

УДК 532.5.011.12

© 1996 г. О.Д. ШИШКИНА

СРАВНЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТЕЛ, ДВИЖУЩИХСЯ В ЖИДКОСТЯХ С РАЗЛИЧНЫМИ ПРОФИЛЯМИ СТРАТИФИКАЦИИ

Исследовано соотношение зависимостей от числа Фруда коэффициентов сопротивления тел, движущихся в стратифицированных жидкостях с различными профилями стратификации. С этой точки зрения задачи динамики стратифицированных жидкостей ранее не исследовались ни экспериментально, ни теоретически. Проведено сравнение коэффициентов сопротивления, полученных в результате лабораторных измерений буксировочного сопротивления равномерному горизонтальному движению моделей в двухслойной и непрерывно стратифицированной жидкости в диапазоне чисел Фруда $Fi \sim 1$. Экспериментальные данные автора для термоклина сравниваются с результатами для линейно стратифицированной и двухслойной жидкости из [1, 2].

1. Условия экспериментов. В непрерывно стратифицированной жидкости эксперименты проводились в линейной стратификации ($dp/dz = \text{const}$) и в термоклине (термоклин – слой линейно стратифицированной жидкости, расположенный между слоями однородной жидкости). Сферы диаметров $0,75d$ и $H/8$, где d и H – толщина термоклина и глубина жидкости, буксировались в центре термоклина и на глубине $H/2$ соответственно.

Эксперименты в термоклине проводились в термостратифицированном бассейне ИПФ РАН с линейными размерами $L \times B \times H = 5 \times 1,6 \times 1,2 \text{ м}^3$. Система создания стратификации и конструктивные особенности лабораторной установки описаны в [3].

Сфера приводилась в движение с помощью монорельсовой буксировочной системы с приводом от электродвигателя через редуктор, приводной барабан и бесконечный трос, соединяющий буксировочную каретку с барабаном. Величина линейной скорости каретки U определялась по частоте вращения электродвигателя с учетом коэффициента редукции и диаметра приводного барабана. Погрешность измерения скорости буксировки $\Delta U = 0,002 \text{ м/с}$.

В качестве датчиков температуры использовались термисторы с быстродействием $\tau = 0,3 \text{ с}$ (при частоте опроса 1 Гц), чувствительностью $2 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}$ и низкой теплоотдачей в окружающую среду.

Фиксация температурного профиля производилась с помощью системы сканирования, выполненной на базе термистора. Система обеспечивала измерение температуры в диапазоне $0 - 30^\circ\text{C}$ с одновременной фиксацией вертикальной координаты z положения датчика.

Денситометрические числа Фруда Fi для непрерывной стратификации вычислялись по формуле

$$Fi = \frac{U}{NR}, \quad N(z) = \left(-\frac{gd\rho}{\rho_0 dz} \right)^{1/2} \quad (1.1)$$

где U – скорость движения модели, R – характерный вертикальный размер тела (для сферы – радиус), N – частота Брента – Вайселя. Для линейной стратификации

$N = \text{const}$, для термоклина $N = N_{\text{max}}(z)$ – значение частоты Брента – Вайсяля в центре термоклина. Значение $N_{\text{max}}(z)$ в ходе экспериментов изменялось в пределах $0,30 \pm 0,02 \text{ с}^{-1}$.

В двухслойной жидкости исследовалось сопротивление модели надводного судна длиной, равной полной глубине жидкости $H = h_1 + h_2 = 35 \text{ см}$ и осадкой $T = 3,8 \text{ см}$. Эксперименты проводились при различных соотношениях толщин слоев h_1 и h_2 , при этом осадка модели $T = (0,54 - 3,80)h_1$. Разность плотностей верхнего пресного и нижнего соленого слоев составляла $0,03 \text{ г/см}^3$.

Для двухслойной жидкости вычисление денситометрических чисел Фруда Fi выполнялось по формулам

$$Fi = \frac{U}{C_0}, \quad C_0^2 = gh_1 \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \quad (1.2)$$

где U – скорость движения модели, C_0 – скорость распространения внутренних волн на границе раздела в двухслойной жидкости: g – ускорение силы тяжести, ρ_1 и ρ_2 – плотности верхнего и нижнего слоев жидкости, h_1 – толщина верхнего однородного слоя.

Число Фруда $F\Gamma$ для жидкости конечной глубины

$$F\Gamma = U / C, \quad C = (gH)^{1/2} \quad (1.3)$$

где C – скорость распространения длинных поверхностных волн, H – глубина жидкости.

В ходе всех экспериментов первоначально измерялось сопротивление в однородной жидкости. Наличие стратификации приводило к изменениям величин силы и коэффициента сопротивления для каждого из профилей стратификации.

2. Жидкости с непрерывной стратификацией. Экспериментальные зависимости коэффициента дополнительного сопротивления ΔC_x от обратного числа Фруда $1/Fi$ в непрерывно стратифицированных жидкостях приведены на фиг. 1 (a – термоклин; b – линейная стратификация [1]). Для удобства сравнения результатов на фиг. 1 сохранена форма представления графиков, предложенная в [1].

Коэффициент дополнительного сопротивления вычислялся по формуле

$$\Delta C_x = C_x - C_{x0}, \quad C_x = \frac{2R_x}{\rho_0 U^2 S} \quad (2.1)$$

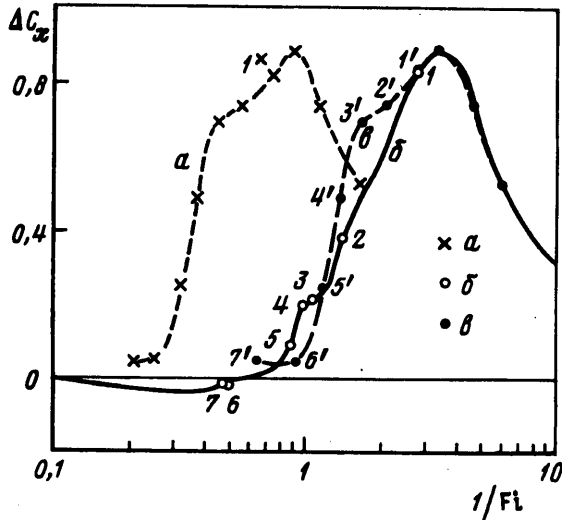
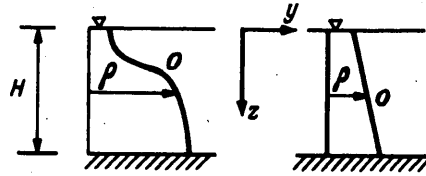
где C_x – коэффициент сопротивления в стратифицированной жидкости, C_{x0} – коэффициент сопротивления в однородной жидкости, R_x – измеряемая величина силы сопротивления; ρ_0 – плотность жидкости на горизонте центра сферы; U – скорость буксировки тела; S – площадь поперечного сечения тела (для сферы $S = \pi R^2$).

Ошибка измерения ΔR_x не превышала $0,14 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$. Абсолютная ошибка вычисления коэффициента сопротивления δC_x

$$\delta C_x = \frac{2}{\rho_0 S} \sqrt{\left(\frac{2R_x}{U^2}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta R_x}{U^3}\right)^2} \quad (2.2)$$

Из (2.2) получаем $\delta C_x = 0,08$.

Одновременно с измерением волнового сопротивления в термоклине проводились измерения параметров вынужденных внутренних волн. Значение коэффициента сопротивления возрастало с увеличением скорости движения тела и приближения ее к диапазону фазовых скоростей низших мод внутренних волн ($U \rightarrow C_{\rho_i} = 0,012 - 0,030 \text{ м/с}$, $i = 1,3$). В случае равенства скорости движения тела и предельной фазовой скорости внутренних волн i -й моды наблюдался рост амплитуды этой моды в структуре волно-



Фиг. 1. Зависимость изменения коэффициента сопротивления в непрерывно стратифицированной жидкости от обратного числа Фруда. *a* – термоклин; *б* – линейная стратификация; *в* – термоклин с учетом подобия

вого поля. Максимум ΔC_x приходился на режим синхронного движения тела и внутренних волн первой моды ($U = C_{p1}$).

Резкое уменьшение величин ΔC_x при $1/Fi < 0,4$ вызвано интенсивным вихреобразованием в следе за сферой, что подтверждалось изменением амплитудно-частотных параметров вынужденных внутренних волн.

Для объяснения вида экспериментальной зависимости $\Delta C_x(Fi)$ в линейно стратифицированной жидкости использована диаграмма режимов в следе за сферой в зависимости от чисел Фруда и Рейнольдса (фиг. 2) [4].

В числе Рейнольдса $Re = 2UR/\nu$ коэффициент кинематической вязкости жидкости ν для термостратификации определялся при температуре пресной воды в центре термоклина $\nu(t = 12^\circ\text{C}) = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

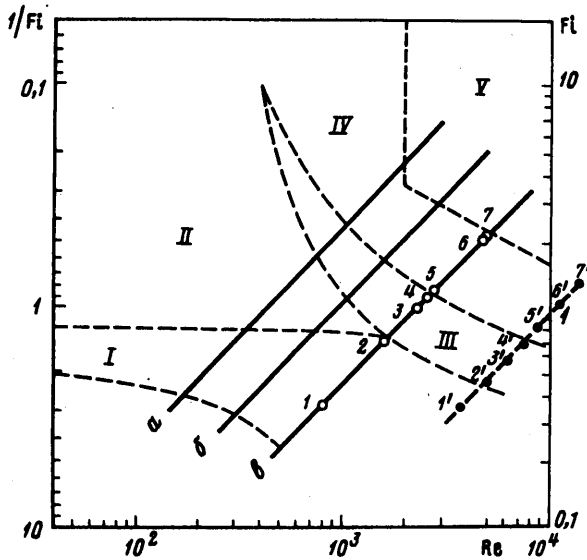
Для удобства сравнения соответствующие экспериментальные точки на фиг. 1 и 2 пронумерованы.

Зависимости $\Delta C_x(Fi)$ для обеих стратификаций подобны и могут быть совмещены изменением масштаба

$$Fi_t = K_1 Fi_l, \quad (2.3)$$

где индексы *t* и *l* соответствуют термоклину и линейной стратификации. Смещенный график $(\Delta C_x)_t = f_t(Fi)$ представлен на фиг. 1 кривой *в*.

Коэффициент $K_1 = 3,73$ был вычислен для точек *l* и *l*^{*} (фиг. 1). Абсциссы остальных точек определялись по формуле $Fi_t^* = Fi_l / K_1$.



Фиг. 2. Сводная диаграмма процессов в следе за сферой в линейно стратифицированной жидкости [4] (I – внутренние волны, II – несимметричные присоединенные вихри, III – симметричный срыв вихрей, IV – несимметричный срыв вихрей, V – турбулентность)

Экспериментальные характеристики, соответствующие условиям [1], нанесены сплошными линиями на фиг. 2 (точки – визуальные наблюдения режимов в следе). Здесь же пунктиром нанесена смещенная зависимость $(\Delta C_x)_i = f_i(Fi)$.

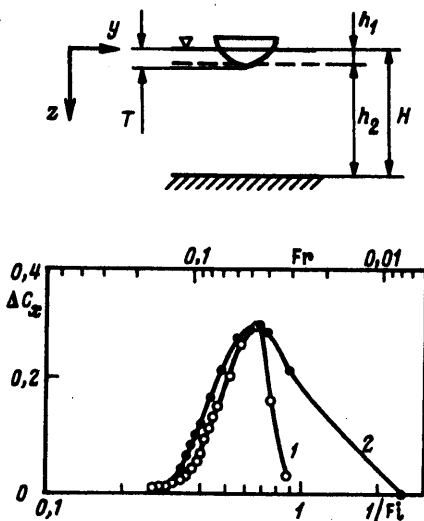
Максимум коэффициента сопротивления соответствует режиму генерации внутренних волн, область существования которых ограничивается сверху постоянным значением $Fi = 0,8$ (с переходной зоной при $Fi = 0,74-1,00$) в диапазоне чисел Рейнольдса $Re = 40-1800$. Это, вероятно, объясняет отсутствие влияния числа Рейнольдса на зависимость $\Delta C_x(Fi)$ при изменении частоты Брента – Вайселя $N = 0,205-1,091 \text{ c}^{-1}$, отмечавшееся в [1] ($a - N = 0,205 \text{ c}^{-1}$, $b - N = 0,457 \text{ c}^{-1}$, $в - N = 1,091 \text{ c}^{-1}$). Для $Fi > 1$ также наблюдался незначительный разброс экспериментальных данных.

Из сравнения положения участков немонотонности в зависимостях $\Delta C_x(Fi)$ (точки 3–5 на кривой б и 2'–4' на кривой в фиг. 1) и режимов в стратифицированном следе (фиг. 2) становится ясно, что причиной существования этих участков является переход от генерации внутренних волн к вихреобразованию в гидродинамическом следе. Это приводит к дополнительному росту коэффициента сопротивления.

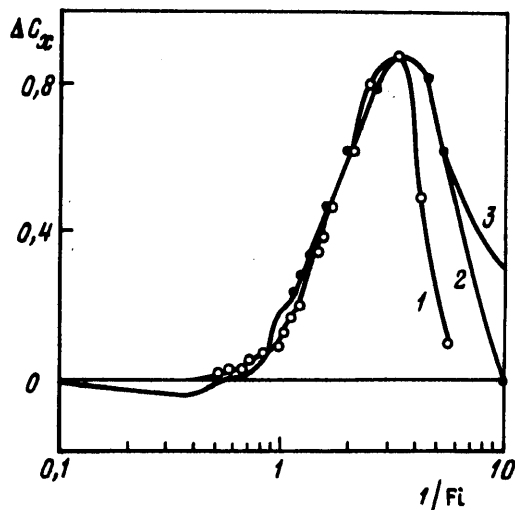
Причиной появления отрицательных величин ΔC_x для линейной стратификации при $1/Fi < 0,6$ является турбулизация следа за сферой (точки 6 и 7 на фиг. 2).

3. Двухслойная жидкость и линейная стратификация. Вычисление коэффициентов сопротивления модели надводного судна по результатам измерений силы сопротивления $R_x(U)$ в двухслойной жидкости [2] выполнялось по формуле (2.1), где S – площадь поперечного сечения подводной части модели.

Исходные зависимости $\Delta C_x(Fi)$ приведены на фиг. 3. Там же приведен график $\Delta C_x(Fi)$ для линейно стратифицированной жидкости. Параллельное измерение амплитуд корабельных внутренних волн показало, что максимальная амплитуда наблюдается при тех же значениях числа Фруда Fi , что и максимум коэффициента сопротивления. При этом модели с одинаковой осадкой и весом имели одинаковое сопротивление независимо от их формы [2].



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Зависимость инкремента коэффициента сопротивления в двухслойной жидкости от обратного числа Фруда: 1 - $h_1/T = 1,32$; 2 - $h_1/T = 0,79$

Фиг. 4. Зависимости инкремента коэффициента сопротивления для двухслойной жидкости и линейной стратификации с учетом подобия: 1 - $h_1/T = 1,32$; 2 - $h_1/T = 0,79$; 3 - линейная стратификация

В результате сравнения зависимостей $\Delta C_x(Fi)$ получены следующие соотношения:

$$\Delta C_{xd}(Fi) = K_2 \Delta C_{xl}(Fi), \quad Fi_d^2 = K_3 Fi_l \quad (3.1)$$

На фиг. 4 представлены результаты обработки исходных графиков $\Delta C_x(Fi)$ для случаев, когда осадка модели была больше и меньше толщины верхнего слоя жидкости (1 - $h_1/T = 1,32$; 2 - $h_1/T = 0,79$; 3 - линейная стратификация), по формулам

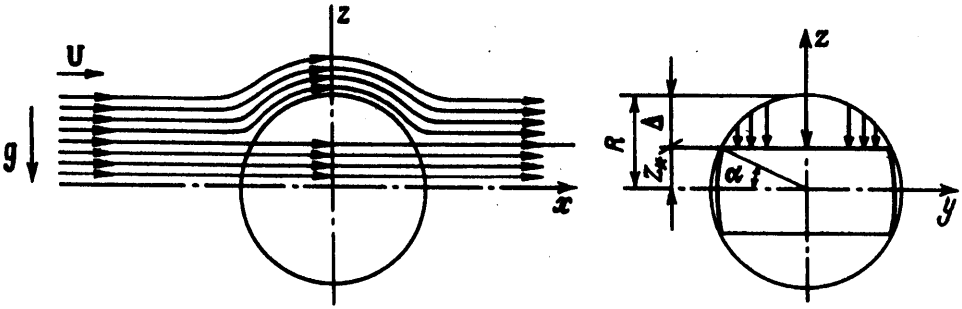
$$\Delta C_{xd}^*(Fi) = \Delta C_{xd} \frac{(Fi)}{K_2} \quad (3.2)$$

$$(Fi_d^*)^2 = \frac{Fi_d^2}{K_3} \quad (3.3)$$

Коэффициент K_2 в (3.1) определялся из соотношения максимальных значений $\Delta C_x(Fi)$. Коэффициент K_3 вычислялся по формуле (3.3) после выполнения преобразования (3.2) и имел значения от 3,9 до 4,2.

4. Обсуждение результатов. Интерпретация результатов основывалась на известном из механики стратифицированной жидкости положении, что при $Fi \leq 1$ стратификация оказывает решающее влияние на картину обтекания тела. На обтекаемом теле происходит разделение набегающего потока на струи с траекториями частиц преимущественно в вертикальной и горизонтальной плоскостях [5, 6]. Если первоначальное заглубление частицы таково, что ее кинетическая энергия достаточна для смещения частицы с равновесного уровня к поверхности тела и преодоления вертикальных сил, вызванных градиентом плотности жидкости, обтекание происходит в вертикальной плоскости. Остальная часть набегающего потока обтекает тело горизонтально.

Вертикальная координата z^* "критической" линии тока, разделяющей объемы жидкости с преимущественно вертикальным и горизонтальным движением частиц, определяется из условия равенства в гидростатическом приближении кинетической энергии



Фиг. 5. Схема обтекания твердого тела потоком стратифицированной жидкости

набегающего установившегося потока и потенциальной энергии объема жидкости, испытывающего вертикальное смещение при обтекании тела. Схема обтекания тела потоком стратифицированной жидкости представлена на фиг. 5.

При этом для $Fi \leq 1$ вся кинетическая энергия набегающего потока преобразуется в потенциальную энергию частиц жидкости, обтекающих тело вертикально. Вихреобразование в следе за сферой отсутствует, что было подтверждено визуализацией следа [1] и расчетом траекторий частиц жидкости [7]. Это соответствует представлениям о волновой природе роста силы сопротивления в этом диапазоне денситометрических чисел Фруда. Появление вихрей в ближнем поле за сферой ($\sim 2D$) наблюдается лишь для $Fi > 1$ (см. фиг. 2), когда избыток кинетической энергии потока расходуется на вихреобразование.

Правомерность таких представлений была проверена численными расчетами траекторий частиц при обтекании сферы однородно стратифицированным потоком жидкости [7], визуальными наблюдениями формы следа за сферой в линейно стратифицированной жидкости [8–10] и подтверждена результатами как натуральных [11, 12], так и лабораторных [13–15] экспериментов в стратифицированных жидкостях и атмосферных потоках.

Исходя из равенства кинетической и потенциальной энергии объема жидкости, испытывающего вертикальное смещение при обтекании [5]

$$\frac{1}{2} \rho_0(z_*) U^2 = g \int_{z_*}^R (R - z) \left(-\frac{d\rho}{dz} \right) dz \quad (4.1)$$

определяется вертикальная координата z_* (фиг. 5) критической линии тока. Для однородного по скорости стратифицированного потока жидкости с постоянным градиентом плотности, а также для термоклина из (4.1) получаем $z_* = R(1-Fi)$. Отсюда следует зависимость от числа Fi амплитуды смещения критической линии тока

$$\Delta = R - z_* = R Fi \quad (4.2)$$

Уравнение баланса кинетической и потенциальной энергий в потоке двухслойной жидкости запишется в виде [14] (роль критической линии тока в этом случае играет граница раздела между двумя жидкостями)

$$\frac{1}{2} \rho_1 U^2 = g(\rho_2 - \rho_1)(z - h_1) \quad (4.3)$$

$$\frac{U^2}{gh_1(\rho_2 - \rho_1) / \rho_1} = 2 \left(\frac{z - h_1}{h_1} \right)$$

Выражение в левой части уравнения (4.4) представляет собой квадрат числа Fi для двухслойной жидкости (1.2). Результирующая зависимость амплитуды смещения по

верхности раздела $\Delta = z_* - h_1$ от числа Fi для потока двухслойной жидкости имеет следующий вид:

$$\Delta = \frac{1}{2} h_1 Fi_d^2 \quad (4.4)$$

Так как амплитуда вынужденных внутренних волн за телом пропорциональна амплитуде смещения критической линии тока Δ [7], выражения (4.2), (4.4) позволяют объяснить экспериментальные зависимости (2.3) и (3.1).

Из формул (4.2) и (4.4) можно также получить величину коэффициента K_3 при условии равенства относительных смещений критической линии тока

$$\frac{\Delta}{R} = \frac{\Delta}{h_1} = 2 Fi_l = \frac{1}{2} Fi_d^2, \quad K_3 = \frac{Fi_d^2}{Fi_l} = 4 \quad (4.5)$$

что согласуется с экспериментальными результатами ($K_3 = 3,9-4,2$).

Заключение. Получены линейная зависимость между денситометрическими числами Фруда для функций $\Delta C_x(Fi)$ в непрерывно стратифицированных жидкостях (линейная стратификация, термоклин) и квадратичная зависимость между соответствующими значениями Fi в двухслойной и линейно стратифицированной жидкостях.

Совпадение экспериментальных и теоретических зависимостей между денситометрическими числами Фруда дополнительно подтверждает верность гипотезы о "критической" линии тока и структуре стратифицированных потоков при обтекании ими препятствий.

Результаты, полученные по экспериментальным данным, доказывают наличие подобия коэффициентов сопротивления тел различной формы при их стационарном горизонтальном движении в жидкостях с различными профилями стратификации для значений $Fi \leq 1$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-05-64457) и INTAS (грант № 94-4057).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lofquist K.E.B., Purtell L.P. Drag on a sphere moving horizontally through a stratified liquid // J. Fluid Mech. 1984. V. 148. P. 271-284.
2. Никитина Е.А. Сопротивление судам в "мертвой воде" // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1959. № 1. С. 188-192.
3. Арабаджи В.В., Баранов С.И., Богатырев С.Д. и др. Лабораторный бассейн для моделирования волновых движений в стратифицированном океане. Методы гидрофизических исследований, Горький: Ин-т прикл. физики АН СССР, 1984. С. 5-28.
4. Lin Q., Lindberg W.R., Boyer D.L., Fernando H.J.S. Stratified flow past a sphere // J. Fluid Mech. 1992. V. 240. P. 315-354.
5. Sheppard P.A. Airflow over mountains // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1956. V. 82. № 365. P. 528-529.
6. Drazin P.G. On the steady flow of a fluid of variable density past an obstacle // Tellus. 1961. V. 13. № 2. P. 239-251.
7. Hanazaki H. A numerical study of three-dimensional stratified flow past a sphere // J. Fluid Mech. 1988. V. 192. P. 393-419.
8. Сысоева Е.Я., Чашечкин Ю.Д. Пространственная структура следа за сферой в стратифицированной жидкости // ПМТФ. 1988. № 5. С. 59-65.
9. Сысоева Е.Я., Чашечкин Ю.Д. Вихревые системы спутного стратифицированного течения за сферой // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 4. С. 82-90.
10. Chomaz J.M., Bonneton P., Butet A., Perrier M. Froude number dependence of the flow separation line on a sphere towed in a stratified fluid // Phys. Fluids. A. 1992. V. 4. № 2. P. 254-258.
11. Spangler T.C., Taylor G.H. Flow simulation techniques used in the small hill impaction study //

Proc. 3rd Joint Conf. on Appl. Air Poll. Meteorol. San Antonio, TX. 1982. Jan. 12–15. Paper № 11.4. Boston, MA: Amer. Meteorol. Soc. 1982. P. № 11.4.

12. *Weil J.C., Traugott S.C., Wong D.K.* Stack plume interaction and flow characteristics for a notched ridge // Rep. PPRP-61. Maryland Power Plant Siting Program. Martin Marietta Corp. 1981. Baltimore, MD. 92 p.
13. *Baines P.G.* Observations of stratified flow past three-dimensional barriers // *J. Geophys. Res.* 1979. V. C84. № 12. P. 7834–7838.
14. *Snyder W.H., Thompson R.S., Eskridge R.E. et al.* The structure of strongly stratified flow over hills: dividing-streamline concept // *J. Fluid Mech.* 1985. V. 152. P. 249–288.
15. *Hunt J.C.R., Snyder W.H.* Experiments on stably and neutrally stratified flow over a model three-dimensional hill // *J. Fluid Mech.* 1988. V. 96. Pt 4. P. 671–704.

Нижний Новгород

Поступила в редакцию
16.XII.1994