

УДК 532.517.2

© 1996 г. М.М. ГОРОХОВ, И.Г. РУСЯК, В.А. ТЕНЕНЕВ

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ ПРИ НАЛИЧИИ ВДУВА С ПОВЕРХНОСТИ

Приведено численное исследование обтекания осесимметричных тел несжимаемым вязким газом при наличии вдува с поверхности в диапазоне чисел Рейнольдса от 10 до  $2 \cdot 10^5$ .

Исследование обтекания инертного сферического тела подробно проведено в работе [1]. В [2] рассмотрено обтекание сферических частиц при учете вдува с поверхности. Исследования [1, 2] проводились для диапазона чисел Рейнольдса от 10 до 200.

Данное исследование направлено на решение задачи стационарного изотермического обтекания несжимаемым вязким газом осесимметричных тел при наличии вдува с поверхности. Рассматриваются течения в диапазоне чисел Рейнольдса, построенных по диаметру миделева сечения, от 10 до  $2 \cdot 10^5$ . Исследуемый интервал чисел Рейнольдса характерен тем, что в нем до точки отрыва пограничный слой на теле ламинарный [3] и турбулентность при расчетах можно не учитывать.

При численном анализе обтекания тел сложной формы необходимо применять расчетные сетки, приспособленные к условиям течения. Использование таких расчетных сеток в значительной степени упрощает алгоритм расчета, постановку и численную реализацию граничных условий, существенно облегчает решение проблемы, связанной с возникновением схемной вязкости, позволяет сгущать сеточные линии вблизи твердой поверхности.

Построение ортогональной криволинейной сетки проведено с использованием комплексного метода граничных элементов [4]. В данном методе на основе интегральной формулы Коши устанавливается однозначное соответствие между значениями декартовых  $(x, y)$  и криволинейных  $(\xi, \eta)$  координат на границе области. Расположение внутренних узлов определяется из решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа для функций  $x(\xi, \eta)$ ,  $y(\xi, \eta)$ .

**1. Постановка задачи.** Введем криволинейную систему координат. Уравнения, описывающие стационарное вязкое изотермическое обтекание осесимметричного тела несжимаемым потоком газа, записанные в криволинейной системе координат  $\xi, \eta$  имеют вид

$$\mathbf{F}_\xi + \mathbf{G}_\eta = \mathbf{P} + \mathbf{R}_\xi + \mathbf{H}_\eta + \mathbf{S}$$

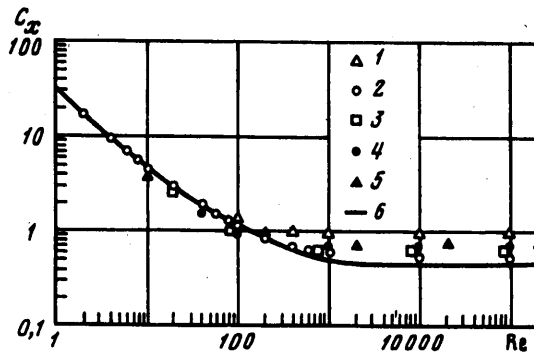
$$\mathbf{F} = yDU(\rho, \rho u, \rho v)^T, \quad \mathbf{G} = yDV(\rho, \rho u, \rho v)^T$$

$$\mathbf{P} = -y(0, p_\xi x_\xi - p_\eta y_\xi, p_\xi y_\xi - p_\eta x_\xi)^T$$

$$\mathbf{R} = y\mu(0, u_\xi, v_\xi)^T, \quad \mathbf{H} = y\mu(0, u_\eta, v_\eta)^T$$

$$\mathbf{S} = yD(0, 0, -\frac{\mu v}{y^2})^T$$

$$U = \frac{1}{D}(ux_\xi + vy_\xi), \quad V = \frac{1}{D}(-uy_\xi + vx_\xi), \quad D = x_\xi^2 + y_\eta^2$$



Фиг. 1. Зависимость коэффициента сопротивления шара от числа Рейнольдса при различных параметрах вдува: данные 1-5 соответствуют  $k_w = -0,1; 0; 0,1; 0,2; 0,3$ ; 6 - из работ [5,6]

Здесь  $\rho$  – плотность газа;  $p$  – давление;  $u, v$  – составляющие скорости потока по осям  $x, y$ ;  $U, V$  – контравариантные составляющие скорости по осям  $\xi, \eta$ ;  $D$  – якобиан преобразования исходной системы координат  $x, y$  в ортогональную криволинейную систему  $\xi, \eta$ ;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости;  $T$  – знак транспонирования матрицы.

Область численного интегрирования ограничена линией симметрии, контуром тела, входной, выходной и верхней границами, которые расположены в набегающем потоке. Граничные условия имеют вид: на поверхности тела  $U = 0, V = k_w W$ , где  $k_w$  – безразмерный коэффициент вдува, а  $W$  – скорость набегающего потока; на линии симметрии  $U_\eta = V = 0$ ; на входной и верхней границах  $U = W, V = 0$ ; на выходной границе задается давление невозмущенного потока и "мягкие" граничные условия для остальных переменных.

**2. Результаты численного решения.** Рассчитывались параметры течения около сферы, эллипса и составного осесимметричного тела при числах Маха  $M < 0,3$  в диапазоне чисел Рейнольдса от 10 до  $2 \cdot 10^5$  методом Патанкара (SIMPLE).

Использовалась конечно-разностная сетка со следующими параметрами: в направлении  $\xi$  задавалось 75 узлов сетки, из них 21 узел размещался на поверхности тела, в направлении  $\eta$  задавалось 30 узлов сетки. Размер области в направлении  $\xi$  перед телом изменялся от  $3R$  до  $15R$ , за телом – от  $15R$  до  $30R$ . Размер области в направлении  $\eta$  изменялся от  $5R$  до  $15R$ , где  $R$  – радиус миделева сечения тела. Все изменения зависят от числа Рейнольдса  $Re = \rho W 2R / \mu$ . С увеличением числа Рейнольдса размер области перед телом и над телом уменьшался, размер области за телом увеличивался.

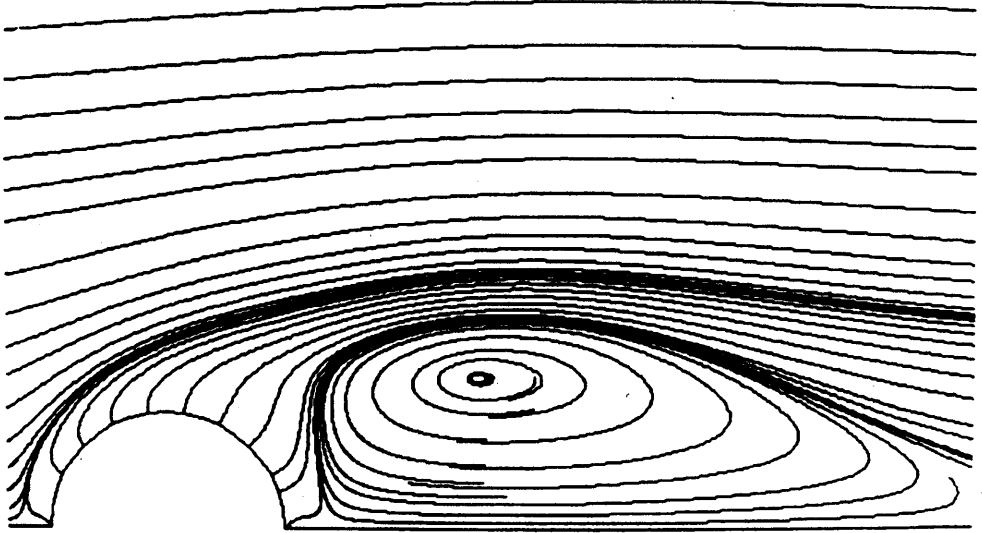
На фиг. 1 представлены результаты расчета зависимости коэффициента полного сопротивления  $C_x$  от числа Рейнольдса при различных параметрах вдува  $k_w$ . Здесь же нанесена стандартная кривая сопротивления, аппроксимированная выражениями [5, 6]

$$C_x = \frac{24}{Re} (1 + 0,25\sqrt{Re} + 0,0117Re) \quad (1 \leq Re \leq 1000) \quad (2.1)$$

$$C_x = 0,44 \quad (1000 < Re \leq 2 \cdot 10^5)$$

Рассчитанные значения  $C_x$  при  $k_w = 0$  удовлетворительно согласуются с аппроксимационными зависимостями (2.1).

Анализ зависимости  $C_x(Re, k_w)$ , представленной на фиг. 1, показал, что при малых значениях числа Рейнольдса с ростом величины вдува происходит уменьшение величины коэффициента сопротивления, а при больших значениях  $Re$  коэффициент  $C_x$



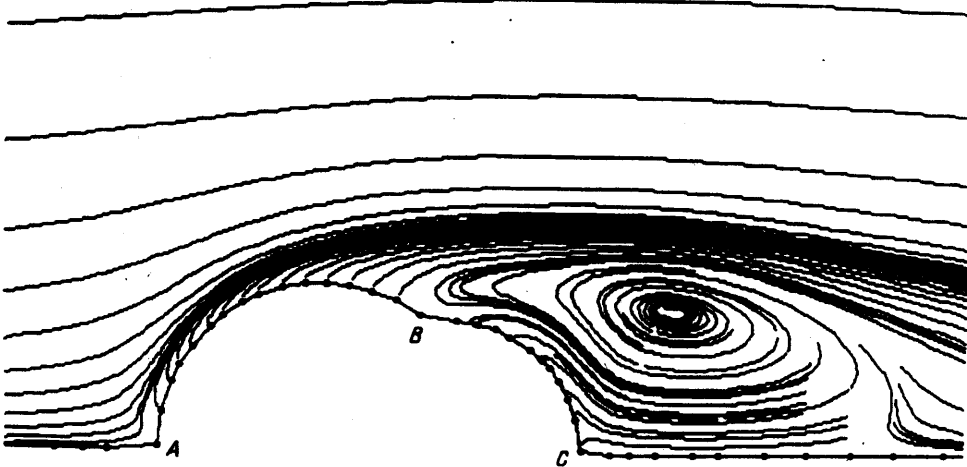
Фиг. 2. Картина течения около сферы при  $Re = 400$ ,  $k_w = 0,3$

возрастает по сравнению с его значениями, определенными при  $k_w = 0$ . Причем с ростом коэффициента  $k_w$  точки пересечения кривых  $C_x(Re, k_w)$  и  $C_x(Re, 0)$  смещаются в сторону уменьшения числа Рейнольдса. Отсос газа с поверхности ( $k_w < 0$ ) приводит к возрастанию  $C_x$  во всем исследованном диапазоне изменения чисел Рейнольдса.

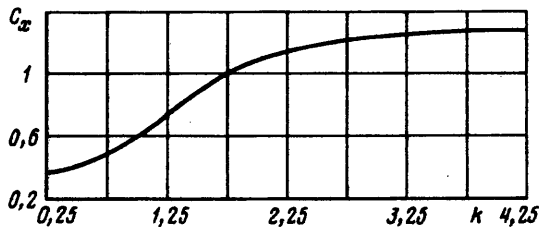
Объяснить эффекты влияния вдува и отсоса можно при помощи анализа изменения составляющих коэффициента полного сопротивления: коэффициентов сопротивления давления  $C_p$  и трения  $C_f$ . Соответствующие значения при различных  $Re$  приведены ниже.

Re = 10					
$k_w$	-0,1	0	0,1	0,2	0,3
$C_x$	4,37	4,23	4,10	3,96	3,84
$C_p$	1,18	1,24	1,29	1,34	1,39
$C_f$	3,19	2,99	2,81	2,62	2,45
Re = 100					
$k_w$	-0,1	0	0,1	0,2	0,3
$C_x$	1,38	1,09	0,95	0,90	0,92
$C_p$	0,46	0,54	0,63	0,70	0,77
$C_f$	0,92	0,55	0,32	0,20	0,15
Re = 1000					
$k_w$	-0,1	0	0,1	0,2	0,3
$C_x$	0,96	0,58	0,61	0,68	0,72
$C_p$	0,29	0,45	0,58	0,66	0,71
$C_f$	0,67	0,13	0,03	0,02	0,01

При низких числах  $Re$  значения  $C_f$  преобладают над значениями  $C_p$ . Вдув существенно уменьшает величины  $C_f$  и в меньшей степени увеличивает значения  $C_p$ . С возрастанием  $Re$  все более весомый вклад в  $C_x$  вносит  $C_p$ , в то время как влияние  $C_f$  значительно уменьшается. При больших числах  $Re$  значения  $C_f$  становятся малыми по сравнению со значениями  $C_p$ , величины которых возрастают с увеличением коэффициента  $k_w$ . Увеличение значений  $C_p$  с ростом  $k_w$  объясняется тем, что под влиянием



Фиг. 3. Картина течения около составной осесимметричной частицы при  $Re = 200$ . На поверхности  $AB$   $k_w = 0,1$ , на поверхности  $BC$   $k_w = 0,1$



Фиг. 4. Зависимость коэффициента сопротивления эллипса от коэффициента сжатия при  $Re = 10^3$

вдува возрастает протяженность области минимального давления в кормовой части тела. Понижение  $C_p$  с ростом  $k_w$  объясняется уменьшением величины градиента тангенциальной составляющей вектора скорости вблизи поверхности тела.

Отсос газа с поверхности тела влияет на составляющие полного сопротивления обратным образом – приводит к сильному возрастанию значений сопротивления трения и некоторому уменьшению значений сопротивления давления.

При  $Re > 40$  за сферой образуется вихревая зона, протяженность которой увеличивается с ростом значения числа  $Re$ . Как показали расчеты, влияние вдува приводит к отходу от поверхности тела вихревой зоны, смещению вниз по потоку и заметному увеличению ее размеров. На фиг. 2 показано обтекание сферы, с поверхности которой происходит вдув газа.

На фиг. 3 представлена картина обтекания составной частицы потоком газа. Такие частицы наблюдаются в потоке продуктов горения высокоэнтальпийных металлизированных топлив. Частица ориентирована поверхностью  $AB$  к потоку. С поверхности  $AB$  происходит вдув газа (испарение), а на поверхности  $BC$  отсос газа с поверхности (конденсация).

Представляет определенный интерес исследовать влияние формы тела на коэффициент сопротивления. На фиг. 4 показана зависимость  $C_x$  эллипса от коэффициента его сжатия  $k = b/a$  при  $Re = 10^3$ , где  $a$  и  $b$  – горизонтальная и вертикальная оси эллипса соответственно, число  $Re$  вычислено по величине  $b$ , которая принималась постоянной. Увеличение  $k$  приводит к возрастанию  $C_x$ , возникновению и последующему увеличению (с ростом  $k$ ) размеров вихревых зон в кормовой части эллипса.

**Заключение.** Проведенные численные исследования показали, что при значениях  $Re \geq 400$  вдув (отсос) оказывает существенное влияние на полное сопротивление тела набегающему потоку и полное сопротивление осесимметричного тела при одинаковых диаметрах миделева сечения существенно зависит от вида образующей поверхности тела. Полученные результаты могут быть использованы при моделировании двухфазных реагирующих течений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984. 519 с.
2. Renksizbulut M., Yuen M.C. Experimental study of droplet evaporation in a high-temperature air stream // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1983. V. 105. № 2. P. 384–388.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
4. Громадка П.Т., Лейч Ч. Комплексный метод граничных элементов в инженерных задачах. М.: Мир, 1990. 303 с.
5. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами / Под ред. Л.Е. Стернина. М.: Машиностроение, 1980. 175 с.
6. Шрайбер А.А., Милютин В.Н., Яценко В.П. Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твердым полидисперсным веществом. Киев: Наук. думка, 1980. 251 с.

Ижевск

Поступила в редакцию  
30.V.1995