

УДК 532.546

© 1996 г. Х.Ф. АЗИЗОВ

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ ВВОДЕ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В ПЛАСТ

Анализируются одномерные нелинейные волны давления при кратковременном (мгновенном) вводе в пласт (или мгновенном отборе из пласта) конечной массы неньютоновской жидкости, подчиняющейся степенному закону фильтрации. Получены закономерности распространения плоских, цилиндрических и сферических волн в замкнутых (напорных) и незамкнутых (безнапорных) пластах.

Задачи о растекании бугра грунтовых вод по непроницаемому водоупору и конечной массы газа в пустом пласте решены в [1, 2]. Аналогичная задача о растекании постоянного количества тепла в нелинейной среде впервые решена в [3]. Решение задачи о растекании бугра грунтовых вод, полученное в [1], использовано в [4] для расчета радиуса расширяющегося основания вулкана. Цель данной работы – изучение влияния нелинейного сопротивления на движение конечной массы жидкости в пласте.

1. Основные уравнения движения слабосжимаемой нелинейно-вязкой жидкости в упругом пласте имеют вид [1, 5, 6]

$$\beta \frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{1}{r^i} \frac{\partial}{\partial r} (r^i U), \quad \frac{\partial P}{\partial r} = -\Pi \left( \frac{U}{\lambda} \right)^n \quad (i=0, 1, 2) \quad (1.1)$$

Здесь  $\beta$  – упругость пласта ( $\text{Па}^{-1}$ ),  $P$  – давление ( $\text{Па}$ ),  $U$  – скорость фильтрации ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ );  $\Pi$ ,  $\lambda$  – характерные значения градиента давления и скорости (постоянные параметры),  $n > 0$  – реологический параметр,  $r$  – координата,  $t$  – время;  $i = 0, 1, 2$  соответственно для плоских, цилиндрических и сферических волн.

Решение (1.1) ищется при следующих условиях:

$$P(r, 0) = P(\infty, t) = P_0 = \text{const}; \quad U(r, 0) = U(\infty, t) = 0 \quad (1.2)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} (S_i U(r, t)) = Q \delta(t), \quad Q = \text{const} \quad (1.3)$$

$$\beta \int_0^\infty (P - P_0) r^i dr = C_i \left( C_0 = \frac{Q}{LH}, \quad C_1 = \frac{Q}{2\pi H}, \quad C_2 = \frac{Q}{4\pi} \right) \quad (1.4)$$

Здесь  $P_0$  – начальное давление в пласте,  $\delta(t)$  – дельта-функция,  $Q$  – объемное количество внедряемой ( $Q > 0$ ) или отбираемой ( $Q < 0$ ) жидкости,  $S_i$  – площадь сечения пласта,  $H$  – толщина,  $L$  – ширина (в плоском случае) пласта.

Автомодельное решение задачи (1.1)–(1.4) ищется в виде

$$P - P_0 = A t^{-m} \Psi(\xi), \quad U = R_i(t) f_i(\xi), \quad \xi = \frac{x}{\varphi_i(t)} \quad (i=0, 1, 2) \quad (1.5)$$

Постоянные  $m$  и  $A_i$  определяются из условия (1.4). Функции  $\varphi_i(t)$  и  $R_i(t)$  находятся из (1.1) и (1.5) с помощью размерного анализа [6].

В случае плоских волн ( $i = 0$ ) имеем

$$m = \frac{n}{2}, \quad A_0 = (\Pi \lambda^{-n} \beta^{-1})^{1/2} C_0^{(1+n)/2} \left[ \int_0^\infty \Psi(\xi) d\xi \right]^{-(1+n)/2} \quad (1.6)$$

$$\varphi_0(t) = (\Pi^{-1} \lambda^n A_0^{1-n} \beta^{-n})^{1/(1+n)} t^{n/2} \quad (1.7)$$

$$R_0(t) = (\Pi^{-1} \lambda^n A_0^2 \beta)^{1/(1+n)} t^{-1} \quad (1.8)$$

$$\int_0^\infty \Psi_0(\xi) d\xi = \frac{2}{n-1} \left( \frac{2(1+n)}{n-1} \right)^{-n/(1+n)} \Gamma\left(\frac{1}{1+n}\right) \Gamma\left(\frac{2}{(n+1)(n-1)}\right) \times \quad (1.9)$$

$$\times \Gamma^{-1}\left(\frac{1}{1+n} + \frac{2}{(n+1)(n-1)}\right)$$

$$\int_0^\infty \Psi_0(\xi) d\xi = \frac{2}{1-n} \left( \frac{2(1+n)}{1-n} \right)^{-n/(1+n)} \Gamma\left(\frac{1}{n+1}\right) \Gamma\left(\frac{2-n}{1-n}\right) \Gamma^{-1}\left(\frac{1}{n+1} + \frac{2-n}{1-n}\right) \quad (1.10)$$

Функции  $\Psi_0(\xi)$  и  $f_0(\xi)$  определяются из следующих уравнений:

$$\frac{d\Psi_0}{d\xi} = -f_0^n \quad (1.11)$$

$$\frac{df_0}{d\xi} - \frac{n}{2} \left( \Psi_0 + \xi \frac{d\Psi_0}{d\xi} \right) = 0 \quad (1.12)$$

$$\Psi(0) = 1, \quad f_0(0) = 0 \quad (1.13)$$

Решение (1.11)–(1.13) имеет вид

$$\Psi_0(\xi) = \left[ 1 - \frac{1-n}{2(1+n)} \xi^{1+n} \right]_+^{1/(1-n)} \quad (1.14)$$

$$f_0(\xi) = \frac{n}{2} \xi \Psi_0(\xi) \quad (1.15)$$

Здесь  $(x)_+ = x$ , если  $x \geq 0$ ;  $(x)_+ = 0$ , если  $x < 0$ .

Распределение давления и скорости окончательно принимают вид

$$P(x, t) - P_0 = A_0 t^{-n/2} \left[ 1 - \frac{1-n}{2(1+n)} \frac{D_0 x^{1+n}}{t^{n(n+1)/2}} \right]_+^{1/(1-n)} \quad (1.16)$$

$$U(x, t) = \beta A_0 x t^{-1-n/2} \left[ 1 - \frac{1-n}{2(1+n)} \frac{D_0 x^{1+n}}{t^{n(1+n)/2}} \right]_+^{1/(1-n)} \quad (1.17)$$

$$D_0 = \frac{\Pi \beta^n}{\lambda^n A_0^{1-n}}$$

Как видно из (1.16) и (1.17), для дилатантных жидкостей ( $n > 1$ ) волна возмущений сразу охватывает все пространство (в силу симметрии рассматривается полупространство  $x > 0$ ), а для псевдопластических жидкостей имеет место четкий фронт волны на постоянном фоне давления. Закон движения фронта волны имеет вид

$$x_f = \left( \frac{2(1+n)}{(1-n)D_0} \right)^{1/(1+n)} t^{n/2} \quad (n < 1) \quad (1.18)$$

Распределение скорости (1.17) имеет максимум в точке, координата которой меняется следующим образом:

$$x_m = \left( \frac{1+n}{D_0} \right)^{1/(1+n)} t^{n/2} \quad (1.19)$$

Максимальные значения (амплитуды) избыточного давления и скорости соответственно меняются по законам

$$(P - P_0)_m = A_0 t^{-n/2}, \quad U_m = 2^{-(2+n)/(1-n)} n(1+n)^{1/(1+n)+1/(1-n)} R_0(t) \quad (1.20)$$

где  $R_0(t)$  дается формулой (1.8).

Из (1.18) и (1.20) получается, что произведение амплитуды на ширину волны постоянно

$$(P - P_0)_m x_f = \text{const} \quad (n < 1) \quad (1.21)$$

Соотношение (1.21) – это результат интегрального закона сохранения (1.4).

Частные производные первого порядка решений (1.16) и (1.17)  $P_{,x}$  и  $U_{,x}$  вблизи фронта волны ( $n < 1$ ) обращаются в нуль. Однако высшие производные в зависимости от реологического параметра  $n < 1$  могут обращаться в бесконечности при  $x \rightarrow x_f$ .

В предельном случае при  $n = 1$  формулы (1.16) и (1.17) принимают вид

$$P - P_0 = \frac{C_0}{\sqrt{\pi \lambda \beta \Pi^{-1} t}} \exp\left(-\frac{\Pi \beta}{4 \lambda t} x^2\right) \quad (1.22)$$

$$U = \frac{C_0 x}{\sqrt{\pi \lambda \Pi^{-1} \beta^{-1} t^3}} \exp\left(-\frac{\Pi \beta}{4 \lambda t} x^2\right) \quad (1.23)$$

При получении последних формул использованы асимптотические свойства гамма-функции и известный предел для числа  $e$ .

Отметим, что в случае отбора жидкости из пласта во всех формулах, куда входит разность давлений вместо избыточного давления  $P - P_0$ , следует брать эту величину с обратным знаком.

2. В случае цилиндрических волн решение (1.2)–(1.4) имеет вид

$$P - P_0 = A_1 t^{-2n/(3-n)} \Psi_1(\xi) \quad (n < 3) \quad (2.1)$$

$$U(r, t) = R_1(t) f_1(\xi), \quad \xi = \frac{r}{\Phi_1(t)} \quad (2.2)$$

$$\Phi_1(t) = (\Pi^{-1} \lambda^n A_1^{1-n} \beta^{-n})^{1/(1+n)} t^{n/(3-n)} \quad (2.3)$$

$$R_1(t) = (\Pi^{-1} \lambda^n A_1^2 \beta)^{1/(1+n)} t^{-3/(3-n)} \quad (2.4)$$

$$A_1 = C_1^{(1+n)/(3-n)} \left[ \beta^{-(1-n)/2} \Pi^{-1} \lambda^n \right]^{-2/(3-n)} \left[ \int_0^\infty \xi \Psi_1(\xi) d\xi \right]^{-(1+n)/(3-n)} \quad (2.5)$$

$$\Psi_1(\xi) = \left[ 1 - \frac{n(1-n)}{(3-n)(1+n)} \xi^{1+n} \right]_+^{1/(1-n)} \quad (n < 3) \quad (2.6)$$

$$f_1(\xi) = \frac{n}{3-n} \xi \Psi_1(\xi) \quad (n < 3) \quad (2.7)$$

$$\int_0^\infty \xi \Psi_1(\xi) d\xi = \frac{1}{n+1} \left[ \frac{(3-n)(1+n)}{n(1-n)} \right]^{2/(1+n)} \Gamma\left(\frac{2}{1+n}\right) \Gamma\left(\frac{2-n}{1-n}\right) \Gamma^{-1}\left(\frac{2}{1+n} + \frac{2-n}{1-n}\right) \quad (2.8)$$

$$\int_0^{\infty} \xi \Psi_1(\xi) d\xi = \frac{1}{n+1} \left[ \frac{(3-n)(1+n)}{n(n-1)} \right]^{2/(1+n)} \Gamma\left(\frac{2}{n+1}\right) \Gamma\left(\frac{3-n}{(n-1)(n+1)}\right) \times \Gamma^{-1}\left(\frac{2}{n+1} + \frac{3-n}{(n+1)(n-1)}\right) \quad (2.9)$$

В размерных координатах  $r$  и  $t$  распределения давления и скорости имеют вид

$$P - P_0 = A_1 t^{-2n/(3-n)} \left[ 1 - \frac{n(1-n)}{(3-n)(1+n)} \frac{D_1 r^{1+n}}{t^{n(1+n)/(3-n)}} \right]^{1/(1-n)} \quad (2.10)$$

$$U(r, t) = \frac{n}{3-n} A_1^{1+n} \beta^{1+n} t^{-(3+n)/(3-n)} r \left[ 1 - \frac{n(1-n)}{(3-n)(1+n)} \frac{D_1 r^{1+n}}{t^{n(1+n)/(3-n)}} \right]^{1/(1-n)} \quad (2.11)$$

$$D_1 = \frac{\Pi \beta^n}{\lambda^n A_1^{1-n}}$$

Для псевдопластических жидкостей фронт волны и максимум скорости движутся по законам

$$r_f = \left( \frac{(3-n)(1+n)}{n(1-n)D_1} \right)^{1/(1+n)} t^{n/(3-n)} \quad (n < 1) \quad (2.12)$$

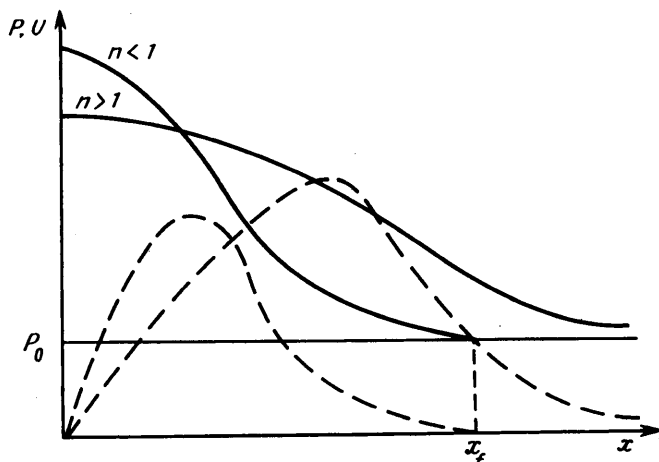
$$r_m = \left( \frac{(3-n)(1+n)}{2nD_1} \right)^{1/(1+n)} t^{n/(3-n)} \quad (n < 3) \quad (2.13)$$

Распределения давления и скорости в момент времени, отличный от начального, имеют вид, изображенный на фиг. 1: сплошные кривые относятся к давлениям, штриховые – к скоростям.

Из (2.10) нетрудно также получить соответствующую формулу для упругого режима фильтрации при  $n = 1$

$$P - P_0 = \frac{C_1 \Pi}{2\lambda t} \exp\left(-\frac{\Pi \beta}{4\lambda t} r^2\right) \quad (2.14)$$

В случае сферически-симметричных волн распределения давления и скорости име-



Фиг. 1

ЮТ ВИД

$$P - \underset{(n < 2)}{P_0} = A_2 t^{-3n/2(2-n)} \left[ 1 - \frac{1-n}{1+n} \left( \frac{n}{2(2-n)} \right)^n \frac{D_2 r^{1+n}}{t^{n(1+n)/2(2-n)}} \right]_+^{1/(1-n)} \quad (2.15)$$

$$U = \frac{n}{2(2-n)} \beta A_2 r t^{-(4+n)/2(2-n)} \left[ 1 - \frac{1-n}{1+n} \left( \frac{n}{2(2-n)} \right)^n \frac{D_2 r^{1+n}}{t^{n(1+n)/2(2-n)}} \right]_+^{1/(1-n)} \quad (2.16)$$

$(n < 2)$

$$D_2 = \frac{\Pi \beta^n}{\lambda^n A_2^{1-n}}$$

Постоянная  $A_2$ , входящая в формулы (2.15) и (2.16), определяется из следующей цепочки равенств:

$$A_2 = C_2 K_n^{-(1+n)/2(2-n)} \quad (0 < n < 2) \quad (2.17)$$

$$K_n = \frac{1}{(1+n)a_n} \Gamma\left(\frac{3}{1+n}\right) \Gamma\left(\frac{2-n}{1-n}\right) \Gamma^{-1}\left(\frac{3}{1+n} + \frac{2-n}{1-n}\right) \quad (0 < n \leq 1) \quad (2.18)$$

$$a_n = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^{3/(1+n)} \left(\frac{n}{2(2-n)}\right)^{3n/(1+n)} \quad (0 < n \leq 1) \quad (2.19)$$

$$K_n = \frac{1}{(1+n)b_n} \Gamma\left(\frac{3}{1+n}\right) \Gamma\left(\frac{2(2-n)}{(n-1)(n+1)}\right) \Gamma^{-1}\left(\frac{3}{1+n} + \frac{2(2-n)}{(n-1)(n+1)}\right), \quad (1 \leq n < 2) \quad (2.20)$$

$$b_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{3/(1+n)} \left(\frac{n}{2(2-n)}\right)^{3n/(1+n)} \quad (1 \leq n < 2) \quad (2.21)$$

Следует отметить, что формулы, полученные для цилиндрических и сферических волн, имеют физический смысл не для всех значений реологического параметра  $n$ . В случае цилиндрических волн они справедливы при  $0 < n < 3$ , а для сферических волн – при  $0 < n < 2$ , как это указано в соответствующих формулах.

Из (2.15) нетрудно получить закон движения фронта сферической волны в пласте, насыщенном псевдопластической жидкостью ( $n < 1$ )

$$r_f = \left[ \frac{1+n}{(1-n)D_2} \left( \frac{2(2-n)}{n} \right)^n \right]^{1/(n+1)} t^{n/2(2-n)} \quad (2.22)$$

3. Рассмотрим теперь основные закономерности растекания конечной массы несжимаемой нелинейно-вязкой жидкости в безнапорном пласте. Уравнения движения в приближении Дюпюи имеют вид

$$m_* \frac{\partial h}{\partial t} = -\text{div}(hU), \quad \text{grad}h = -\Pi_* \left( \frac{U}{\lambda} \right)^n \frac{U}{U} \quad (3.1)$$

где  $h$  – напор (м),  $m_*$  – пористость,  $\Pi_* = \Pi/\rho g$ ,  $\rho$  – плотность жидкости,  $g$  – ускорение свободного падения.

Для плоских и цилиндрических волн уравнения (3.1) принимают вид

$$m_i \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{1}{r^i} \frac{\partial}{\partial r} (r^i h U) \quad (i = 0, 1) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial r} = -\Pi_* \left( \frac{U}{\lambda} \right)^n \quad (n > 0) \quad (3.3)$$

Решение системы (3.2) и (3.3) ищется при условиях

$$\int_0^\infty h_i r^i dr = C_i \quad (i = 0, 1), \quad C_0 = \frac{Q}{m_* L}, \quad C_1 = \frac{Q}{2\pi m_*} \quad (3.4)$$

Здесь  $Q$  – объем мгновенно выбрасываемой в пласт жидкости,  $L$  – ширина пласта в плоском случае.

Функции  $h$  и  $U$  ищутся в виде

$$h_i(r, t) = A_i t^{m_i} \Phi_i(\xi) \quad (i = 0, 1) \quad (3.5)$$

$$U_i(r, t) = R_i(t) f_i(\xi), \quad \xi = \frac{r}{\Phi_i(t)} \quad (3.6)$$

$$\Phi_i(t) = (A_i \Pi_*^{-1} \lambda^n m_*^{-n})^{1/(1+n)} t^{(m_i+n)/(1+n)} \quad (3.7)$$

$$R_i(t) = (A_i \Pi_*^{-1} \lambda^n m_*^{-n})^{1/(1+n)} t^{(m_i-1)/(1+n)} \quad (3.8)$$

$$m_0 = \frac{-n}{2+n}, \quad m_1 = \frac{-2n}{3+n} \quad (3.9)$$

$$A_0 = (\Pi_* \lambda^{-n} m_*^n)^{1/(2+n)} [C_0 n^{-1/(1+n)} (2+n)^{-n/(1+n)}]^{(1+n)/(2+n)} \quad (3.10)$$

$$A_1 = (\Pi_* \lambda^{-n} m_*^n)^{2/(3+n)} [C_1 (1+n)^{-3} n^{2n/(1+n)} (3+n)^{(1-n)/(1+n)}]^{(1+n)/(3+n)} \quad (3.11)$$

Функции  $\Psi_i(\xi)$  и  $f_i(\xi)$  определяются из решения следующей задачи:

$$\frac{d\Psi_i}{d\xi} = -f_i^n \quad (i = 0, 1) \quad (3.12)$$

$$\frac{1}{\xi^i} \frac{d}{d\xi} (\xi^i \Psi_i f_i) - \frac{n}{2+n+i} \xi \frac{d\Psi_i}{d\xi} - \frac{n(1+i)}{2+n+i} \Psi_i = 0 \quad (3.13)$$

$$\Psi_i(0) = 1, \quad f_i(0) = 0 \quad (3.14)$$

Решение задачи (3.12)–(3.14) имеет вид

$$\Psi_i(\xi) = 1 - \left( \frac{\xi}{q_i} \right)^{1+n}, \quad \xi \leq q_i; \quad \Psi_i \equiv 0, \quad \xi > q_i \quad (3.15)$$

$$f_i(\xi) = \frac{n}{2+n+i} \xi, \quad \xi \leq q_i; \quad f_i \equiv 0, \quad \xi > q_i \quad (3.16)$$

$$q_i = (1+n)n^{-n/(1+n)} (2+n+i)^{n/(1+n)} \quad (i = 0, 1) \quad (3.17)$$

Окончательные решения в размерных переменных принимают следующий вид.  
 При  $i = 0$  (плоские волны)

$$h_0(x, t) = A_0 t^{-n/(n+2)} \left[ 1 - \left( \frac{x}{x_f(t)} \right)^{1+n} \right]_+ \quad (3.18)$$

$$U_0(x, t) = \frac{nm_*}{n+2} \frac{x}{t}, \quad x \leq x_f(t); \quad U_0 \equiv 0, \quad x > x_f(t) \quad (3.19)$$

$$x_f(t) = q_0 (A_0 \Pi_*^{-1} \lambda^n m_*^{-n})^{1/(1+n)} t^{n/(n+2)} \quad (3.20)$$

При  $i = 1$  (цилиндрические волны)

$$h_1(r, t) = A_1 t^{-2n/(3+n)} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_f(t)} \right)^{1+n} \right]_+ \quad (3.21)$$

$$U_1(r, t) = \frac{nm_*}{3+n} \frac{r}{t}, \quad r \leq r_f(t); \quad U_1 \equiv 0, \quad r > r_f(t) \quad (3.22)$$

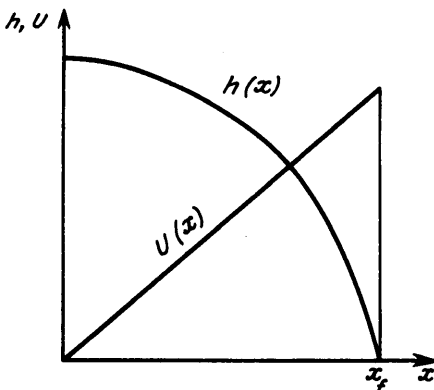
$$r_f(t) = q_1 (A_1 \Pi_*^{-1} \lambda^n m_*^{-n})^{1/(1+n)} t^{n/(3+n)} \quad (3.23)$$

Выражения (3.18) и (3.21) представляют собой уравнения свободной поверхности нелинейно-вязкой степенной жидкости при растекании постоянного количества жидкости по подошве линейного и радиального пласта соответственно.

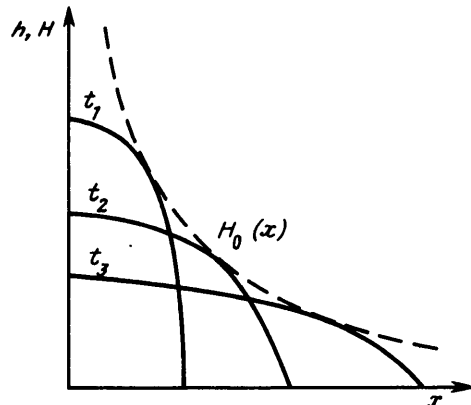
На фиг. 2 изображены распределения напора (уровня жидкости) и скорости фильтрации в момент времени, отличный от начального.

При  $n = 1$  и  $\Pi/\lambda = \mu/k$  формулы (3.18)–(3.23) совпадают с решениями задач о растекании бугра грунтовых вод в линейном и радиальном пластах [1].

Полученные решения (3.18)–(3.23) можно интерпретировать с точки зрения задачи о распространении загрязнителя (жидких отходов, обладающих неньютоновскими свойствами) в первоначально пустом незамкнутом пласте. При такой интерпретации важно понятие загрязненной зоны пласта. Зоной загрязнения назовем область пласта, ограниченную снизу естественной границей – линией подошвы пласта в плоскости  $x, h$  (соответственно  $r, h$ ), сверху – огибающей семейства кривых  $h = h(x, t)$  (или  $h = h(r, t)$ ) при различных  $t$ . Из (3.18) и (3.21) обычным способом можно найти



Фиг. 2



Фиг. 3

следующие уравнения огибающих семейства кривых напора:

$$H_0(x) = (1+n)[(2+n)^{-2-n} A_0^{2+n} \lambda^n \Pi_*^{-1} m_*^{-n}]^{1/(1+n)} \frac{q_0}{x} \quad (3.24)$$

$$H_1(r) = \frac{1+n}{3+n} \left[ \frac{2}{3+n} A^{(3+n)/2} \Pi_*^{-1} \lambda^n m_*^{-n} \right]^{2/(1+n)} \frac{q_1^2}{r^2} \quad (3.25)$$

На фиг. 3 изображены графики зависимостей  $h_0(x, t)$  для различных моментов времени. Штриховой кривой показана огибающая кривых напора  $H_0(x)$ .

Координаты точек, соответствующих максимальному возвышению уровня жидкости в линейном и радиальном пластах, определяются соотношениями

$$x_*(t) = q_0 \left[ \frac{1}{2+n} A_0 \Pi_*^{-1} \lambda^n m_*^{-n} \right]^{1/(1+n)} t^{n/(n+2)} \quad (3.26)$$

$$r_*(t) = q_1 \left[ \frac{2}{3+n} A_1 \Pi_*^{-1} \lambda^n m_*^{-n} \right]^{1/(1+n)} t^{n/(3+n)} \quad (3.27)$$

Анализ выражения (3.21) также показывает, что для сильно псевдопластических жидкостей ( $n \ll 1$ ) форма свободной поверхности близка к форме прямого конуса, а для сильно дилатантных ( $n \gg 1$ ) она близка к форме прямого цилиндра.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
2. Кочина П.Я. Точные решения нелинейного уравнения Буссинеска // Избр. тр.: Гидродинамика и теория фильтрации. М.: Наука, 1991. С. 203–206.
3. Зельдович Я.Б., Компанец А.С. К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры // Сборник, посвященный 70-летию академика А.Ф. Иоффе. М.: Изд-во АН СССР, 1950. С. 61–71.
4. Turcotte D.L., Schubert G. Geodynamics; Applications of Continuum, Physics to Geological Problems. N.Y.: Wiley, 1982. 450 p. Рус. перев.: Д. Теркот, Дж. Шуберг. Геодинамика. Т. 2. М.: Мир, 1985, 730 с.
5. Азизов Х.Ф. Граничные режимы с обострением и локализация в нелинейной фильтрации неньютоновских жидкостей // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 4. С. 91–97.
6. Азизов Х.Ф. Нестационарные диссипативные структуры при фильтрации неньютоновских жидкостей в пористой среде // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 6. С. 106–112.

Баку

Поступила в редакцию  
28.IV.1995