

УДК 532.546

© 1996 г. Д.М. АНТИПОВ, А.И. ИБРАГИМОВ, М.Б. ПАНФИЛОВ

МОДЕЛЬ СОПРЯЖЕННОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПЛАСТЕ И ВНУТРИ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ

Предлагается модель и численно-аналитический метод решения задач однофазного сопряженного течения жидкости в пористой среде и в горизонтальной скважине.

Горизонтальные скважины представляют собой новый тип технологии разработки нефтегазовых пластов, обеспечивающий десятикратное увеличение добычи углеводородов в сравнении с вертикальными скважинами. Сущность предлагаемого метода решения заключается в разбиении задачи на внешнюю (в пласте) и внутреннюю (в стволе) и в сопряжении на стенке ствола решений этих задач. Решение задач производится итерациями. Внешняя задача представляет собой существенно трехмерную задачу Дирихле для уравнения Лапласа и решается методами теории потенциала. Задача в стволе решается аналитически. В итоге задача сводится к интегральному уравнению с плотностью, распределенной вдоль оси скважин. Численная реализация метода сводится к решению системы алгебраических уравнений, порядок которой равен числу интервалов разбиения ствола скважин по длине.

Специфика постановки в том, что внутренняя задача формулируется для осредненных по сечению ствола скважины величин, что приводит к нетривиальным условиям сопряжения.

Приводятся результаты расчетов и качественное исследование влияния потерь давления внутри ствола на зависимость дебита скважины от ее длины. Показано, что эта зависимость сначала линейна, а начиная с некоторого критического значения выполаживается. Предсказание критической длины горизонтальной скважины имеет практическое значение, так как увеличение длины скважины выше критической не приносит никакого эффекта.

До сих пор в большинстве работ течение к скважине рассматривалось при условии постоянства давления вдоль ствола [1–7]. Учет потерь давления P , как правило, производится путем постулирования функции перетока из априорных соображений. Наиболее распространено допущение о том, что перетоки через стенку трубы не влияют на потери давления в ней. Тем самым, оказывается возможным принять обычные формулы трубной гидродинамики, перетоки же учитываются только через уравнения баланса массы. Таким образом строятся решения в [5, 6], в которых течение внутри скважины описывается полуэмпирическими формулами турбулентного течения в трубах, [7], где для давления в скважине использовано уравнение Бернулли. Граничное условие, связывающее внешнюю и внутреннюю задачу, было получено в [8] для описания перетоков и зависит от структуры поверхности ствола, наличия перфорационных отверстий, их густоты и т.д.

1. Постановка задачи. Принимаются следующие предположения: пласт бесконечен и изотропен; скважина представляет из себя цилиндрическую полость постоянного радиуса и конечной длины в трехмерном пространстве; течение во всей скважине однофазно и стационарно; течение в скважине стоксово-ламинарно и безинерционно; течение в пористой среде подчинено закону Дарси; на стенке пористой среды и сква-

жины принимается "стесненная схема вытеснения" [8], то есть считается, что скважина обсажена, а перфорационные отверстия расположены очень плотно и равномерно по поверхности ствола.

В такой системе втекание жидкости будет происходить по нормали к поверхности ствола, причем функцию притока можно считать непрерывной и гладкой на всей поверхности.

Рассмотрим декартову систему координат $(x; y; z)$, такую, что ее начало совмещено с началом оси горизонтального ствола (точка перехода вертикального ствола в горизонтальный), а ось x совпадает с осью скважины. Наряду с ней будем использовать цилиндрическую систему координат $(x; r; \varphi)$, где $r^2 = y^2 + z^2$.

Пусть $T = \{(x; r) 0 < x < L; 0 < r \leq R\}$ – труба, моделирующая скважину. Процесс в пористой среде и в скважине описывается следующей системой уравнений:

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\mu} m \nabla p, \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{dV_x}{dx} = -\frac{2}{R} W_r(x), \quad -\frac{1}{\mu} \frac{dP}{dx} = \frac{8}{R^2} V_x + \frac{2}{R} W_r' \quad (1.2)$$

Здесь \mathbf{v} скорость фильтрации в пористой среде, $P(x)$ – осредненное давление в стволе, $V_x(x)$ – компонента осредненного вектора скорости вдоль оси ствола, $W_r(x)$ – радиальная компонента вектора скорости на стенке ствола скважины, μ – вязкость флюида, R – радиус ствола скважины. Среднее давление в скважине $P(x)$ и давление на стенках связаны соотношением:

$$p(x; R) = P(x) + \frac{\mu}{2R} [R^2 W_r'' - 4 W_r] \quad (1.3)$$

Уравнения (1.2) и (1.3) получены в [8] для стоковского течения осреднением по сечению ствола с учетом перетоков через стенки. Решение уравнения Стокса, записанное в цилиндрической системе координат, искалось в виде разложения в ряд по степеням r с неизвестными коэффициентами, зависящими от x . Рассматривалось первое приближение к течению Пуазейля, когда в асимптотическом ряде сохранялись только первые два члена разложения. При этом предполагалось, что на стенке ствола имеет место условие непрерывности потока для стесненной схемы:

$$\mathbf{v}_r(x) = W_r(x), \quad \mathbf{v}_x = 0 \quad (r = R) \quad (1.4)$$

Приравнивая коэффициенты в разложении при соответствующих степенях и учитывая граничное условие (1.4), были получены уравнения для средних величин давления и скорости (1.2) и условия сопряжения (1.4).

На стенке пористой среды и скважины

$$-\frac{Km}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}(x; r) = W_r(x) \quad (r = R) \quad (1.5)$$

где K – проницаемость, а m – пористость.

Функция притока $W_r(x)$ заранее неизвестна и определяется в ходе решения совместной задачи течения внутри ствола и в окружающей среде.

Рассмотрим бесконечный пористый пласт с горизонтальной скважиной длины L и радиуса R . Обозначим через $V(x)$ и $W(x)$ модули осредненной по сечению скорости течения в стволе и скорости на стенке ствола. Тогда при течении, направленном из пласта в скважину, имеет место: $V = -V_x$, $W = -W_r$. На бесконечности и в начале скважины будем считать заданными давления.

Из (1.1)–(1.3) следует, что для четырех функций $p(x; y; z)$, $P(x)$, $V(x)$, $W(x)$ имеет место задача:

$$\Delta p = 0 \quad (x, y, z) \in R^3 \setminus T \quad (1.6)$$

$$\frac{1}{\mu} \frac{dP}{dx} = \frac{8}{R^2} V + \frac{2}{R} W', \quad \frac{dV}{dx} = -\frac{2}{R} W(x), \quad 0 < x < L \quad (1.7)$$

$$W = \frac{Km}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad p = P - \frac{\mu}{2R} [R^2 W'' - 4W], \quad r = R, \quad 0 < x < L \quad (1.8)$$

$$P = 0 \quad (x = 0) \quad \lim_{(x; y; z) \rightarrow \infty} P(x; y; z) = P_0 \quad (1.9)$$

Для замыкания этой системы и согласования граничных условий предполагается, что

$$V = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \int_{S(0; r)} r \frac{Km}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} dS dr \quad (x = L) \quad (1.10)$$

$$S(0; R) = \{(x; y; z) \mid x = L, \quad r^2 \leq R\}$$

Для согласования условий предположим, что

$$W = W'' \quad (x = L) \quad (1.11)$$

Физический смысл условий (1.8) и (1.10) означает непрерывность полей давления и потока на границе ствола. Однако их форма нетрадиционна, так как сопрягать приходится истинное поле вне ствола и осредненное поле внутри него. Сопряжение потоков (1.10) производится только на основании цилиндра, так как на боковой поверхности сопряжение уже было произведено (1.8) при выводе осредненных уравнений движения внутри ствола. Более того, условия сопряжения потоков являются точными (вернее, имеют такую же точность, как осредненная система уравнений в стволе).

Условие сопряжения давлений на основании при $x = L$ – приближенное. На самом деле, давление в каждом сечении ствола при наличии перетоков непостоянно [9], что видно из (1.8). Из непрерывности следует, что и давление p на торце со стороны пористой среды также непостоянно, однако для его задания осредненной модели течения в стволе уже недостаточно – необходимо иметь соотношения для полного распределения давления внутри ствола.

Поскольку площадь боковой поверхности несравнимо больше площади основания для горизонтальных скважин, можно ожидать, что искажения эпюры давлений на торце, которое вносится условием (1.10), оказывает на процесс в целом влияние второго порядка малости.

В статье не приводится строгое исследование условий корректности задачи (1.6)–(1.11), так как это является предметом самостоятельной математической проблемы. Целью нашего исследования является разработка эффективного алгоритма для решения этой задачи и его численная реализация.

2. Разбиение задачи на внешнюю, внутреннюю и задачу сопряжения. Для решения задачи предлагается следующий итерационный метод. Пусть $P^0(x)$ – некоторое распределение давления на поверхности скважины. Тогда задачу (1.6)–(1.11) можно расщепить на внешнюю и внутреннюю, из которых первая является независимой:

$$\Delta p^0 = 0, \quad (x, y, z) \in R^3 \setminus T$$

$$\lim_{(x; y; z) \rightarrow \infty} p(x; y; z) = p_0, \quad p = P^0(x, y, z) \in \partial T. \quad (2.1)$$

$$-\frac{1}{\mu} \frac{dP^1}{dx} = \frac{8}{R^2} V_1 + \frac{2}{R} W_1', \quad \frac{dV_1}{dx} = -\frac{2}{R} W_0(x)$$

$$W_0 = \frac{Km}{\mu} \frac{\partial p^0}{\partial r} \quad (r=R) \quad x \in (0; L); \quad P(0) = 0 \quad (2.2)$$

$$V_1(L) = \frac{K}{\mu} \frac{1}{\pi R^2} \int_{S(0;R)} \frac{\partial p^0}{dx} ds \quad (x=L)$$

Решив задачу (2.2), построим функцию сопряжения P^1 с помощью которой из условия сопряжения (1.8) определим $p^1(x; R)$. Используя функцию $p^1(x; R)$ в качестве граничной, решим задачу (2.1). Решение задачи (2.1) с граничной функцией $p^1(x; R)$ обозначим p^1 . Подставляя p^1 в (2.2), получим новую функцию сопряжения P^1 . Таким образом будет построена итерационная процедура. Опишем ее в виде алгоритма. 1 – Решается внешняя задача (2.1) с заданной границей функций. 2 – $W(x)$ вычисляется по формуле (1.8). 3 – Вычисляются функции $V(x)$ и $P(x)$ как решение задачи Коши для системы (2.2) и начальными условиями (1.9) и (1.10). 4 – Граничная функция для внешней задачи (2.1) вычисляется по соотношению (1.8).

Задача (2.1) является существенно трехмерной.

Решение задачи (2.1) будем искать в виде потенциалов простого слоя:

$$p(x, y, z) = \int_T \frac{1}{\rho} \beta(S) dS, \quad \rho = \sqrt{(x - \zeta_1)^2 + (y - \zeta_2)^2 + (z - \zeta_3)^2} \quad (2.3)$$

а плотность β является искомой.

При численной реализации метода вместо (2.3) используется его разностный аналог. Так как радиус скважины много меньше его длины, то можно использовать простую разностную аппроксимацию потенциала простого слоя (2.3) в виде:

$$p(x; y; z) = \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i \Delta x_i}{\sqrt{r^2 + (x - x_i)^2}} \quad (2.4)$$

Здесь $\{x_j\}$, $N + 1$ – разбиение отрезка $[0; L]$, $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$, $x_1 = 0$. Количество точек N выбирается из численного эксперимента по критерию стабилизации интегральных характеристик процесса (например, продуктивности скважины).

Если функция сопряжения P известна, то константы β_i определены и соотношение (2.4) позволяет рассчитать поле давлений в пласте.

Внутренняя задача (1.7), (1.9), (1.10) имеет явное аналитическое решение.

Пусть задана функция сопряжения P_0 . Тогда в N точках получаем из (2.5) линейную систему уравнений для β_j :

$$P_0(x_j) = \sum_{i=1}^N \beta_i \lambda_{ij}, \quad j = 1, \dots, N \quad (2.5)$$

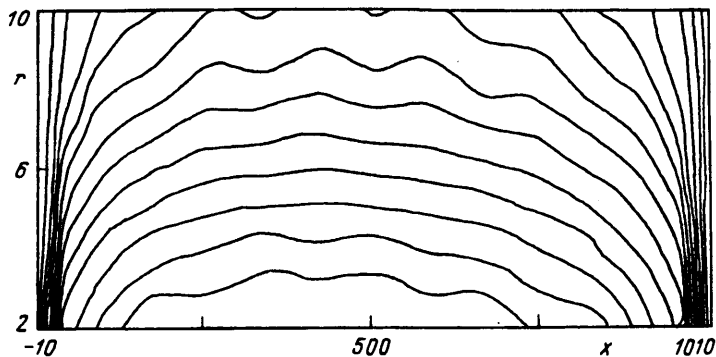
Функция перетоков и ее производные в точках x_j определяется с помощью соотношения

$$W(x_i) = \frac{Km}{2\pi R \mu} \beta_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.6)$$

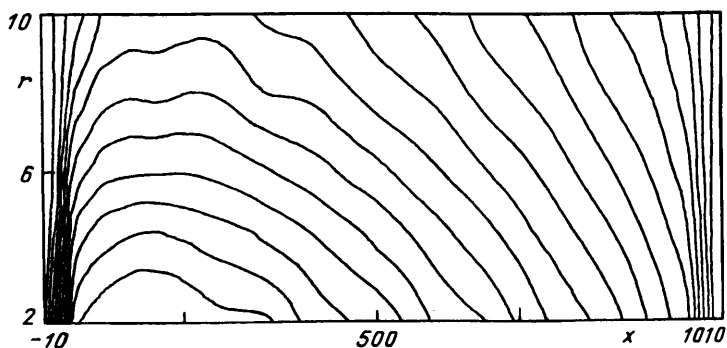
После этого реализуется пункт 3 алгоритма без каких-либо изменений в дискретном виде с использованием аналитических решений задачи (2.6).

С помощью соотношения (2.4) строится новое распределение $p(x; R)$ в точках $x = x_j$, $j = 1, N$ для нахождения новых β_j .

Как показали численные эксперименты, проведенные для $L < 1000$ м, стабилизация интегральных характеристик начинается с $N = 800$.



Фиг. 1. Распределение изобар в пласте с проницаемостью $1d$



Фиг. 2. Распределение изобар в пласте с проницаемостью $10d$

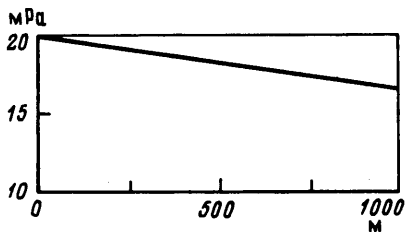
Результаты расчетов не зависят от выбранного начального распределения давления. Начальное распределение давления влияет только на скорость сходимости итерационной процедуры.

3. Обсуждение результатов расчета. С помощью изложенного алгоритма проведены расчеты по определению влияния падения давления на характер притока жидкости при различных длинах скважины и значениях проницаемости пласта. Рассмотрен случай ламинарного течения в скважине неограниченного пласта, отсутствие неоднородностей в пористой среде. Наличие контура питания и трещин в пласте, турбулентные потоки в скважине приводят к существенному возрастанию потерь давления. В этом смысле полученные результаты в некотором смысле можно рассматривать как верхнюю оценку возможных потерь вдоль ствола скважины.

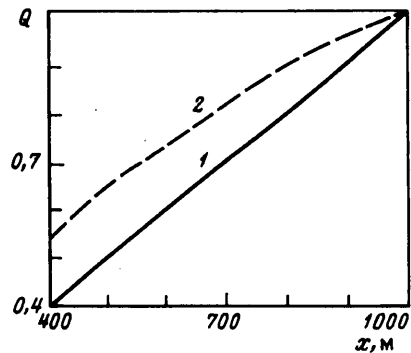
При реализации алгоритма решения задачи были проведены расчеты для различных значений проницаемости пористой среды и различных вязкостей жидкостей.

Изменения вязкости не приводят к заметным потерям давления внутри ствола скважины и ими можно пренебречь. Проницаемость K , как это видно из уравнений (1.6)–(1.10), оказывается определяющим параметром, существенно влияющим на изменения давления вдоль оси цилиндра T . На фиг. 1 и 2 приведены изобары в пласте для двух значений проницаемости $K = 1d$, $K = 10d$ и $L = 1000$ м. В первом случае линии уровня в окрестности скважины практически симметричны, что связано с тем, что давление вдоль скважины слабо меняется.

Для пластов с проницаемостью $K = 10d$ ситуация существенно иная, давление падает вдоль ствола скважины сильно и изобары асимметричны, "приток" жидкости с удалением от левого конца скважины падает (фиг. 3). Напомним, что на левом конце задано давление P_0 . На фиг. 4 приведена зависимость дебита скважины от ее длины для различных значений проницаемости. Линиями 1 и 2 изображены зависимость $Q =$



Фиг. 3. Зависимость расхода от длины горизонтальной скважины в пластах с проницаемостью $10d$ и $0,1d$ (кривая 1, 2)



Фиг. 4. Распределение среднего давления внутри горизонтальной скважины с проницаемостью $10d$

$= V/V_{\max}$ – дебита от длины L для проницаемости $K_1 = 0,1d$ и $K_2 = 10d$. В первом случае потерь давления вдоль ствола практически нет, поэтому график зависимости Q от длины является линейной функцией. В случае $K = 10d$ влияние потерь давления приводит к уменьшению приращения дебита с увеличением длины скважины.

Поэтому в данном случае не имеет смысла увеличивать длину скважины свыше 800 м. Это значение является гидродинамически оптимальным.

Заключение. Если в пласте, представляющем собой все трехмерное пространство, течение подчинено закону Дарси, приток к скважине строго по нормали, а течение в скважине близко к течению Пуазейля, то основным параметром влияющим на падение давления вдоль ствола скважины, является проницаемость пористой среды. Следовательно, использование сверхдлинных горизонтальных скважин малоэффективно в высокопроницаемых коллекторах. И наоборот, в пластах с низкой проницаемостью продуктивность скважины прямопропорциональна ее длине.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисов Ю.П., Пилатовский В.П., Табаков В.П. Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами. М.: Недра, 1964. 154 с.
2. Joshi S. Horizontal well technology. Tulsa: Oklahoma, Pennwell Publ. 1990.
3. Самтаров М.М., Валетов М.З., Юлгушев Э.Т. и др. Проектирование и разработка слабопроницаемых карбонатных коллекторов. М.: ВНИИОЭНГ, 1974. 53 с.
4. Полубаринова-Кочина П.Я. О наклонных и горизонтальных скважинах конечной длины. // ПММ. 1956. Т. 20. Вып. 1. С. 95–108.
5. Dikken B.J. Pressure Drop in Horizontal Wells and its Effect on their Production Performance // SPE 19824, SPE, 64-th Annual Technical Conf. Texas, 1989.
6. Šimonek J. Turbulent transport in the transition flow region // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1984. V. 27. № 12. P. 2415–2420.
7. Алиев З.С., Шеремет В.В. Влияние потерь давления в горизонтальной части ствола на производительность горизонтальных газовых скважин // Газовая пром-сть. Сер.: Геология, бурение, эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. 1992. Вып. 5. С. 1–15.
8. Панфилов М.Б. Уравнения движения вязкого флюида в горизонтальной скважине // Реф. инф. ВНИИЭГазпром. Сер. Разработка газовых и газоконденсатных месторождений. 1993. № 6.

Москва

Поступила в редакцию
22.IX.1993