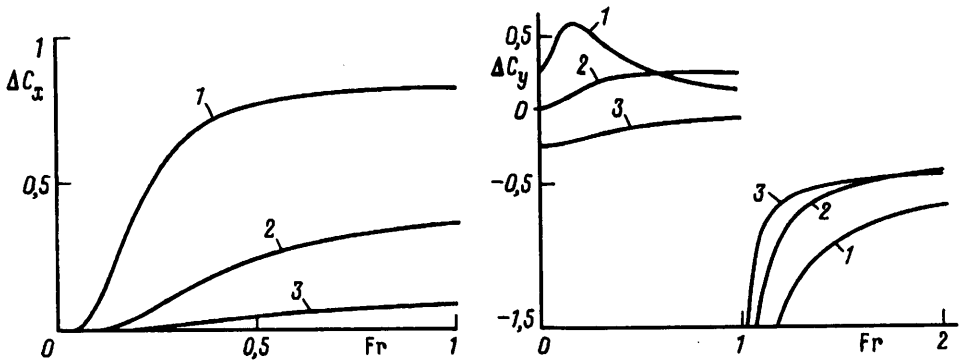
При $m_{23} = 1$ уравнение $T(\mu) = 0$ имеет, как было отмечено, три корня. Поэтому следует дополнительно выделить из-под знака интеграла особенность, соответствующую корню $\mu = -\mu_1$, и затем совершить предельный переход $Fr \rightarrow Fr_* - 0$

$$\lim_{Fr \rightarrow Fr_* - 0} \Delta C_y = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{1-h} + \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} \frac{(1+\mu)e^{-\mu} \operatorname{sh}(2\mu(1-h))}{\operatorname{sh} \mu - \mu \operatorname{ch} \mu} d\mu + \int_0^{\infty} \frac{6(1-h)(1+2\mu h)e^{-2\mu h}}{\mu^2} d\mu + 12h(1-h) \right]$$

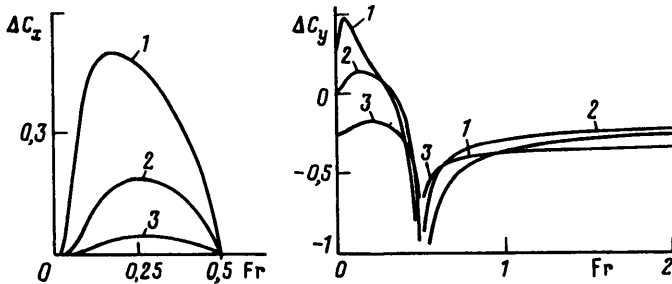
Предельный переход при $Fr \rightarrow Fr_* + 0$ рассматривается аналогично, с той лишь разницей, что при $m_{23} \neq 1$ из-под знака интеграла выделяется особенность, соответствующая отрицательному корню $\mu = -\mu_1$, а при $m_{23} = 1$ — особенности, соответствующие чисто мнимым корням $\pm i\mu_1$. Во всех этих случаях предельный переход дает

$$\lim_{Fr \rightarrow Fr_* + 0} \Delta C_y = -\infty$$

На основании проведенного анализа можно сделать следующие выводы. В случае движения вихреисточника под свободной поверхностью ограниченной снизу жидкости волновое сопротивление терпит разрыв первого рода, а подъемная сила — второго. В случае же движения под границей раздела двух произвольных сред, ограниченных снизу дном, волновое сопротивление непрерывно, а подъемная сила терпит разрыв второго рода.



Фиг. 1. Зависимость коэффициентов волнового сопротивления ΔC_x и подъемной силы ΔC_y от числа Фруда Fr для $\rho_3/\rho_2 = 0$; $h = 0,25; 0,5, 0,75$ (кривые 1 - 3)



Фиг. 2. Зависимость коэффициентов волнового сопротивления ΔC_x и подъемной силы ΔC_y от числа Фруда Fr для $\rho_3/\rho_2 = 0,5$; $h = 0,25; 0,5; 0,75$ (кривые 1 - 3)

В качестве примера рассмотрим зависимость коэффициентов ΔC_x и ΔC_y от числа Фруда для значений параметров погружения вихря: $h = 0,25; 0,5; 0,75$, $V_{3\infty}/V_{2\infty} = 1$ при $\rho_3/\rho_2 = 0$ (фиг. 1) и при $\rho_3/\rho_2 = 0,5$ (фиг. 2). В первом случае критическое число Фруда $Fr_* = 1$, во втором - $Fr_* = 0,5$. При $Fr > Fr_*$ волновое сопротивление отсутствует. Результаты расчета ΔC_x и ΔC_y , представленные на графиках, иллюстрируют характер поведения этих коэффициентов в малой окрестности критического числа Фруда, установленный аналитически.

В частном случае движения вихря под свободной поверхностью ограниченной снизу жидкости полученные результаты согласуются с выводами работы [1].

2. Предположим теперь, что слой D_3 является твердой недеформируемой средой. Этот случай соответствует движению вихресточника под твердой крышкой. Решение этой задачи для возмущенных комплексных скоростей $\bar{V}_k(z)$ ($k = 1, 2$), полученное на основе метода работы [7], и $\Delta R_x, \Delta R_y$ определены формулами

$$\bar{V}_1(z) = \frac{V_{1\infty}}{V_{2\infty}} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_1(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)} d\lambda - i \operatorname{Res}_{\lambda=\lambda_1} [G_1(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)}] \right\}$$

$$\bar{V}_2(z) = \frac{C}{2\pi i} \frac{1}{z-z_0} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_2(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)} d\lambda - i \operatorname{Res}_{\lambda=\lambda_1} [G_2(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)}] +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_3(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)} d\lambda + i \operatorname{Res}_{\lambda=\lambda_1} [G_3(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)}]$$

$$G_1(\lambda) = m_1^2 \lambda (\bar{C} - C e^{2\lambda y_0}) e^{2\lambda H} / T(\lambda)$$

$$\begin{aligned}
G_2(\lambda) &= \frac{1}{2}(\bar{C}(\lambda - v_1)e^{2\lambda H} - C(\lambda m_{12} - v_1)e^{2\lambda y_0})T(\lambda) \\
G_3(\lambda) &= -\frac{1}{2}(\lambda m_{12} - v_1)(\bar{C}e^{2\lambda y_0} - C) / T(\lambda) \\
T(\lambda) &= \lambda m_{12} - v_1 - (\lambda - v_1)e^{2\lambda H} \\
\Delta R_x &= \frac{\rho_2}{T'(\lambda_j)} \left[\frac{\Gamma^2 + Q^2}{2} (\lambda_1 - v_1) e^{2\lambda_1(H-y_0)} - (\Gamma^2 - Q^2)(\lambda_1 m_{12} - v_1) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\Gamma^2 + Q^2}{2} (\lambda_1 m_{12} - v_1) e^{2\lambda_1 y_0} \right] \tag{2.1}
\end{aligned}$$

$$\Delta R_y = \frac{\rho_2}{2\pi} (\Gamma^2 + Q^2) \left[\frac{1}{2y_0} + \int_0^\infty 2(\lambda - v_1) \text{sh}(2y_0) \frac{d\lambda}{T(\lambda)} \right] \tag{2.2}$$

Здесь λ_1 – корень уравнения $T(\lambda) = 0$. Анализ этого уравнения показывает, что оно имеет положительный и нулевой корни лишь в том случае, когда $m_{12}^2 < H v_1$. При $m_{12}^2 = H v_1$ происходит слияние положительного и нулевого корней, а при $m_{12}^2 > H v_1$ уравнение дает отрицательный и нулевой корни. Нулевой корень дает интегрируемую особенность интеграла в выражении (2.2) для подъемной силы.

Выясним поведение безразмерных коэффициентов ΔC_x и ΔC_y вихря в малой окрестности критического числа Фруда Fr_* , для которого $m_{12}^2 = H v_1$. Проводя для выражений (2.1), (2.2) операции, указанные в предыдущем разделе, получим для пределов справа и слева

$$\lim_{Fr \rightarrow Fr_* - 0} \Delta C_x = \lim_{Fr \rightarrow Fr_* + 0} \Delta C_x = 0, \quad \lim_{Fr \rightarrow Fr_* - 0} \Delta C_y = \lim_{Fr \rightarrow Fr_* + 0} \Delta C_y = +\infty \tag{2.3}$$

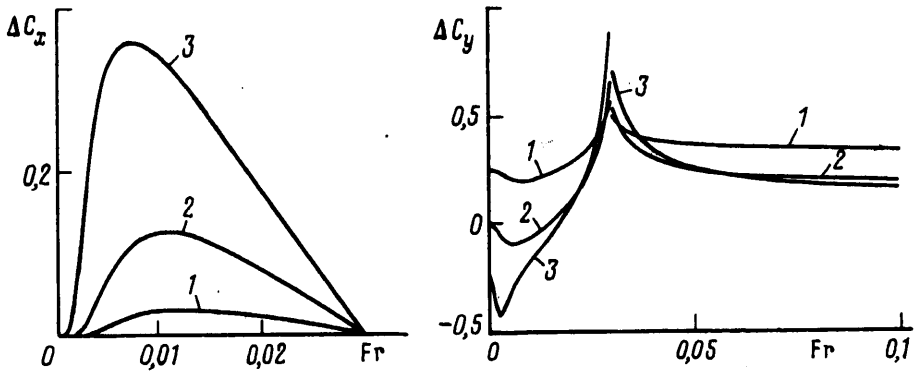
Итак, для задачи о движении вихреисточника в двухслойной жидкости под твердой крышкой волновое сопротивление непрерывно, а подъемная сила терпит разрыв второго рода.

Зависимость гидродинамических характеристик вихря от числа Фруда для значений погружения вихря $h = 0,25; 0,5; 0,75$ при $\rho_2/\rho_1 = 0,97$, $V_{2\infty}/V_{1\infty} = 1$ представлена на фиг. 3. В этом случае критическое число Фруда $Fr_* = 0,03$, вблизи которого и проявляется указанный разрыв подъемной силы.

3. Рассмотрим наиболее общий случай, когда все три среды являются жидкостями.

Решение этой задачи, а также формулы для добавочных волнового сопротивления ΔR_x и подъемной силы ΔR_y , полученные на основе [7], имеют вид

$$\begin{aligned}
\bar{V}_1(z) &= \frac{V_{1\infty}}{V_{2\infty}} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G_1(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)} d\lambda - i \sum_{j=1}^P \text{Res}[G_1(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)}] \right\} \\
\bar{V}_2(z) &= \frac{C}{2\pi i} \frac{1}{z - z_0} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G_2(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)} d\lambda - \\
&\quad - i \sum_{j=1}^P \text{Res}[G_2(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)}] + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G_3(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)} d\lambda + i \sum_{j=1}^P \text{Res}[G_3(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)}] \\
\bar{V}_3(z) &= \frac{V_{3\infty}}{V_{2\infty}} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G_4(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)} d\lambda + i \sum_{j=1}^P \text{Res}[G_4(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)}] \right\} \\
G_1(\lambda) &= m_{12}^2 \lambda (\bar{C}(\lambda m_{23} + v_2) + C(\lambda - v_2) e^{2\lambda y_0}) e^{2\lambda H} / T(\lambda) \\
G_2(\lambda) &= \frac{1}{2}(\lambda m_{23} + v_2)(\bar{C}(\lambda - v_1) e^{2\lambda H} - C(\lambda m_{12} - v_1) e^{2\lambda y_0}) / T(\lambda)
\end{aligned}$$



Фиг. 3. Зависимость коэффициентов волнового сопротивления ΔC_x и подъемной силы ΔC_y от числа Фруда Fr для $\rho_2/\rho_1 = 0,97$; $h = 0,25; 0,5; 0,75$ (кривые 1 – 3)

$$G_3(\lambda) = \frac{1}{2}(\lambda m_{12} - v_1)(\bar{C}(\lambda - v_2)e^{2\lambda y_0} + C(\lambda m_{23} + v_2)) / T(\lambda)$$

$$G_4(\lambda) = m_{23}^2 \lambda (\bar{C}(\lambda m_{12} - v_1)e^{2\lambda y_0} - C(\lambda - v_1)e^{2\lambda H}) / T(\lambda)$$

$$T(\lambda) = (\lambda m_{12} - v_1)(\lambda m_{23} + v_2) + (\lambda - v_1)(\lambda - v_2)e^{2\lambda H}$$

$$\Delta R_x = \sum_{j=1}^P \frac{\rho_2}{T'(\lambda_j)} \left[\frac{\Gamma^2 + Q^2}{2} (\lambda_j m_{23} + v_2)(\lambda_j - v_1)e^{2\lambda_j(H-y_0)} - \right. \\ \left. - (\Gamma^2 - Q^2)(\lambda_j m_{23} + v_2)(\lambda_j m_{12} - v_1) - \frac{\Gamma^2 + Q^2}{2} (\lambda_j m_{12} - v_1)(\lambda_j - v_2)e^{2\lambda_j y_0} \right] \quad (3.1)$$

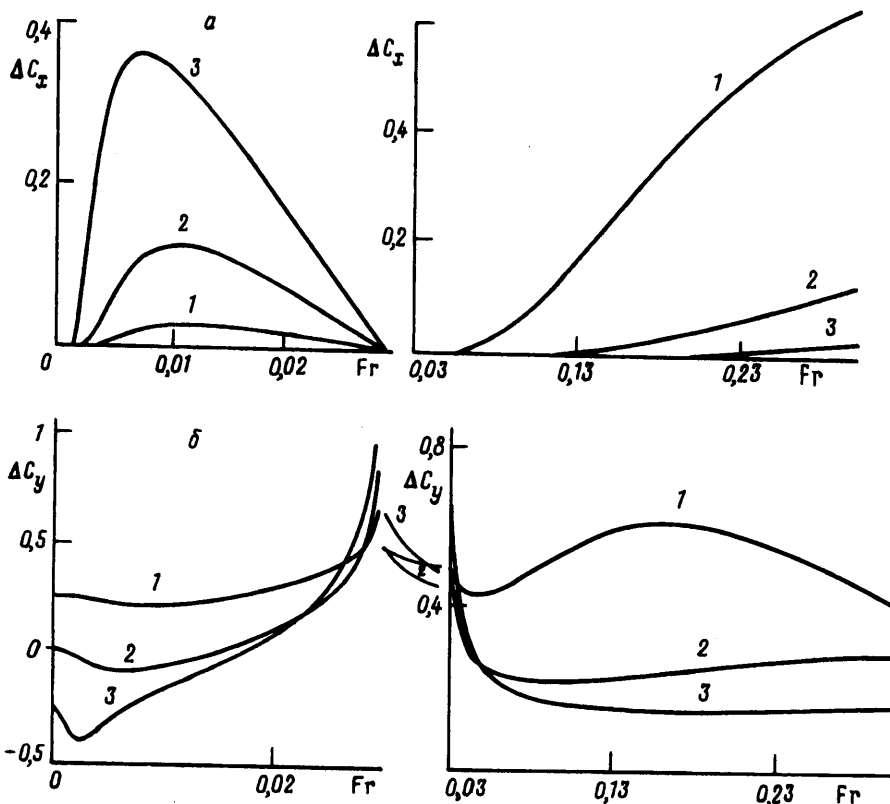
$$\Delta R_y = -\frac{\rho_2}{2\pi} (\Gamma^2 + Q^2) \int_0^{\infty} [(\lambda m_{23} + v_2)(\lambda - v_1)e^{2\lambda(H-y_0)} + \\ + (\lambda m_{12} - v_1)(\lambda - v_2)e^{2\lambda y_0}] \frac{d\lambda}{T(\lambda)} \quad (3.2)$$

Здесь λ_j ($j = 1, \dots, P$) – корни уравнения $T(\lambda) = 0$. Анализ этого уравнения показывает, что при $m_{23}^2 + (v_2/v_1)m_{12}^2 - Hv_2 < 0$ оно имеет два положительных и нулевой корни, при $m_{23}^2 + (v_2/v_1)m_{12}^2 - Hv_2 = 0$ – один положительный и два нулевых корня (в этом случае число Фруда будет критическим), а при $m_{23}^2 + (v_2/v_1)m_{12}^2 - Hv_2 > 0$ – один положительный, один нулевой и один отрицательный корни. Корню, равному нулю, соответствует интегрируемая особенность для интеграла, входящего в выражение (3.2) подъемной силы.

Предел безразмерных коэффициентов волнового сопротивления (3.1) и подъемной силы (3.2) вихря при подходе к критическому числу Фруда соответственно справа и слева дает соотношения (2.3).

Представляет интерес рассмотреть зависимость коэффициентов ΔC_x и ΔC_y от числа Фруда для вихря, движущегося в двухслойной жидкости, ограниченной свободной поверхностью ($\rho_2/\rho_1 = 0,97$, $\rho_3/\rho_2 = 0$, $V_{2\infty}/V_{1\infty} = 1$). Для расчета выбраны значения $h = 0,25; 0,5; 0,75$ (фиг. 4).

Критическое число Фруда оказалось равным 0,02912. Снова имеет место ярко выраженный разрыв подъемной силы вблизи критического числа Фруда.



Фиг. 4. Зависимость коэффициента волнового сопротивления ΔC_x (а) и подъемной силы ΔC_y (б) от числа Фруда Fr для $\rho_2/\rho_1 = 0,97$, $\rho_3/\rho_2 = 0$; $h = 0,25; 0,5; 0,75$ (кривые 1–3)

Заключение. Проведенные анализ и численный эксперимент позволяют сделать следующие выводы.

Поверхностные и внутренние волны оказывают существенное влияние на гидродинамические характеристики вихреисточника, которое особенно сильно проявляется вблизи критического числа Фруда. Для задачи о движении вихреисточника в двухслойной жидкости, ограниченной снизу дном, при переходе через критическое число Фруда волновое сопротивление остается непрерывным, а подъемная сила терпит разрыв второго рода (за исключением случая движения под свободной поверхностью ограниченной снизу жидкости, для которого волновое сопротивление тоже терпит разрыв, но первого рода). В случае обтекания вихреисточника потоком трехслойной жидкости, а также двухслойной под твердой крышкой поведение гидродинамических характеристик в малой окрестности критического числа Фруда такое же, как и для случая обтекания потоком двухслойной жидкости, ограниченной снизу дном. Наличие разрывов гидродинамических характеристик позволяет судить о неприемлемости решения линейной задачи вблизи критического числа Фруда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А.И. Плоская задача о движении крыла под поверхностью тяжелой жидкости конечной глубины // Изв. АН СССР. ОТН. 1940. № 4. С. 57–78.
2. Eatock Taylor R., Wu G.X. Wave resistance and lift on cylinders by a coupled element technique // Intern. Shipbuild. Progr. 1986. V. 33. № 377. P. 2–9.

3. *Bai K.J.* A localized finite-element method for two-dimensional steady potential flows with a free surface // *J. Ship. Res.* 1978. V. 22. № 4. P. 216–230.
4. *Маклаков Д.В.* Обтекание препятствия с образованием нелинейных волн на свободной поверхности. Предельные режимы // *Изв. РАН. МЖГ.* 1995. № 2. С. 108–117.
5. *Филиппов И.Г.* О движении вихря под поверхностью жидкости // *ПММ.* 1961. Т. 25. Вып. 2. С. 242–247.
6. *Стурова И.В.* Влияние внутренних волн на гидродинамические характеристики погруженного тела // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 1993. Т. 29. № 6. С. 732–738.
7. *Горлов С.И.* Решение линейных задач о равномерном движении вихреисточника в многослойной жидкости // *Изв. РАН. МЖГ.* 1995. № 3. С. 127–132.

Омск

Поступила в редакцию
2.VIII.1995