

УДК 532.546 + 517.955.8

© 1996 г. И.Я. ЭДЕЛЬМАН

РЕЖИМЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ПРИ ДВУХФАЗНОМ НАСЫЩЕНИИ ЖИДКОСТЬЮ И ГАЗОМ

Исследуется распространение нелинейных волн в пористой среде, насыщенной вязкими жидкостью и газом, с учетом капиллярного давления. Построены численные решения типа бегущей волны обобщенного уравнения Кортевега – де Вриза – Бюргерса для амплитуд волн. Обнаружены три типа режимов распространения продольных волн, в том числе солитоноподобные.

Генерация, распространение и взаимодействие волн в насыщенных пористых средах изучаются в связи с разнообразными технологическими задачами сейсмоакустических исследований и воздействия на горные массивы и нефтегазовые пласты [1, 2]. При этом оказывается необходимым учет нелинейных эффектов, диссипативных и дисперсионных свойств пористой среды и жидкостей, поскольку экспериментальные данные [3, 4] свидетельствуют о существенной нелинейности волновых процессов в реальных средах.

Ранее на основе теории Френкеля – Био – Николаевского [5, 6] была сформулирована [7] трехмерная модель волновой динамики неизотермической упругодеформируемой пористой среды, состоящей из минерального скелета, пленки жидкости, связанной поверхностью скелета, и флюидной фазы (вязкая слабосжимаемая жидкость или вязкий совершенный газ). В отличие от классической модели учитываются вязкие сдвиговые напряжения в жидкой фазе. Также в [7] предложен асимптотический метод преобразования системы и дифференциальных законов сохранения к нелинейному эволюционному уравнению для амплитуд модулированных волн.

Данная работа является продолжением [7–10] и посвящена исследованию режимов распространения волн в случае двухфазного насыщения пористой среды жидкостью и газом. При этом учитывается возникающее на границе соприкосновения жидкой и газовой фаз капиллярное давление. Проанализированы отличительные особенности волновой динамики по сравнению с однофазным насыщением пористой среды [10]. Выявлено, что эффекты взаимодействия и перераспределения жидкости и газа значительно влияют на динамику распространения волн. В частности, оказываются возможными солитоноподобные режимы распространения продольных волн в насыщенных пористых средах. Отметим, что в [11] были проанализированы солитонные режимы распространения деформационных волн маятникового типа во фрагментированном горном массиве как решения уравнения sine-Гордон, однако использовалась однокоординатная модель без учета насыщения порогового пространства жидкостью.

1. Постановка задачи. Запишем систему уравнений для жидкой, газовой и твердой фаз в безразмерной форме ($i, j = 1, 2, 3$).

Законы сохранения массы

$$\frac{\partial}{\partial t}((1 - \alpha)\theta m \rho_i) + \nabla((1 - \alpha)\theta m \rho_i v_i) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}((1-\alpha)(1-\theta)m\rho_g) + \nabla((1-\alpha)(1-\theta)m\rho_g \mathbf{v}_g) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha m \rho_\alpha + (1-m)\rho_s) + \nabla((\alpha m \rho_\alpha + (1-m)\rho_s) \mathbf{v}_s) = 0 \quad (1.1)$$

где $\mathbf{v}_l = (v_{l1}, v_{l2}, v_{l3})$, $\mathbf{v}_g = (v_{g1}, v_{g2}, v_{g3})$, $\mathbf{v}_s = (v_{s1}, v_{s2}, v_{s3})$.

Законы сохранения импульса

$$(1-\alpha)\theta m \rho_l \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_l, \nabla) \right] v_{li} - (1-\alpha)\theta m \frac{\partial}{\partial x_j} p'_{ij} + \frac{m^2 \theta^2 (1-\alpha)^2}{f_l(\theta)} (v_{li} - v_{si}) = 0$$

$$(1-\alpha)(1-\theta)m\rho_g \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_g, \nabla) \right] v_{gi} - (1-\alpha)(1-\theta)m \frac{\partial}{\partial x_j} P'_{ij} +$$

$$+ \frac{v_g}{v_l} \frac{m^2 (1-\theta)^2 (1-\alpha)^2}{f_g(\theta)} (v_{gi} - v_{si}) = 0$$

$$(\alpha m \rho_\alpha + (1-m)\rho_s) \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_s, \nabla) \right] v_{si} - \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} - (1-(1-\alpha)m)\theta \frac{\partial}{\partial x_j} P'_{ij} -$$

$$-(1-(1-\alpha)m)(1-\theta) \frac{\partial}{\partial x_j} P'_{ij} - \frac{m^2 \theta^2 (1-\alpha)^2}{f_l(\theta)} (v_{li} - v_{si}) -$$

$$- \frac{v_g}{v_l} \frac{m^2 (1-\theta)^2 (1-\alpha)^2}{f_g(\theta)} (v_{gi} - v_{si}) = 0 \quad (1.2)$$

Закон сохранения энергии (предполагается равенство температур твердой, жидкой и газовой фаз)

$$(1-\alpha)m\theta\rho_l \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_l, \nabla) \right] E_l + (1-\alpha)m(1-\theta)\rho_g \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_g, \nabla) \right] E_g +$$

$$+(1-m)\rho_s \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_s, \nabla) \right] E_s + \alpha m \rho_\alpha \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_s, \nabla) \right] E_\alpha - (1-\alpha)m\theta P'_{ij} \frac{\partial v_{li}}{\partial x_j} -$$

$$-(1-\alpha)m(1-\theta) P'_{ij} \frac{\partial v_{gi}}{\partial x_j} - [\sigma_{ij} + \theta(1-(1-\alpha)m) P'_{ij} + (1-\theta)(1-(1-\alpha)m) P'_{ij}] \frac{\partial v_{si}}{\partial x_j} -$$

$$- \frac{m^2 \theta^2 (1-\alpha)^2}{f_l(\theta)} |v_l - v_s|^2 - \frac{v_g}{v_l} \frac{m^2 (1-\theta)^2 (1-\alpha)^2}{f_g(\theta)} |v_g - v_s|^2 -$$

$$-\varepsilon^2 \nabla[(1-\alpha)m\theta\lambda_l + (1-\alpha)m(1-\theta)\lambda_g + (1-m)\lambda_s + \alpha m \lambda_\alpha] \nabla T = 0 \quad (1.3)$$

Уравнения состояния фаз и реологические соотношения

$$\rho_l = \rho_{l0}(1 + \beta_l(p_l - p_0) - \varphi_l(T - T_0)), \quad \rho_g = \frac{P_g}{RT}$$

$$\rho_\alpha = \rho_{\alpha 0}(1 - \beta_\alpha(\sigma_{kk}^s / 3 - \sigma_0) - \varphi_\alpha(T - T_0)), \quad \rho_s = \rho_{s0}(1 - \beta_s(\sigma_{kk}^s / 3 - \sigma_0) - \varphi_s(T - T_0)) \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned}
P_{ij}^l &= -p_l \delta_{ij} + \varepsilon^2 v_l \left[\frac{\partial v_{li}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{lj}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_{lk}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right], \\
P_{ij}^g &= -p_g \delta_{ij} + \varepsilon^2 v_g \left[\frac{\partial v_{gi}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{gj}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_{gk}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \\
\sigma_{ij}^s &= \frac{\sigma_{ij}}{1 - (1 - \alpha)m} + \theta P_{ij}^l + (1 - \theta) P_{ij}^g
\end{aligned} \tag{1.5}$$

Уравнения для тензоров напряжений и деформации, а также вектора смещения твердой фазы имеют вид

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} &= K \delta_{ij} \frac{\partial e_{kk}}{\partial t} + 2G \frac{\partial}{\partial t} [e_{ij} - e_{kk} \delta_{ij} / 3] + \beta_s \delta_{ij} K \frac{\partial p}{\partial t} - \varphi_s \delta_{ij} K \frac{\partial T}{\partial t} + \\
&+ \varepsilon^2 \alpha m v_\alpha \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial v_{si}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{sj}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_{sk}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \\
p &= \theta p_l + (1 - \theta) p_g \\
\frac{\partial e_{ij}}{\partial t} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{si}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{sj}}{\partial x_i} \right) &= 0, \quad \frac{\partial u_i}{\partial t} - v_{si} = 0
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Термодинамические соотношения

$$\begin{aligned}
\rho_l dE_l &= \rho_l C_l dT + \frac{P_l}{\rho_l} d\rho_l - \varphi_l T d\rho_l, \quad E_g = C_g T \\
\rho_{ss} dE_s &= \rho_s C_s dT + \sigma_{ij}^s de_{ij} + \frac{1}{3} \varphi_s T d\sigma_{kk}^s, \quad \rho_\alpha dE_\alpha = \rho_\alpha C_\alpha dT - \frac{\sigma_{kk}^s}{3\rho_\alpha} d\rho_\alpha + \frac{1}{3} \varphi_\alpha T d\sigma_{kk}^s
\end{aligned} \tag{1.7}$$

Здесь m – пористость, ρ – плотность, θ – насыщенность пористой среды жидкой фазой, \mathbf{v} – вектор скорости, p – давление, ν – вязкость, T – температура, E – удельная внутренняя энергия, λ – коэффициент теплопроводности, β – коэффициент сжимаемости, φ – коэффициент теплового расширения, C – теплоемкость, K – модуль объемной упругости, G – эффективный модуль сдвига, R – газовая постоянная, P_{ij} – тензор напряжений во флюидных фазах, σ_{ij} – тензор эффективных напряжений, σ_{ij}^s – тензор истинных напряжений в твердой фазе, e_{ij} – тензор деформаций, \mathbf{u} – вектор смещения твердой фазы, α – объемная доля связанной жидкости, $f(\theta)$ – относительная фазовая проницаемость, индексы l, g, s, α – символы жидкой, газовой, твердой фаз и связанной жидкости соответственно.

Модель (1.1)–(1.7)¹ дополняется соотношением, определяющим капиллярную разницу давлений в жидкой и газовой фазах

$$P_{ij}^l - P_{ij}^g = \gamma J(\theta), \quad \gamma = \eta \sqrt{\frac{\kappa}{m}} \tag{1.8}$$

где η – коэффициент поверхностного натяжения, κ – проницаемость среды, $J(\theta)$ – безразмерная функция Леверетта [6]. Соотношение (1.8) существенно, когда газонасыщенность порового пространства не менее 10% [6].

¹ Модель сформулирована А.М. Максимовым и Е.В. Радкевичем.

Малый параметр ε получен на основе анализа размерностей и определяется характерными значениями вязкости жидкости, модуля упругости, плотности и проницаемости среды $\varepsilon = \nu_l / \sqrt{K_0 \rho_0 \kappa}$ [7]. Нетрудно показать, что $\varepsilon = \text{Re}_a^{-1/2}$ (Re_a – акустическое число Рейнольдса).

Для системы (1.1) – (1.8) рассматривается задача Коши с начальными данными

$$t = 0: u_i = u_i^\circ, v_{si} = v_{si}^\circ, v_{li} = v_{li}^\circ, v_{gi} = v_{gi}^\circ, m = m^\circ, p_l = p_l^\circ$$

$$\theta = \theta^\circ, T = T^\circ, e_{ij} = e_{ij}^\circ \equiv \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i^\circ}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^\circ}{\partial x_i} \right]$$

$$\sigma_{ij} = K e_{kk}^\circ \delta_{ij} + 2G \left(e_{ij}^\circ - \frac{1}{3} e_{kk}^\circ \delta_{ij} \right) + \beta_s K p^\circ \delta_{ij} - \varphi_s K T^\circ \delta_{ij} +$$

$$+ \varepsilon^2 \alpha m^\circ \nu_\alpha \left[\frac{\partial v_{si}^\circ}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{sj}^\circ}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_{sk}^\circ}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (1.9)$$

2. Схема построения асимптотического решения. Аналогично [7–10] построение асимптотического (по mod $O(\varepsilon^2)$) решения задачи Коши (1.1)–(1.9) проводится методом двух масштабов [12]. Это отвечает физическим представлениям о существовании в насыщенной пористой среде двух типов движений: медленного фонового макродвижения и быстрого осциллирующего [13]. Асимптотическое решение ищется в виде суммы двух функций

$$U(\tau, x, t) = U_b(x, t) + W(\tau, x, t)$$

$$U_b(x, t) = U_b^{(0)}(x, t) + \varepsilon U_b^{(1)}(x, t) + \varepsilon^2 U_b^{(2)}(x, t) + O(\varepsilon^3)$$

$$W(\tau, x, t) = \varepsilon H W^{(1)}(\tau, x, t) + \varepsilon^2 (W^{(2)}(\tau, x, t) + Q(x, t, \varepsilon)) + O(\varepsilon^3) \quad (2.1)$$

где $U(\tau, x, t) = (m, v_{li}, v_{gi}, v_{si}, p_l, \theta, \sigma_{ij}, e_{ij}, T, u_i)$, $i, j = 1, 2, 3$, – вектор-функция искомым величин. Функция $U_b(x, t)$ – медленный фон – зависит от медленных переменных x, t . Функция $W(\tau, x, t)$ описывает быстрое движение и зависит, кроме x, t от быстрой переменной $\tau = S(x, t)/\varepsilon$, $S(x, t)$ – фаза, и является 2π -периодической, с нулевым средним по τ .

В (2.1) $H(x, t)$ – отличающий частоте $\omega(x, t, k)$ нуль-вектор матрицы A (координаты нуль-вектора соответствуют искомым функциям), A – символ линеаризованного оператора $A(t, x, \partial / \partial t, \nabla_x)$ исходной системы уравнений на фоне $U_b^{(0)}$, k – волновой вектор. Функция $W^{(2)}(\tau, x, t)$ – 2π -периодическая с нулевым средним по r , Q – бесконечно дифференцируемая ограниченная функция [9, 12].

Частоты волн определяются из дисперсионного уравнения

$$\det A(t, x, -\omega, k) = 0 \quad (2.2)$$

где через $-\omega$ и k обозначены производные S_t и S_x соответственно. Фаза $S(x, t)$ определяется из задачи Коши для уравнения Гамильтона – Якоби

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \omega(x, t, \nabla_x S) = 0 \quad (2.3)$$

$$t = 0: S = S_0(x)$$

В случае однофазного насыщения пористой среды жидкостью или газом [7–10] уравнение (2.2) имеет 8 ненулевых корней $\omega_i(x, t, k)$ (порядок уравнения равен 25), которые соответствуют частотам продольных волн 1-го и 2-го рода и кратным частотам поперечных волн (прямого и обратного направления).

При двухфазном насыщении уравнение (2.2) имеет еще два ненулевых корня (порядок уравнения равен 28), отвечающих частотам волн (прямой и обратной), которую будем называть волной межфазного натяжения. Возникновение этой волны обусловлено различием давлений в жидкой и газовой фазах согласно (1.8).

Исследование быстрого периодического движения среды проводится следующим образом: в результате построения асимптотического решения исходной системы уравнений задачи Коши (1.1) – (1.9) преобразуется к задаче Коши для нелинейного эволюционного уравнения. Это уравнение является обобщением уравнения Кортевега – де Фриза – Бюргерса и описывает распространение модулированных волн [9, 10]

$$\begin{aligned} \frac{dW^{(1)}}{dt_A} + a_1 \frac{\partial^2 W^{(1)}}{\partial \tau^2} + a_2 W^{(1)} \frac{\partial W^{(1)}}{\partial \tau} + a_3 W^{(1)} + \varepsilon \left[a_4 \frac{\partial^3 W^{(1)}}{\partial \tau^3} + a_5 W^{(1)} \frac{\partial^2 W^{(1)}}{\partial \tau^2} + \right. \\ \left. + a_6 (W^{(1)})^2 \frac{\partial W^{(1)}}{\partial \tau} + a_7 (W^{(1)})^2 + a_8 \left(\frac{\partial W^{(1)}}{\partial \tau} \right)^2 + a_9 \frac{\partial W^{(1)}}{\partial \tau} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$t = 0: W^{(1)} = W_0^{(1)}$$

Здесь оператор d/dt_A – полная производная вдоль характеристик уравнения (2.3), функция $W^{(1)}(\tau, x, t)$ – амплитуда волны, коэффициенты a_j находят при построении асимптотического решения и представляют собой сложную комбинацию параметров среды, характеристик несущей волны (частоты и волнового вектора) и параметров равновесного фона $U_b^{(0)}$. Решая уравнение (2.4) и умножая функцию $W^{(1)}$ на соответствующую координату нуль-вектора H , можно получить распределения амплитуд искомых функций – пористости, скоростей движения жидкой, газовой и твердой фаз, давления, насыщенностей фаз и т.д.

Уравнение (2.4) допускает стационарные решения $W^{(1)} = W^{(1)}(\tau) \equiv W^{(1)}((kx - \omega t)/\varepsilon)$, соответствующие бегущей волне, распространяющейся с постоянной скоростью (так как значения $U_b^{(0)}$ и параметры среды являются константами, то решение уравнения (2.3) имеет простой вид $S = kx - \omega t$). Дальнейшее исследование режимов распространения продольных волн и волн межфазного натяжения проводится на основе численных решений обыкновенного дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} a_1 \frac{d^2 W^{(1)}}{d\tau^2} + a_2 W^{(1)} \frac{dW^{(1)}}{d\tau} + a_3 W^{(1)} + \varepsilon \left[a_4 \frac{d^3 W^{(1)}}{d\tau^3} + a_5 W^{(1)} \frac{d^2 W^{(1)}}{d\tau^2} + \right. \\ \left. + a_6 (W^{(1)})^2 \frac{dW^{(1)}}{d\tau} + a_7 (W^{(1)})^2 + a_8 \left(\frac{dW^{(1)}}{d\tau} \right)^2 + a_9 \frac{dW^{(1)}}{d\tau} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

с начальными условиями

$$\tau = 0: W^{(1)} = u_0, \quad \frac{dW^{(1)}}{d\tau} = 0, \quad \frac{d^2 W^{(1)}}{d\tau^2} = -\frac{a_3 + \varepsilon a_5 u_0}{a_1 + \varepsilon a_7 u_0} \quad (2.6)$$

(отметим, что поскольку $\tau = (kx - \omega t)/\varepsilon$, то на представленных ниже графиках распространение волн происходит справа налево).

a_i	Волны межфазного натяжения		Продольные волны 1-го рода			Продольные волны 2-го рода
	Фиг. 1	Фиг. 2	Фиг. 3	Фиг. 4	Фиг. 5	Фиг. 6
a_1	$-2,6 \cdot 10^{-5}$	$-2,6 \cdot 10^{-5}$	$-2,7 \cdot 10^{-5}$	$-3,69 \cdot 10^{-5}$	$-4,84 \cdot 10^{-5}$	$-1,74 \cdot 10^{-5}$
a_2	$-1,01 \cdot 10^{-4}$	$-1,01 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-2}$	$2,08 \cdot 10^{-2}$	$3,65 \cdot 10^{-2}$	$2,47 \cdot 10^{-3}$
a_3	$6,55 \cdot 10^{-2}$	$6,55 \cdot 10^{-2}$	$4,84 \cdot 10^{-3}$	$8,04 \cdot 10^{-3}$	$1,14 \cdot 10^{-2}$	$2,34 \cdot 10^{-1}$
a_4	$-1,12 \cdot 10^{-9}$	$-1,12 \cdot 10^{-9}$	$1,5 \cdot 10^{-7}$	$2,02 \cdot 10^{-7}$	$2,07 \cdot 10^{-7}$	$-8,02 \cdot 10^{-8}$
a_5	$3,31 \cdot 10^{-4}$	$3,31 \cdot 10^{-4}$	$1,21 \cdot 10^{-5}$	$-9,02 \cdot 10^{-6}$	$-3,68 \cdot 10^{-5}$	$7,88 \cdot 10^{-5}$
a_6	$3,31 \cdot 10^{-4}$	$3,31 \cdot 10^{-4}$	$1,96 \cdot 10^{-5}$	$-1,53 \cdot 10^{-6}$	$-3,16 \cdot 10^{-5}$	$8,74 \cdot 10^{-5}$
a_7	$1,41 \cdot 10^{-2}$	$1,41 \cdot 10^{-2}$	$1,11 \cdot 10^{-3}$	$-8,67 \cdot 10^{-3}$	$-2,74 \cdot 10^{-2}$	$2,93 \cdot 10^{-1}$
a_8	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$1,38 \cdot 10^{-2}$	$2,52 \cdot 10^{-2}$	$4,0 \cdot 10^{-2}$	$7,15 \cdot 10^{-3}$
a_9	$7,1 \cdot 10^{-6}$	$7,1 \cdot 10^{-6}$	$-3,85 \cdot 10^{-4}$	$-3,22 \cdot 10^{-4}$	$-2,7 \cdot 10^{-4}$	$4,96 \cdot 10^{-3}$
$\theta^{(0)}$	0,9	0,9	0,6	0,8	0,9	0,4
u_0	10^{-2}	1	1	10	1	10

Численные расчеты выполнялись при следующих значениях фоновых констант и параметров среды и флюидов [6], соответствующих слабосжимаемым песчаникам, насыщенным водой и газом: $m^{(0)} = 0,2$, $\rho_0 = 10^3$ кг/м³, $\rho_{\alpha 0} = 10^3$ кг/м³, $\rho_{s0} = 2,5 \cdot 10^3$ кг/м³, $p_l^{(0)} = 10^7$ Па, $\sigma_{ij}^{(0)} = 8,2 \cdot 10^6$ Па ($i = j$), $\sigma_{ij}^{(0)} = 0$ ($i \neq j$), $K = 10^8$ Па, $G = 10^7$ Па,

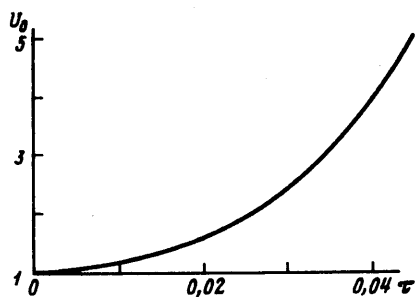
$R = 500$ Дж/(кг · К), $\alpha = 0,1$, $v_{ii}^{(0)} = v_{gi}^{(0)} = v_{si}^{(0)} = 0$, $T^{(0)} = 3,5 \cdot 10^2$ К, $\varphi_l = 2 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹,

$\varphi_l = 2 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹, $\varphi_s = 3 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹, $\beta_l = 10^{-9}$ Па⁻¹, $\beta_\alpha = 10^{-9}$ Па⁻¹, $\beta_s = 10^{-10}$ Па⁻¹, $C_l = C_\alpha = C_s = C_g = 10^3$ Дж/(кг · К), $\lambda_l = \lambda_\alpha = \lambda_s = \lambda_g = 2,5$ Вт/(м · К), $\nu_l = \nu_\alpha = 10^{-3}$ Па · с, $\nu_g = 10^{-5}$ Па · с, $\kappa = 10^{-13}$ м², $\eta = 10^{-2}$ Н/м, $k = (10, 0, 0)$ м⁻¹, $\epsilon = 0,1$.

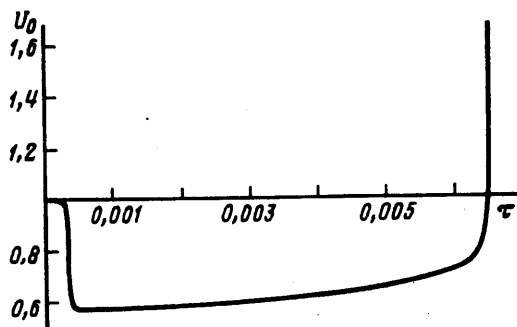
Исследования проводились для различных функций относительных фазовых проницаемостей: $f_l(\theta) = 1,06 \theta^3 - 0,06$, $f_g(\theta) = 1,16 (1 - \theta)^2$ (проницаемости Викова – Ботсета [14]) и $f_l(\theta) = \theta^2$, $f_g(\theta) = (1 - \theta)^2$ (модельные [15]). Представленные ниже характерные результаты соответствуют проницаемостям Викова – Ботсета и функции Леверетта $J(\theta) = 0,32(1 - \theta) / (0,1 + \theta)$ [15] для различных значений начальной фоновой насыщенности пористой среды жидкой фазой.

Построенные решения (2.5) показали возможность существования трех режимов распространения продольных волн, реализация которых определяется главным образом соотношением коэффициентов при третьей и второй производной. Результаты демонстрируют характер изменения амплитуд волн искомым функций. Существенно, что при $\alpha = 0$ режимы распространения продольных волн не изменяются. Таким образом, наличие связанной поверхностью скелета жидкости влияет лишь на режимы модуляций волн поперечных деформаций.

3. Волны межфазного натяжения. Анализ значений координат нуль-вектора, отвечающего частоте этой волны ($\omega = 6,38 \cdot 10$ Гц для $\theta^{(0)} = 0,5$), показал, что при ее распространении изменяются все параметры фаз (смещения величин происходят в направлении распространения волны), причем наиболее велика амплитуда колебаний насыщенности. Колебания жидкости и газа происходят в противоположных направлениях примерно с одинаковой амплитудой скорости, а амплитуда колебаний скорости скелета очень мала. С увеличением начальной насыщенности среды жидкой фазой ($\theta^{(0)} > 0,5$) амплитуда скорости движения газа становится больше амплитуды скорости движения жидкости и при $\theta^{(0)} = 0,9$ превосходит на порядок. При этом скорость движения твердой фазы стремится к нулю.



Фиг. 1. Диффузионное решение



Фиг. 2. Диффузионная волна, переходящая в ударную

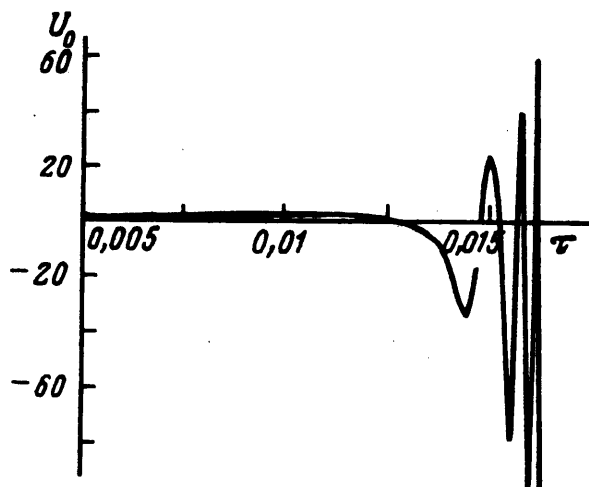
Результаты численного интегрирования уравнения (2.5) (значения коэффициентов см. таблицу) показали существование двух режимов распространения волн межфазного натяжения: диффузионного с монотонно убывающей амплитудой и диффузионного с переходом в солитоноподобный. На фиг. 1, 2 представлены решения $W^{(1)}/u_0 \equiv U_0$, соответствующие различным значениям начальной амплитуды u_0 . При амплитуде $u_0 = 10^{-2}$ происходит диффузионное затухание волн (фиг. 1), которое обусловлено наличием свободного члена в уравнении (2.5). С увеличением начальной амплитуды ($u_0 = 1$) решение (2.5) является «составным»: диффузионная волна плавно переходит в ударную (солитоноподобное решение типа кинка, фиг. 2).

4. Продольные волны. Характерная частота продольных волн 1 рода на три порядка больше частоты волн межфазного натяжения ($\omega = 1,1 \cdot 10^4$ Гц для $\theta^{(0)} = 0,5$). Как и в случае однофазного насыщения пористой среды [5, 6], продольные волны 1-го рода характеризуются смещениями частиц флюидных и твердой фаз в одном направлении (знаки соответствующих координат нуль-вектора одинаковы). При двухфазном насыщении среды жидкостью и газом с наибольшей скоростью происходит смещение частиц газовой фазы.

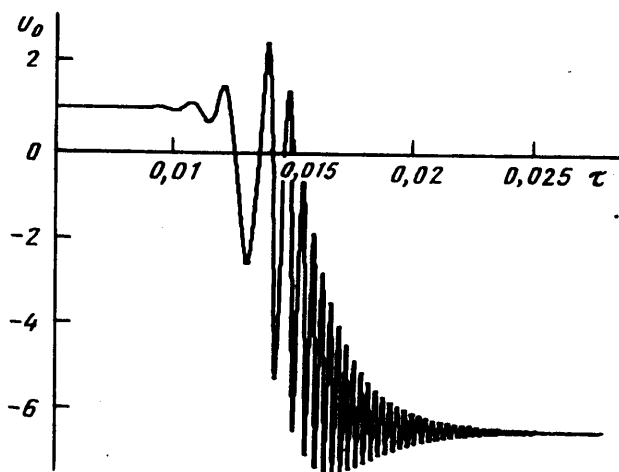
Численные исследования уравнения (2.5) для этого типа волн показали существование трех типов решений: диффузионного, осциллирующего и солитоноподобного. Решение U_0 , представленное на фиг. 3, демонстрирует осциллирующий режим распространения волн. Режим характеризуется большой амплитудой осцилляций и быстрым затуханием с переходом к диффузионному режиму (как и при однофазном насыщении [10]).

При увеличении начальной насыщенности среды жидкой фазой происходит изменение режима распространения продольных волн 1-го рода. Представленные на фиг. 4, 5 профили U_0 показывают возможность реализации солитоноподобного режима в виде кинка с внутренними осцилляциями различной частоты. Решение имеет следующую структуру: в некоторый момент начинается возбуждение осцилляций и происходит переход от одного стационарного значения амплитуды к другому.

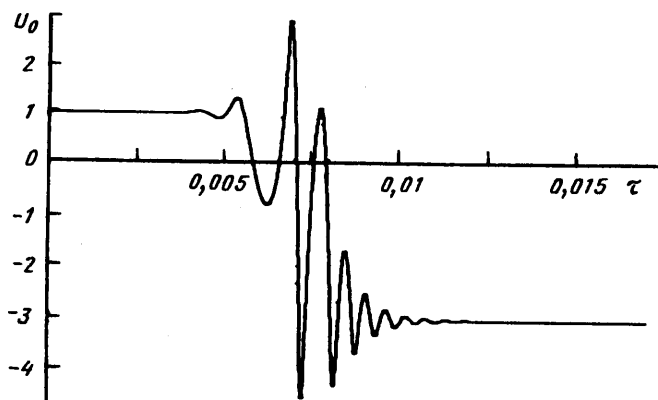
Продольные волны 2-го рода определяются однонаправленным движением флюидных фаз и движением скелета в противоположном направлении. При этом наибольшая скорость движения характерна для частиц газа, как это и следует из условия равного распределения импульса по фазам [6]. Частота волны ω , вычисленная при $\theta^{(0)} = 0,5$, равна $5,25 \cdot 10^3$ Гц. Оказывается, что для этого типа волн чаще всего реализуется диффузионный режим распространения. Однако при некоторых значениях характерных параметров имеет место переход диффузионного режима в солитоноподобный. В таблице приведены значения коэффициентов уравнения (2.5), вычисленные для $\theta^{(0)} = 0,4$ и $p_i^{(0)} = 10^6$ Па. При небольших значениях начальной амплитуды ($u_0 = 10^{-1} - 10^{-2}$) затухание волн носит диффузионный характер. При $u_0 = 10$ происходит смена



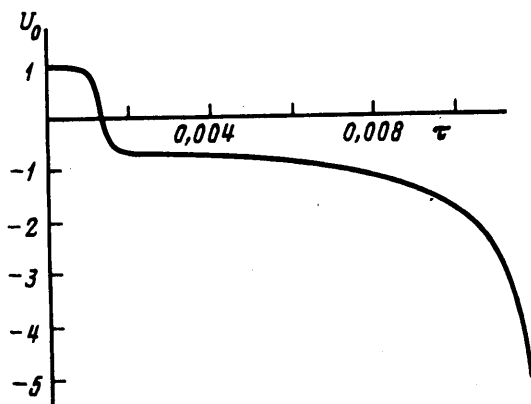
Фиг. 3. Осциллирующее решение



Фиг. 4. Ударная волна с внутренними осцилляциями



Фиг. 5. Ударная волна с внутренними осцилляциями



Фиг. 6. Диффузионная волна, переходящая в ударную

диффузионного режима солитоноподобным: сначала амплитуда волн монотонно затухает и достигает некоторого стационарного значения, от которого скачком происходит переход к другому стационарному режиму (фиг. 6).

Заключение. Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы. Учет разности давлений в жидкой и газовой фазах при двухфазном насыщении пористой среды приводит к возникновению волн межфазного натяжения. Если давления в жидкости и газе считать одинаковыми, то частота этих волн становится равной нулю. Волны межфазного натяжения, которые по своей структуре являются волнами продольного типа, характеризуются очень низкой скоростью распространения: их частота на два-три порядка ниже частот продольных волн 1-го и 2-го родов соответственно. В отличие от однофазного насыщения пористой среды при реальных значениях физических параметров обобщенное уравнение Кортевега – де Фриза – Бюргерса имеет частные решения солитонного типа, реализация которых возможна в двух случаях: либо при переходе от диффузионного режима, либо в виде смешанного солитонно-осциллирующего режима. Кроме того, двухфазное насыщение пористой среды приводит к изменению режимов распространения продольных волн 1-го и 2-го родов. Так, например, для пористой среды, насыщенной жидкостью, распространение продольных волн 2-го рода может иметь осциллирующий характер с высокой и низкой частотами [10]. В рамках же более общей модели двухфазного насыщения численный параметрический анализ решений эволюционного уравнения показал, что для этого рода волн типичным является диффузионный режим затухания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карус Е.В., Кузнецов О.Л., Файзуллин И.С. Межскважинное прозвучивание. М.: Недра, 1986. 148 с.
2. Николаевский В.Н. Вибрации горных массивов и конечная нефтеотдача пласта // Изв. АН. МЖГ. 1992. № 5. С. 110–119.
3. Вильчинская Н.А., Николаевский В.Н. Акустическая эмиссия и спектр сейсмических сигналов // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1984. № 5. С. 91–100.
4. Plona T.J. Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies // Appl. Phys. Lett. 1980. V. 36. № 4. P. 259–261.
5. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid – saturated porous solids. I. Low frequency range. II. High frequency range // J. Acoust. Soc. Amer. 1956. V. 28. № 2. P. 168–191.
6. Nikolaevskij V.N. Mechanics of Porous and Fractured Media. Singapore: World Scientific, 1990. 472 p.
7. Максимов А.М., Радкевич Е.В. О модулированных волнах в модели Био – Николаевского // Докл. РАН. 1993. Т. 332. № 4. С. 432–435.

8. Максимов А.М., Радкевич Е.В., Эдельман И.Я. Резонансные режимы распространения волн в газонасыщенной пористой среде // Докл. РАН. 1994. Т. 336. № 6. С. 745–749.
9. Максимов А.М., Радкевич Е.В., Эдельман И.Я. Нелинейные трехволновые взаимодействия в насыщенных пористых средах // ПМТФ. 1996. № 1. С. 119–128.
10. Максимов А.М., Радкевич Е.В., Эдельман И.Я. О генерации осциллирующих волн огибающих в насыщенных пористых средах // Докл. РАН. 1996. Т. 345. № 3. С. 393–396.
11. Николаевский В.Н. Математическое моделирование уединенных деформационных и сейсмических волн // Докл. РАН. 1995. Т. 341. № 3. С. 403–405.
12. Маслов В.П. Асимптотические методы решения псевдодифференциальных уравнений. М.: Наука, 1987. 408 с.
13. Кузнецов О.Л., Ефимова С.А. Применение ультразвука в нефтяной промышленности. М.: Недра, 1983. 192 с.
14. Scheidegger A.E. The Physics of Flow Through Porous Media. Toronto: Univ. Press, 1974. 353 p.
15. Бочаров О.Б., Кузнецов В.В. Развитие вязкостной неустойчивости в пористой среде с учетом капиллярных сил // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 1. С. 115–120.

Москва

Поступила в редакцию
31.X.1995