

УДК 533.6.011.8:532.516:541.12

© 1996 г. И.В. ЕГОРОВ, В.С. НИКОЛЬСКИЙ

**ВЯЗКИЕ ГИПЕРЗВУКОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ  
АЭРОФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

Представлены результаты математического моделирования гиперзвукового обтекания сферы потоком воздуха с учетом химической неравновесности и ионизации. Расчетные данные получены на основе численного решения уравнений Навье – Стокса и уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя. Для этих моделей проведено сравнение, равновесной радиационной температуры поверхности тела, давления и отхода ударной волны. Представлен анализ совместного влияния свойств молекулярного переноса и каталитических свойств поверхности тела на аэродинамический нагрев. Анализируются результаты влияния некоторых моделей термохимической неравновесности газа на температуру поверхности тела вдоль теплонапряженного участка траектории спуска воздушно-космического летательного аппарата с круговой орбиты Земли.

При исследовании вязкого гиперзвукового обтекания тел с учетом влияния реальных свойств газа на аэродинамические характеристики и теплообмен широко используются уравнения Навье – Стокса и их упрощенные варианты [1]. Часто для описания движения вязкого теплопроводного газа около тел, движущихся со сверхзвуковой скоростью, используется модель гиперзвукового вязкого ударного слоя, или двухслойная модель Ченга [2].

Уравнения Навье – Стокса являются асимптотическим пределом решений кинетического уравнения Больцмана или его обобщений для газов с внутренними степенями свободы при числе Кнудсена  $Kn = l/L$ , стремящемся к нулю ( $l$  – длина свободного пробега частиц газа,  $L$  – характерный линейный масштаб течения). Уравнения вязкого ударного слоя следуют из уравнений Навье – Стокса при  $M_\infty \rightarrow \infty$ ,  $Re_0 = \rho_\infty V_\infty L / \mu_0 \rightarrow \infty$ ,  $\varepsilon = RT_0 / V_\infty^2 \rightarrow 0$  ( $M_\infty$ ,  $V_\infty$ ,  $\rho_\infty$ ,  $T_0$  – число Маха, скорость, плотность и температура торможения невозмущенного потока,  $\mu_0 = \mu(T_0)$  – коэффициент вязкости,  $Re_0$  – число Рейнольдса,  $R$  – удельная газовая постоянная). В случае совершенного газа  $\varepsilon = (\gamma - 1) / 2\gamma$ , где  $\gamma$  – показатель адиабаты.

Проведенный на основе кинетической теории газа в [3–5] анализ показал, что для описания течений в ударном слое подход, основанный на уравнениях Навье – Стокса или их асимптотических приближениях, является обоснованным лишь для режимов, когда параметр  $N = (\varepsilon Re_0)^{-1} \leq 1$ . При  $N \sim 1$  (режим полностью вязкого ударного слоя, при котором процессы молекулярного переноса сравнимы с конвективными во всей возмущенной области за ударной волной) этот подход оправдан, строго говоря, лишь в дозвуковой части ударного слоя, где производные от касательной составляющей вектора скорости относительно невелики. Область применимости упрощенных уравнений Навье – Стокса для получения ряда основных аэродинамических и тепловых характеристик, как правило, оказывается значительно шире формальных асимптотических оценок. Так, при  $Re_0 \rightarrow 0$  коэффициент теплообмена, полученный на основе модели ВУС, стремится к значению этого параметра в свободномолекулярном течении при коэффициенте аккомодации, равном единице [6].

Необходимо отметить, что для определенного класса тел модель гиперзвукового вязкого ударного слоя имеет ограничения чисто газодинамического характера. Так, она перестает работать в области отрыва ударного слоя вблизи точки с нулевым значением давления на поверхности тела. Сравнение различных газодинамических моделей, основанных на уравнениях Навье – Стокса и их упрощенных вариантах, проводилось, например,

в [7, 8]. Тем не менее определенный интерес представляет сопоставление результатов расчетов гиперзвукового обтекания сферического затупления по модели ВУС и на основе полных уравнений Навье – Стокса.

В настоящее время повышенный интерес проявляется к исследованию взаимного влияния химической и термической неравновесности в гиперзвуковых потоках воздуха при обтекании затупленных тел с произвольной каталитической активностью поверхности. В частности, в [9–11] показано, что учет термохимической неравновесности и использование различных моделей двухтемпературной диссоциации может приводить к увеличению теплового потока к некаталитической поверхности до 25% (по сравнению с термически равновесным случаем).

Несмотря на то, что в последнее время появились более точные данные о потенциалах взаимодействия и коэффициентах переноса [12, 13], при численном исследовании неравновесного гиперзвукового обтекания тел потоком вязкого газа часто используются различные полуэмпирические формулы для расчетов переносных свойств воздуха, а также некоторые модели потенциалов взаимодействия частиц. Поэтому определенный интерес представляет исследование неопределенности моделей молекулярного переноса на параметры гиперзвукового обтекания.

В данной работе в отличие от работ других авторов (см., например, [10]) влияние термохимической неравновесности на теплообмен проводится не для одного фиксированного набора однотемпературных констант химических реакций, а для двух, достаточно часто используемых наборов этих констант.

1. Двумерные уравнения Навье – Стокса для химически неравновесных течений газа выражают собой законы сохранения массы, импульса и энергии газовой смеси. В произвольной криволинейной системе координат  $\xi, \eta$

$$x = x(\xi, \eta), \quad y = y(\xi, \eta)$$

где  $x, y$  – декартовы координаты, уравнения Навье – Стокса, описывающие стационарное течение газа, имеют вид

$$\frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + B = 0$$

Здесь  $E$  и  $G$  – векторы потоков в криволинейной системе координат,  $B$  – вектор источника. Векторы  $E$  и  $G$  связаны с соответствующими декартовыми векторами  $E^D$  и  $G^D$  по формулам

$$E = J \left( E^D \frac{\partial \xi}{\partial x} + G^D \frac{\partial \xi}{\partial y} \right), \quad G = J \left( E^D \frac{\partial \eta}{\partial x} + G^D \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)$$

$$J = \partial(x, y) / \partial(\xi, \eta)$$

в которых  $J$  – якобиан преобразования. Дальнейшее описание постановки задачи приведено для химически неравновесной модели воздуха, представляющего собой многокомпонентную смесь  $O, N, NO, O_2, N_2, NO^+, O_2^+, N_2^+, e^-$ . Декартовы компоненты векторов  $E^D, G^D$  для уравнений Навье – Стокса с двумя независимыми переменными в безразмерной форме имеют вид

$$E^D = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \tau_{xx} \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho u H + I_q^x \\ \rho u C_i + I_i^x \end{pmatrix}, \quad G^D = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v u + \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p + \tau_{yy} \\ \rho v H + I_q^y \\ \rho v C_i + I_i^y \end{pmatrix}$$

а вектор источника  $B$  для осесимметричного течения можно записать как

$$B = - \left( 0, 0, \left( p + \frac{\mu}{Re_\infty} \left( \frac{2}{3} \operatorname{div} \mathbf{V} - 2 \frac{v}{r} \right) \right) r^{-1}, 0, J \omega_i \right)^T$$

Здесь  $r = |y|$  – расстояние от оси симметрии.

В выражениях для потоков введены следующие обозначения:  $I_q^x, I_q^y$  – декартовы компоненты вектора теплового потока

$$I_q = \sum_{i=1}^N h_i I_i + \tau V - \frac{\lambda}{\text{Re}_\infty \text{Pr}_\infty (\gamma_\infty - 1) M_\infty^2} \text{grad}(T)$$

$\tau$  – тензор вязких напряжений, составляющими которого являются

$$\tau_{xx} = \frac{2\mu}{\text{Re}_\infty} \left( \frac{1}{3} \text{div } V - \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad \tau_{xy} = -\frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2\mu}{\text{Re}_\infty} \left( \frac{1}{3} \text{div } V - \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad \text{div } V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{r}$$

$I_i^x, I_i^y$  – декартовы компоненты вектора диффузионного потока, определяемого в данной работе (при решении уравнений Навье – Стокса) на основе закона Фика в приближении бинарной модели диффузии

$$I_i = -\frac{\mu}{\text{Re}_\infty S_i} \text{grad } C_i$$

Здесь  $u, v$  – декартовы компоненты вектора скорости  $V$ ;  $p$  – давление;  $\rho$  – плотность;  $T$  – температура;  $H$  – полная энтальпия;  $C_i, \omega_i, h_i$  – массовые концентрации, скорости образования, статические энтальпии компонентов смеси газа соответственно;  $\mu, \lambda$  – коэффициенты вязкости и теплопроводности;  $\text{Pr}_\infty, M_\infty, \text{Re}_\infty$  и  $S_i$  – числа Прандтля, Маха, Рейнольдса и Шмидта соответственно. Индексом « $\infty$ » обозначены величины, значения которых вычисляются по параметрам невозмущенного потока.

Для замыкания системы дифференциальных уравнений Навье – Стокса использованы соотношения

$$\sum C_i = 1, \quad \sum I_i = 0$$

и уравнение состояния смеси совершенного газа

$$p = M_i \rho T / M, \quad M = (\sum C_i / M_i)^{-1}$$

Здесь  $M_i = T_\infty R_G / V_\infty^2$ ,  $M_i$  – молярная масса  $i$ -го компонента смеси,  $T_\infty$  – температура набегающего потока,  $R_G$  – универсальная газовая постоянная.

Задача гиперзвукового обтекания [14] наветренной части сферы решалась в области, ограниченной обтекаемой поверхностью тела  $\eta = 0$ , осью симметрии течения  $\xi = 0$ , поверхностью ударной волны  $\eta = 1$  и выходной границей  $\xi = 1$ . Координаты  $\xi, \eta$  связаны с декартовыми  $x, y$  и с величиной отхода ударной волны  $x^s(\xi)$  соотношениями

$$x = x_w(\xi) + x^s(\xi) f(\eta) n_w^x(\xi), \quad y = y_w(\xi) + x^s(\xi) f(\eta) n_w^y(\xi)$$

Здесь  $x_w(\xi) = -\cos(\pi\xi)$ ,  $y_w(\xi) = \sin(\pi\xi)$  – параметрическое представление обтекаемой поверхности (сферы),  $n_w^x(\xi), n_w^y(\xi)$  – компоненты единичного вектора ее внешней нормали,  $f(\eta)$  – функция, определяющая сгущение узлов расчетной сетки по нормальной к поверхности тела координате. На ударной волне ставились обобщенные условия Ренкина – Гюнио

$$\rho u \frac{\partial \eta}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad (u + p + \tau_{xx}) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial \eta}{\partial y} = (1 + p_\infty) \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$(v + \tau_{xy}) \frac{\partial \eta}{\partial x} + (p + \tau_{yy}) \frac{\partial \eta}{\partial y} = p_\infty \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad (H + I_q^x) \frac{\partial \eta}{\partial x} + I_q^y \frac{\partial \eta}{\partial y} = H_\infty \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$(C_i + I_i^x) \frac{\partial \eta}{\partial x} + I_i^y \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0.$$

в предположении, что набегающий невозмущенный поток состоит из молекулярного азота и кислорода ( $C_{O_2} = 0,233, C_{N_2} = 0,767$ ). В законах сохранения на ударной волне выражения

для операторов  $\partial/\partial x$ ,  $\partial/\partial y$ , используемые при вычислении компонент тензора напряжений и вектора теплового и диффузионного потоков, определялись по формулам

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial \eta}$$

На поверхности тела ставились условия прилипания  $u = v = 0$ , локального баланса тепла

$$I_q^{**} + \epsilon_l \sigma T^{**4} = 0$$

и условие абсолютно каталитической и некаталитической поверхности для N, O и заряженных частиц. Для окиси азота поверхность тела считалась абсолютно некаталитической ( $I_{NO}^* = 0$ ).

Здесь  $I_q^n$  – проекция вектора теплового на нормаль к поверхности тела,  $\epsilon_l$  – коэффициент черноты поверхности,  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана, индексом «\*» обозначены размерные величины.

2. Рассмотрим стационарное обтекание осесимметричного ( $v = 1$ ) или плоского ( $v = 0$ ) затупленного тела гиперзвуковым потоком вязкого химически и термически неравновесного газа. Уравнения вязкого ударного слоя в криволинейной системе координат ( $R_0 \xi$  – длина дуги контура тела, отсчитываемая от критической точки;  $R_0 \eta$  – расстояние по нормали от поверхности тела,  $R_L$  – текущий радиус кривизны,  $R_0$  – радиус кривизны затупления в критической точке) представим в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial(r^v \rho U)}{\partial \xi} = \frac{\partial(r^v \rho V)}{\partial \eta} = 0, \quad \rho DU + \frac{\partial p}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial \eta} = \frac{\rho U^2}{R_L}, \quad \rho DH = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\mu C_p \partial T}{\text{Re}_\infty \text{Pr} \partial \eta} - \sum_{i=1}^N h_i^* I_i - \sum_{k=1}^K q_k^v + 2 \frac{\mu U}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \\ \rho DC_i + \frac{\partial(I_i)}{\partial \eta} = \omega_i, \quad \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial(MC_i)}{\partial \eta} = \sum_{j=1}^N \frac{M^2}{M_j} S_{ij} (C_i I_j - c_j I_i) \\ \rho DE_k + \frac{\partial q_k^v}{\partial \eta} = Q_k^v + Q_k^{vv} + Q_k^R, \quad \sum I_i = 0 \\ \sum C_i = 1, \quad D = U \frac{\partial}{\partial \xi} + V \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad E_k = C_k e_k = C_k \frac{R_G}{M_k} \frac{\theta_k}{\exp(\theta_k / T_k) - 1} \end{aligned}$$

Здесь  $V_\infty U$ ,  $V_\infty V$  – физические составляющие вектора скорости в направлениях  $\xi$  и  $\eta$ ,  $h_i^*$  – удельная энтальпия  $i$ -го компонента без учета неравновесной колебательной энергии (для  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $NO$ );  $E_k$ ,  $\theta_k$ ,  $T_k$  – колебательная энергия, отнесенная к единице массы смеси, характеристическая и колебательная температуры  $k$ -го молекулярного компонента,  $S_{ij}$  – числа Шмидта;  $N$ ,  $K$  – число компонентов и молекулярных компонентов;  $Q_k^v$ ,  $Q_k^{vv}$ ,  $Q_k^R$  – источники члены, учитывающие неупругие колебательно-поступательные, колебательно-колебательные взаимодействия и влияние химических реакций на колебательную релаксацию. В отличие от уравнения Навье – Стокса в уравнениях вязкого ударного слоя температура отнесена к температуре торможения, а не к температуре набегающего потока.

В случае гиперзвукового вязкого ударного слоя рассматривались две модели диффузии – многокомпонентная (соотношение Стефана – Максвелла) и бинарная в форме закона Фика. В настоящей работе анализируется влияние этих моделей на теплообмен. Для полных уравнений Навье – Стокса использована только бинарная модель диффузии. В приближении бинарной диффузии нормальная компонента вектора диффузионного потока  $I_i$  и потока колебательной энергии молекулярного компонента  $q_k^v$  имеют вид

$$I_i = - \frac{\mu}{\text{Re}_\infty S_i} \frac{\partial C_i}{\partial \eta}, \quad q_k^v = - \frac{\mu}{\text{Re}_\infty S_k} \frac{\partial E_k}{\partial \eta}$$

На ударной волне в качестве граничных условий задавались обобщенные условия Рэнкина – Гюгонно. Для колебательных температур на поверхности тела предполагалось выполнение условий равновесия  $T_k = T_w$  ( $T_w$  – температура стенки).

При расчетах в предположении о термическом равновесии полагалось, что все внутренние степени свободы возбуждены равновесно и колебательные температуры  $T_k$  совпадают с поступательно-вращательной  $T$ . В этом случае при вычислении теплопроводности, обусловленной активными степенями свободы, учитывался вклад энергии вращательных и колебательных степеней свободы при температуре  $T$  (поправка Эйкена).

3. При моделировании неравновесных химических процессов учитывались реакции диссоциации, обмена и ассоциативной ионизации  $O_2 + X \rightarrow 2O + X$ ,  $N_2 + X \rightarrow 2N + X$ ,  $NO + X \rightarrow N + O + X$ ,  $O + N_2 \rightarrow N + NO$ ,  $O + NO \rightarrow N + O_2$ ,  $O_2 + N_2 \rightarrow 2NO$ ,  $O + N \rightarrow NO^+ + e^-$ ,  $O + N \rightarrow O_2^+ + e^-$ ,  $N + N \rightarrow N_2^+ + e^-$ , где  $X$  – частица, в качестве которой может выступать любая компонента газовой смеси. При численном решении значения констант скоростей химических реакций определялись по соотношениям, рекомендованным в [15] (с исправленной константой скорости реакции диссоциации кислорода [16]), а также на основе данных [17].

При расчете коэффициентов переноса воздушной смеси применялись два подхода. В одном случае коэффициенты переноса рассчитывались на основе полуэмпирических формул Уилки [18] и Масона – Саксены [19]. При этом использовался потенциал Леннарда – Джонса [20]. В другом случае использовался приближенный метод расчета коэффициентов переноса в многокомпонентных смесях с использованием потенциала отталкивающих центров [21].

4. Воздействие неравновесного возбуждения колебательных степеней свободы молекул на скорости реакций диссоциации учитывалось через двухтемпературную зависимость константы скорости диссоциации

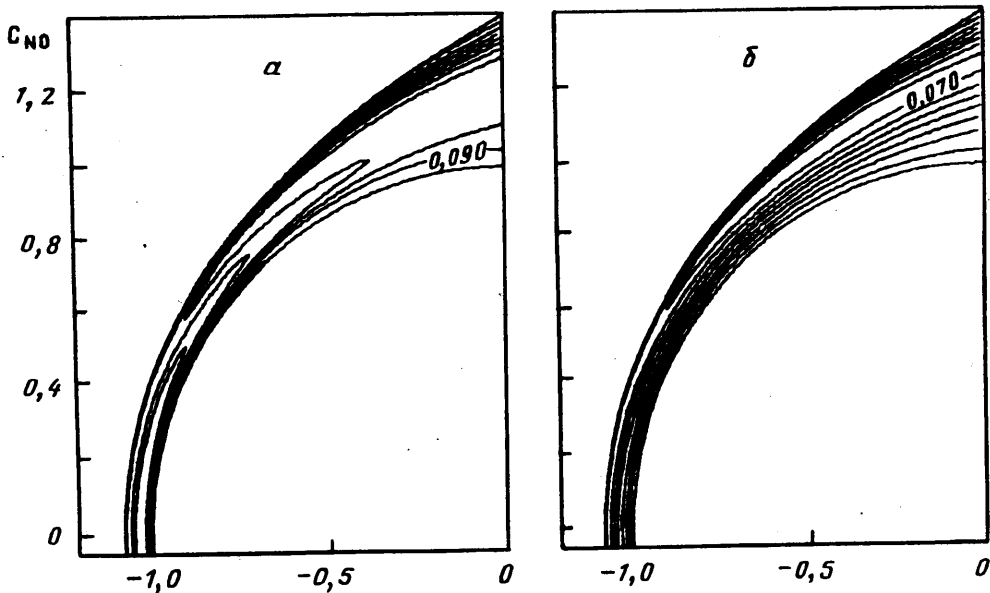
$$K_i^\circ(T, T_i) = \Phi_i(T, T_i) K_i^\circ(T), \quad i = O_2, N_2, NO$$

Здесь  $K_i^\circ(T)$  – константа скорости диссоциации при термическом равновесии, когда  $T_i = T$ . В настоящей работе приведены результаты расчетов для двухтемпературной модели эффективного колебательного уровня, отстоящего от предела диссоциации на величину  $\beta T$  ( $\beta$  – модель диссоциации [9, 11]).

Источниковые члены  $Q_k$  рассчитывались на основе данных [11]. При учете влияния химических реакций на колебательную релаксацию принималось, что средние изменения удельной колебательной энергии при единичном акте диссоциации  $e_{Di}$  и рекомбинации  $e_{Ri}$  равны  $R_G(D_i - \beta_i T) / M_i$  ( $D_i$  – энергия диссоциации в градусах,  $\beta_i = 3$  при  $i = N_2, NO$ ,  $\beta_i = 1,5$  при  $i = O_2$ ). Среднее изменение удельной колебательной энергии при единичном акте обменной реакции принималось равным удельной колебательной энергии  $e_k$  вновь образующейся или исчезающей молекулы.

5. Численное решение уравнений вязкого ударного слоя проводилось на основе конечно-разностного метода второго порядка точности с применением оригинального алгоритма построения адаптивной расчетной сетки, основанного на вариационном принципе минимизации нормы главного члена погрешности аппроксимации [22]. Этот метод позволил производить автоматическое выделение релаксационных зон и пограничного слоя в возмущенной области течения и оказался особенно эффективным при расчете течений с учетом термохимической неравновесности [9].

Для численного решения полных уравнений Навье – Стокса с выделением головной ударной волны использован строго неявный конечно-разностный метод [23]. Вектор зависимых переменных рассматриваемой задачи включает в себя величину  $x^s(\xi)$ , представляющую собой расстояние от поверхности тела до ударной волны. При решении задачи неявным методом для определения  $x^s(\xi)$  использовано дополнительное дифференциальное уравнение  $\partial x^s / \partial \eta = 0$ , а для полноты системы граничных условий на ударной волне к условиям Рэнкина – Гюгонно необходимо было добавить еще одно соотношение [24]. В данной работе в качестве такого соотношения использовалось условие экстраполяции давления по внутренним точкам на поверхность ударной волны. На поверхности тела для замыкания разностной задачи использовалось условие  $\partial p / \partial \eta = 0$ . На выходной границе задавались «мягкие» условия экстраполяции.



Фиг. 1. Изолинии концентрации окиси азота: *a* – абсолютно некаталитическая поверхность, *б* – абсолютно каталитическая поверхность

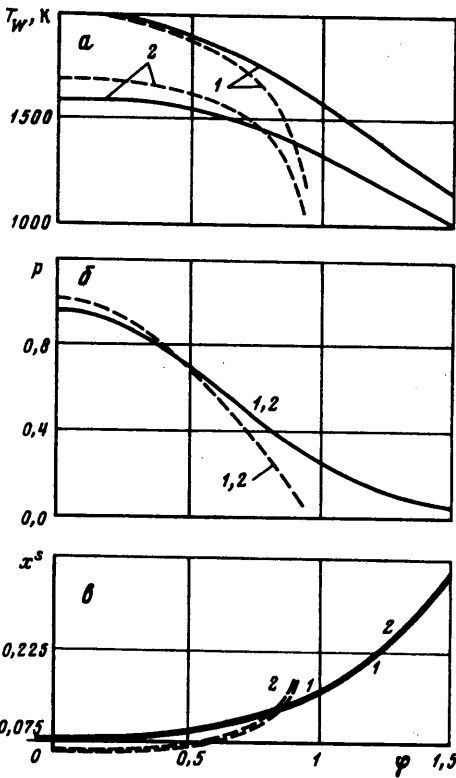
Численное решение уравнений Навье – Стокса основывалось на интегроинтерполяционном методе, обеспечивающем выполнение законов сохранения. Потоки в полущелых узлах аппроксимировались центральными разностями со вторым порядком точности на девятиточечном шаблоне «ящик». Для решения нелинейных сеточных уравнений использован модифицированный метод Ньютона – Рафсона, а решение линеаризованной системы сеточных уравнений осуществлялось при помощи *LU* – разложения с предварительной перенумерацией неизвестных по методу вложенных сечений [23].

6. Численное решение уравнений Навье – Стокса и уравнений вязкого ударного слоя проведено для гиперзвукового обтекания наветренной части сферы ( $R_w = 0,4$  м) на высоте  $H = 80$  км со скоростью  $V_\infty = 8000$  м/с ( $Re_0 = 100$ ) для предельных случаев каталитической активности поверхности. Коэффициент черноты поверхности принимался равным  $\epsilon_f = 0,85$ . Расчеты проведены в предположении бинарной диффузии. Значение числа Шмидта было принято постоянным и равным 0,5 для нейтральных компонент смеси и 0,25 для заряженных частиц. Константы скоростей химических реакций вычислялись на основе данных работы [15].

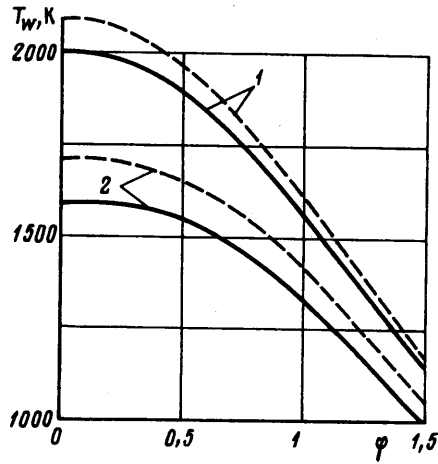
Основная часть результатов решения уравнений Навье – Стокса получена на сетке с числом узлов  $19 \times 41$ , имеющей сгущение по нормали к поверхности тела координате  $\eta$ . Итерационная абсолютная погрешность решения задачи не превышала  $10^{-6}$ .

На фиг. 1 представлены изолинии концентрации окиси азота  $C_{NO}$  для абсолютно некаталитической поверхности тела (*a*) и абсолютно каталитической (*б*), полученные на основе решения уравнений Навье – Стокса. Напомним, что в обоих случаях для молекул NO поверхность принималась абсолютно некаталитической. Анализ структуры поля течения свидетельствует о наличии большого градиента  $C_{NO}$  по нормали к поверхности тела в окрестности критической точки для абсолютно каталитической поверхности тела. По-видимому, это связано с тем, что для данной поверхности тела малые концентрации химически активных компонентов атомарного кислорода и азота не способствуют поддержанию гомогенных химических реакций, идущих с образованием NO.

На фиг. 2 представлено распределение равновесной радиационной температуры поверхности сферы, давления  $p$  и отхода ударной волны  $x^2(\varphi)$  в зависимости от угла  $\varphi$ . Сплошная кривая соответствует данным, полученным на основе решения уравнений Навье – Стокса, штриховая – вязкого ударного слоя. Согласно этим данным, температура абсолютно каталитической поверхности тела для уравнений Навье – Стокса близка к темпе-



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Распределение по поверхности тела: *a* – температуры, *б* – давления, *в* – отхода ударной волны. 1 – абсолютно каталитическая поверхность, 2 – абсолютно некаталитическая поверхность. Сплошные кривые – уравнения Навье – Стокса, штриховые – уравнения гиперзвукового вязкого ударного слоя

Фиг. 3. Распределение температуры поверхности: 1 – абсолютно каталитическая поверхность, 2 – абсолютно некаталитическая поверхность. Сплошные кривые – потенциал Леннарда – Джонса, штриховые – потенциал отталкивающих центров

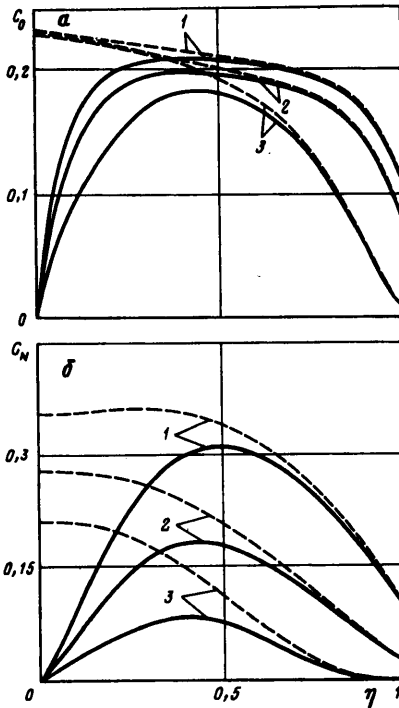
ратуре, полученной при решении уравнений вязкого ударного слоя. Для модели вязкого ударного слоя  $T_w$  примерно на 100 К (9%) выше, чем для уравнений Навье – Стокса в случае абсолютно некаталитической поверхности.

Это обстоятельство важно для практического использования модели ВУС. Увеличение толщины ударного слоя для уравнений Навье – Стокса (фиг. 2, *в*) приводит к некоторому повышению степени диссоциации, тем самым уменьшая величину полного теплового потока к поверхности тела.

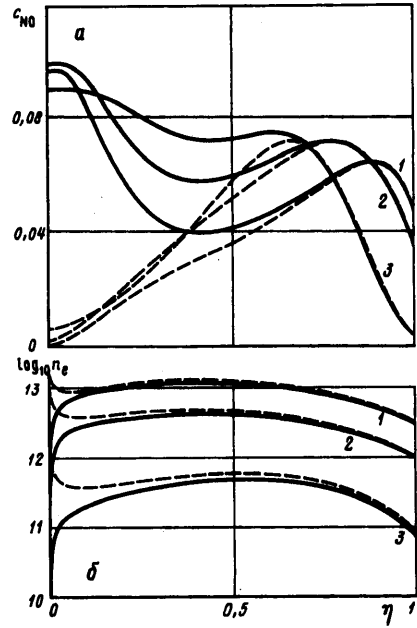
Анализ результатов показал хорошее соответствие максимального значения концентрации электронов на линии торможения, полученных на основе полных уравнений Навье – Стокса и в рамках модели вязкого ударного слоя. Максимальное расхождение наблюдается лишь на больших высотах ( $H > 80$  км) и составляет не более 30%.

Данные на фиг. 2 иллюстрируют область применимости модели ВУС, которая хорошо работает в окрестности затупления ( $\varphi \leq 40^\circ$ ), а при дальнейшем увеличении  $\varphi$  различие газодинамических переменных сильно возрастает. Разница температур каталитической и некаталитической поверхностей составляет 400 К, что важно при проектировании летательных аппаратов.

Большое значение при моделировании высокотемпературного гиперзвукового обтекания имеет способ определения коэффициентов переноса. В данной работе для сравнения использованы две модели коэффициентов переноса. На фиг. 3 представлены распределения температуры поверхности сферы для абсолютно каталитической и абсолютно некатали-



Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Профили массовых концентраций:  $a - C_O$ ,  $b - C_N$ . 1 -  $\varphi = 0^\circ$ , 2 -  $\varphi = 45^\circ$ , 3 -  $\varphi = 90^\circ$ . Сплошные кривые - абсолютно каталитическая поверхность, штриховые - абсолютно некаталитическая поверхность

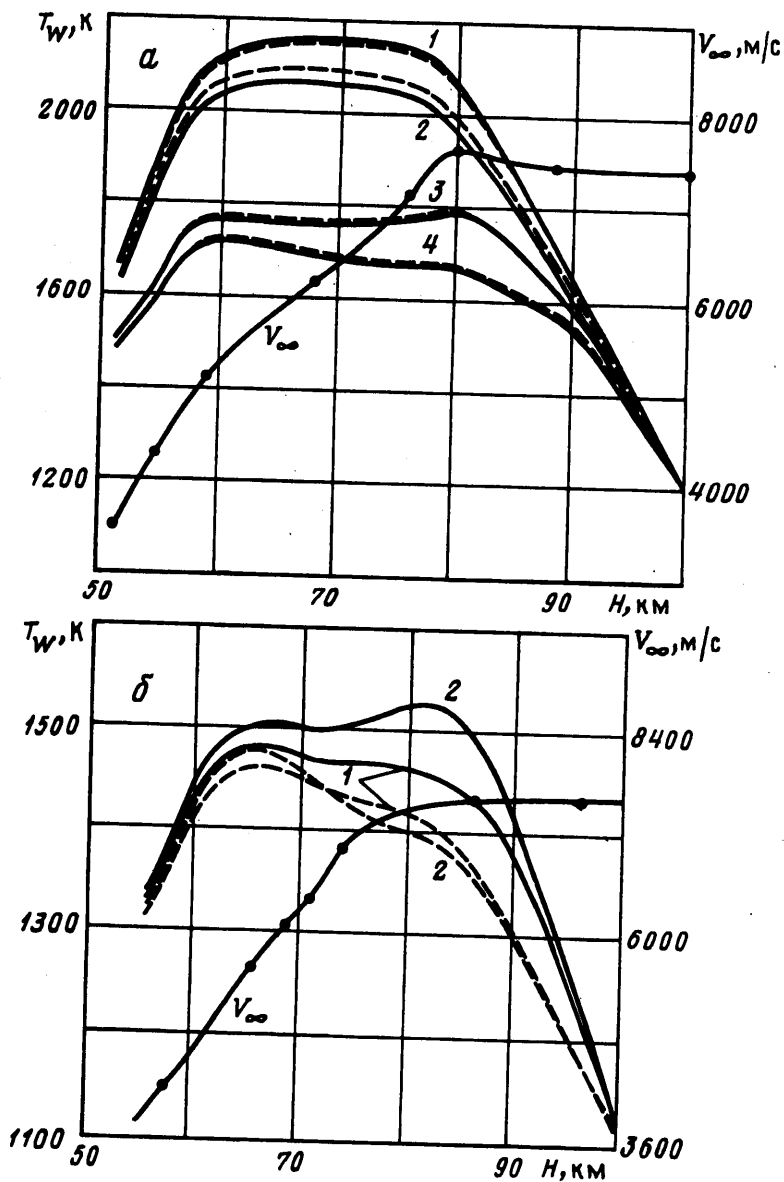
Фиг. 5. Профили концентраций:  $a - C_{NO}$ ,  $b - n_e$ . 1 -  $\varphi = 0^\circ$ , 2 -  $\varphi = 45^\circ$ , 3 -  $\varphi = 90^\circ$ . Сплошные кривые - абсолютно каталитическая поверхность, штриховые - абсолютно некаталитическая поверхность

тической поверхностей для различных моделей коэффициентов переноса. Сплошной кривой соответствует модель, использующая потенциал Леннарда - Джонса, штриховой - потенциал отталкивающих центров. Эти модели нашли широкое применение при исследовании гиперзвуковых течений. Видно, что температура поверхности в окрестности критической точки различается примерно на 150 K для абсолютно некаталитической поверхности и на 100 K для абсолютно каталитической.

На графике фиг. 4 и 5 представлены профили массовых концентраций компонентов O, N, NO и плотности электронов  $n_e$  (где  $n_e$  - число частиц в кубическом сантиметре) для абсолютно каталитической поверхности тела (сплошные кривые) и идеально некаталитической поверхности (штриховые кривые). Эти данные иллюстрируют эволюцию химических компонентов газовой смеси вниз по потоку от критической точки, обусловленную различными механизмами. В частности, видно, что максимальное значение концентраций атомарного кислорода и азота достигается на абсолютно некаталитической поверхности. При этом конвективный перенос атомарного азота на боковую поверхность сферы ( $\varphi = 90^\circ$ ) приводит к возрастанию максимума  $C_N$  более чем в 2 раза по сравнению с абсолютно каталитической поверхностью.

Изменение равновесной радиационной температуры поверхности  $T_w$  в критической точке затупленного тела вдоль двух планирующих траекторий спуска приведены на фиг. 6 (модель вязкого ударного слоя). Здесь же приведены зависимости скорости полета  $V_\infty$  от высоты полета  $H$ . Результаты расчета на фиг. 6,  $a$  соответствуют термически равновесному вязкому ударному слою для каталитической и некаталитической поверхностей. При расчетах использовались данные по химической кинетике из [15], радиус тела  $R_0$  принимался равным 0,4 м, коэффициент черноты поверхности  $\epsilon_j = 0,75$ . Видно, что различные модели





Фиг. 6. Изменение температуры в критической точке поверхности тела и скорости от высоты полета для двух траекторий спуска (а и б). 1, 2 – абсолютно каталитическая поверхность, 3, 4 – абсолютно некаталитическая поверхность, 1, 3 – потенциал отталкивающих центров, 2, 4 – потенциал Леннарда – Джонса; сплошные кривые – термически неравновесная модель, штриховые – термически равновесная модель (б); 1 – константы химических реакций из [15], 2 – константы химических реакций из [17]

молекулярного взаимодействия могут приводить к существенному различию в равновесной температуре поверхности  $T_w$  (более 100 К), при этом использование модели с потенциалом взаимодействия отталкивающих центров приводит к увеличению  $T_w$ . Штриховыми кривыми на фиг. 6, а обозначены результаты расчетов в приближении бинарной диффузии при числе Шмидта  $S_i = 0,5$ . Оказывается, что модель бинарной диффузии при  $S_i = 0,5$  удовлетворительно описывает характеристики теплообмена ( $\Delta T < 20^\circ$ ) воздушной смеси и для рассматриваемых условий может использоваться при расчете тепловых потоков к поверхности. Точность приближения бинарной диффузии выше для некаталитической поверхности. Это полностью согласуется с тем, что для некаталитической поверхности диффузионные потоки равны нулю, а для абсолютно каталитической они максимальны.

Результаты расчетов на фиг. 6, б ( $R_0 = 0,83$ ,  $\epsilon_1 = 0,8$ ) соответствуют химически неравновесной модели с учетом колебательной релаксации (сплошные кривые) и без учета колебательной релаксации (штриховые кривые).

Из представленных результатов следует, что учет колебательно-диссоциационного взаимодействия может приводить в рассматриваемых условиях к увеличению равновесной температуры стенки  $T_w$  более чем на 100 К при использовании данных [17]. При использовании констант химических реакций из [14] это увеличение не превышает 50 К. Такое увеличение температуры связано с тем, что колебательно-диссоциационное взаимодействие затягивает процесс диссоциации в ударном слое, вследствие чего вклад конвективной части теплового потока может существенно возрасти по сравнению с термически равновесным случаем.

Таким образом, на рассматриваемых режимах теплонапряженных участков траекторий воздушно-космических летательных аппаратов неопределенность в свойствах молекулярного переноса может более существенно влиять на  $T_w$ , чем учет колебательной релаксации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-01-01384-а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tirsky G.A.* Up-to-date gasdynamic models of hypersonic aerodynamics and heat transfer with real gas properties // Annual Review of Fluid Mechanics. Palo Alto, Ca: Annu. Rews Inc., 1993. V. 25. P. 151–181.
2. *Cheng H.K.* Hypersonic shock-layer theory of the stagnation region at low Reynolds number // Proc. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst. Stanford Calif.: Stanford Univ. Press, 1961. P. 161–175.
3. *Кузнецов М.М., Никольский В.С.* Кинетический анализ гиперзвуковых вязких течений многоатомного газа в тонком трехмерном ударном слое // Уч. зап. ЦАГИ. 1985. Т. 16. № 3. С. 38–49.
4. *Кузнецов М.М., Никольский В.С.* Кинетическая теория предельных гиперзвуковых течений вязкого газа // Численные и аналитические методы в динамике разреженных газов: Тр. 8-й Всесоюз. конф. по динамике разреженных газов. Москва, 1985. М., 1986. С. 23–27.
5. *Nikol'sky V.S., Kuznetsov M.M.* Hypersonic rarefied flows asymptotical investigation based on gas-kinetic theory // Book of abstract of the 19th Intern. Symp. on RGD. July 25–29. Oxford. 1994. Oxford. Univ. England. 1994.
6. *Гершбейн Э.А., Пейгин С.В., Тирский Г.А.* Сверхзвуковое обтекание тел при малых и умеренных числах Рейнольдса // Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1985. Т. 19. С. 3–85.
7. *Головачев Ю.П., Кузьмин А.М., Попов Ф.Д.* О расчете сверхзвукового обтекания затупленных тел с использованием полных и упрощенных уравнений Навье – Стокса // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1973. Т. 13. № 4. С. 1021–1028.
8. *Тирский Г.А., Утюжников С.В.* Сравнение моделей тонкого и полного вязкого ударного слоя в задачах сверхзвукового обтекания притупленных конусов вязким газом // ПММ. 1989. Т. 53. Вып. 6. С. 963–969.
9. *Никольский В.С., Бабилов П.Е., Егоров И.В.* Влияние колебательной и химической неравновесности в газе и на поверхности на течение диссоциированного и ионизованного воздуха в вязком ударном слое // Тр. 10-й Всесоюз. конф. по динамике

разреженных газов. Т. 2. Аэродинамика и экспериментальные методы. М.: МЭИ, 1991. С. 54–59.

10. Жлуктов С.В., Турский Г.А. Влияние колебательно-диссоциационного взаимодействия на теплопередачу и сопротивление при гиперзвуковом обтекании тел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 3. С. 141–151.
11. Losev S.A., Makarov V.N., Pogosberyan M. Yu. et al. Thermochemical nonequilibrium kinetic models in strong shock waves on air // AIAA Paper. 1994. № 1990. 13 p.
12. Жлуктов С.В., Соколова И.А., Турский Г.А. Приближенные формулы для коэффициентов вязкости и теплопроводности частично диссоциированного и ионизованного воздуха // ПМТФ. 1990. № 1. С. 41–50.
13. Андриатис А.В., Жлуктов С.А., Соколова И.А. Транспортные коэффициенты смеси воздуха химически неравновесного состава // Мат. моделирование. 1992. Т. 4. № 1. С. 44–64.
14. Егоров И.В. К вопросу о влиянии реальных свойств воздуха на интегральные аэродинамические характеристики // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 4. С. 156–164.
15. Мартин Дж. Вход в атмосферу. М.: Мир, 1969. 320 с.
16. Неравновесная ионизация при движении гиперзвуковых летательных аппаратов // Обзор БНТИ ЦАГИ. 1977. № 527. 112 с.
17. Kang S.-W., Jones W.L., Dunn M.G. Theoretical and measured electron-density distributions at high altitudes // AIAA Journal. 1973. V. 11. № 2. P. 141–149.
18. Wilke C.R. A viscosity equation for gas mixtures // J. Chem. Phys. 1950. V. 18. № 4. P. 517–519.
19. Mason E.A., Saxena S.C. Approximate formula for the thermal conductivity of gas mixtures // Phys. Fluids. 1958. V. 1. № 5. P. 361–369.
20. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 929 с.
21. Рябов В.В. Приближенный метод расчета коэффициентов переноса в многокомпонентных смесях // Инж.-физ. журн. 1983. Т. 44. № 2. С. 265–272.
22. Babikov P.E., Yegorov I.V. On one version of the method of the adaptive grid generation to solve evolution problems // Proc. Soviet Union – Japan Sympos. on Computational Fluid Dynamics, Khabarovsk, 1988. М.: ВЦ АН СССР, 1989. V. 2. P. 222–227.
23. Yegorov I.V., Zaitsev O. Development of efficient algorithms for computational fluid dynamic problems // Proc. 5th Intern. Symp. on Computational Fluid Dynamics. Sendai. Japan. 1993. V. 3. P. 393–400.
24. Chakravarthy S.R. Euler equations-implicit schemes and boundary conditions // AIAA Journal. 1983. V. 21. № 5. P. 699–706.

Москва

Поступила в редакцию  
14.X.1994