

УДК 532.529

© 1996 г. А.С. ИВАНОВ, В.В. КОЗЛОВ, Д.В. САДИН

## НЕСТАЦИОНАРНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ДВУХФАЗНОЙ ДИСПЕРСНОЙ СРЕДЫ ИЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО КАНАЛА КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ В АТМОСФЕРУ

В рамках механики гетерогенных сред численно исследуется истечение смеси газа высокого давления и дисперсной среды, находящейся в начальный момент времени в плотной упаковке, из цилиндрического канала конечных размеров в атмосферу. Проанализирована физическая картина и установлены характерные этапы этого процесса. Приведены экспериментальные данные, свидетельствующие об удовлетворительном соответствии математической модели исследуемому явлению.

Исследованию разлета сжатого слоя порошкообразной среды в атмосферу посвящен ряд работ [1–4]. В них подробно экспериментально и численно в одномерной постановке изучена динамика ударно-волновых явлений в системе, где толкающей средой является сжатая газовзвесь. В то же время процессы формирования двумерной двухфазной струи при истечении смеси газа высокого давления и дисперсной среды из цилиндрического канала в атмосферу изучены недостаточно.

В настоящей работе рассматривается следующая задача. Камера высокого давления представляет собой цилиндрический канал, заполненный в начальный момент частицами в плотной упаковке и газом при высоком давлении. Камера высокого давления отделена диафрагмой от окружающей среды. После разрыва диафрагмы двухфазная среда начинает стекать в атмосферу. При этом во внешнем газе образуется ударная волна, за ней следует поверхность контактного разрыва, далее – комбинированный разрыв (поверхность между газом и двухфазной средой). Одновременно в камере высокого давления формируется волна разрежения [2].

Описанное явление характеризуется относительно малым промежутком времени  $t_1$ , связанным с отношением характерного линейного размера и скорости звука в газе. Для понимания нестационарного истечения двухфазной дисперсной среды в атмосферу требуется, во-первых, исследование указанного процесса для характерного времени  $t_2 \gg t_1$ , во-вторых, учет неоднородности явления и связанных с ним эффектов.

**1. Постановка задачи.** Для математического описания исследуемого процесса будем применять методы гидромеханики монодисперсной смеси газа с частицами [5], используя известные допущения: расстояния, на которых параметры течения меняются существенно, много больше характерного размера дисперсных частиц и расстояний между ними; частицы представляют собой совокупность несжимаемых монодисперсных включений сферической формы; отсутствуют процессы дробления, слипания и образования новых дисперсных частиц, а также межфазного теплообмена; газ полагается калорически совершенным и вязкость проявляется лишь в процессах межфазного взаимодействия; пренебрегаем столкновениями между частицами. При сделанных допущениях уравнения неустановившегося пространственного течения

двухфазной дисперсной среды имеют вид [5]:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \rho_i \mathbf{v}_i = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho_1 \frac{d_1 \mathbf{v}_1}{dt} = -\nabla p - n \mathbf{f}_{12}, \quad \rho_2 \frac{d_2 \mathbf{v}_2}{dt} = n \mathbf{f}_{12} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \nabla [(\rho_1 E_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 E_2 \mathbf{v}_2) + p(\alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2)] = 0 \quad (1.3)$$

$$\rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad E_i = u_i + \frac{1}{2} \mathbf{v}_i^2 (i=1,2), \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

$$\frac{d_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_i \nabla)$$

Здесь и далее индексы "1" и "2" внизу относятся соответственно к параметрам газовой и дисперсной фаз, индекс "0" сверху относится к истинным значениям плотности,  $\nabla$  – оператор Гамильтона,  $\rho_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\mathbf{v}_i$ ,  $E_i$ ,  $u_i$  – приведенная плотность, объемная доля, вектор скорости, полная и внутренняя энергия единицы массы  $i$ -той фазы;  $p$ ,  $n$ ,  $\mathbf{f}_{12}$  – давление, число дисперсных частиц в единице объема, сила, действующая на частицу со стороны газа.

Зададим уравнения состояния фаз и законы их взаимодействия в виде [5]

$$u_1 = \frac{1}{\gamma_1 - 1} \frac{\rho}{\rho_1^0}, \quad u_2, \quad \rho_2^0 = \text{const}, \quad \mathbf{f}_{12} = \mathbf{f}_\mu + \mathbf{f}_{A1} + \mathbf{f}_m \quad (1.4)$$

$$\mathbf{f}_{A1} = \frac{4\pi r^3}{3} \rho_1^0 \frac{d_1 \mathbf{v}_1}{dt}, \quad \mathbf{f}_m = \frac{2\pi r^3}{3} \rho_1^0 \left( \frac{d_1 \mathbf{v}_1}{dt} - \frac{d_2 \mathbf{v}_2}{dt} \right)$$

$$\mathbf{f}_\mu = C_\mu \pi r^2 \frac{\rho_1^0 w_{12}^2}{2 w_{12}} \frac{\mathbf{w}_{12}}{w_{12}}, \quad C_\mu = C_\mu(\text{Re}_{12}, \alpha_2), \quad \text{Re}_{12} = \frac{2r \rho_1^0 w_{12}}{\mu_1}$$

$$\mathbf{w}_{12} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$$

Здесь  $\gamma_1$  – показатель адиабаты газа,  $\mathbf{f}_\mu$  – сила вязкого трения,  $\mathbf{f}_{A1}$  – сила Архимеда и  $\mathbf{f}_m$  – сила присоединенных масс,  $r$ ,  $\mu_1$ ,  $C_\mu$  – радиус частицы, коэффициент динамической вязкости газа, коэффициент трения, определяемый эмпирически [6].

Подставим (1.4) в (1.2), ограничиваясь случаем умеренных давлений ( $\rho_1^0 / \rho_2^0 \ll 1$ ), после ряда преобразований получим, используемые в дальнейшем, уравнения сохранения импульсов вида:

$$\frac{\partial \rho_1 \mathbf{v}_1}{\partial t} + \nabla \rho_1 \mathbf{v}_1 (\mathbf{v}_1 \mathbf{l}) + \beta_1 \nabla p = -\beta_1 \mathbf{F}_\mu \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial \rho_2 \mathbf{v}_2}{\partial t} + \nabla \rho_2 \mathbf{v}_2 (\mathbf{v}_2 \mathbf{l}) + \beta_2 \nabla p = \beta_1 \mathbf{F}_\mu$$

$$\beta_1 = \frac{2\alpha_1}{2 + \chi_m \alpha_2}, \quad \beta_2 = \frac{2\alpha_2 + \chi_m \alpha_2}{2 + \chi_m \alpha_2}, \quad \mathbf{F}_\mu = n \mathbf{f}_\mu$$

Здесь  $\rho_i \mathbf{v}_i (\mathbf{v}_i \mathbf{l})$  – поток вектора импульса фазы  $i$  через поверхность, перпендикулярную единичному вектору  $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{F}_\mu$ ,  $\chi_m$  – сила трения в единице объема, действующая со стороны газа на частицы, коэффициент, учитывающий неоднородность и несферичность частиц ( $\chi_m = 1$  для сферических частиц). В (1.5) не предполагается малости  $\alpha_2$ .

В начальный момент времени  $t = 0$  в области  $D_1: -L_1 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq R$  (в ци-

линдрической системе координат ось  $x$  направлена по оси симметрии,  $y$  – радиус) находится смесь сжатого газа (воздух) с твердыми частицами песка, представляющая двухфазную среду с параметрами:  $p = p'$ ,  $T_1 = T_2 = T$ ,  $\alpha_1 = \alpha_1'$ ,  $v_1 = v_2 = 0$ . Окружающая среда – невозмущенный газ (воздух), отделенная от канала диафрагмой, занимает область  $D_2 = DV_1$  координатной плоскости  $D$  с начальными условиями:  $p = p''$ ,  $T_1 = T_2 = T''$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $v_1 = v_2 = 0$ .

Граничные условия задачи задаются следующим образом. На стенках канала для обеих фаз – условия непротекания, на бесконечности – начальные условия.

Численное интегрирование системы (1.1), (1.5), (1.3) с описанными начальными и граничными условиями осуществлялось сквозным образом методом крупных частиц [7]. Координатная плоскость  $D$  разбивалась эйлеровой сеткой, состоящей из прямоугольных ячеек со сторонами  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ . При этом условия на бесконечности моделировались заданием на внешних границах ( $x = M$ ;  $y = N$ ;  $x = -L$ ,  $y > R$ ) начальных условий.

Расчеты выполнялись для смесей воздуха и частиц кварцевого песка. Термодинамические параметры составляющих смеси: область  $D_1 - p' = 0,6-5,1$  МПа,  $T' = 293$  К,  $\alpha_1' = 0,4$ ,  $\gamma_1 = 1,4$ ,  $\mu_1 = 1,8 \cdot 10^{-5}$  кг/(м · с),  $R_1 = 287$  Дж/(кг · К),  $r = 100$  мкм,  $\rho_2^0 = 2500$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_2 = 710$  м<sup>2</sup>/(с<sup>2</sup> · К), где  $R_1$  – газовая постоянная,  $c_2$  – удельная теплоемкость частиц; область  $D_2 - p'' = 0,1$  МПа,  $T'' = 293$  К,  $\alpha_1'' = 1$ . Длина камеры высокого давления и ее радиус соответственно составляли  $L = 0,6, 1,2$  м,  $R = 0,048$  м. Расчетная сетка состояла из  $151 \times 51$  ячеек со сторонами  $\Delta x = 0,02, 0,04, 0,08$  м;  $\Delta y = 0,012$  м.

*Эксперимент.* С целью изучения нестационарного истечения двухфазной дисперсной среды из цилиндрического канала в атмосферу, а также подтверждения достоверности используемой математической модели были выполнены эксперименты на вертикальном канале с внутренним диаметром 0,096 м и длиной  $L = 0,6$  м. Канал отделялся от атмосферы прорывной мембраной. Камера высокого давления оснащалась двумя датчиками давления ДД10, размещенными на расстояниях  $L_1 = 0,055$  м (датчик 1) и  $L_2 = 0,525$  м (датчик 2) от среза. В качестве дисперсной среды использовался кварцевый песок с параметрами, указанными выше. В экспериментах варьировалось зарядное давление в камере высокого давления  $p' = 0,6-1,1$  МПа, записывались сигналы от датчиков давления осциллографом Н-145, замерялся остаток песка после опытов.

**2. Некоторые результаты и их обсуждение.** Результаты решения поставленной задачи представляются в безразмерном виде. В качестве масштабов выбраны характерные решения соответствующей модельной задачи (односкоростное, одномерное, адиабатное приближение). Основные уравнения при сделанных допущениях получаются сложением соответствующих уравнений сохранения газовой и твердой фазы (гомогенная модель)

$$\frac{dp}{dt} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{p}{(\rho_1^0)^{\gamma_1}} = \text{const}$$

$$(v = v_1 = v_2, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2)$$

Применяя известную в газовой динамике процедуру, эти уравнения приводятся к характеристической форме [8]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Phi \pm v) + (v \pm a) \frac{\partial}{\partial x}(\Phi \pm v) = 0 \quad (2.1)$$

$$\Phi = \int \frac{a}{\rho} dp, \quad a = \sqrt{\gamma_1 \frac{p}{\rho \alpha_1}}$$

Используя справедливые для данной модели соотношения

$$\alpha_1 = 1 - A\rho, \quad A = \text{const}, \quad p(\alpha_1 / \rho)^{\gamma_1} = \text{const}$$

величина  $\Phi$  сводится к интегралу от дифференциального бинома и выражается в элементарных функциях. После преобразований имеем

$$\Phi = \frac{2}{\gamma_1 - 1} a\alpha_1$$

Уравнения (2.1) с начальными данными

$$x \leq 0: \quad p = p', \quad \rho = \rho', \quad \alpha_1 = \alpha_1', \quad v = 0 \quad (2.2)$$

$$x > 0: \quad p = p'', \quad \rho = \rho'', \quad \alpha_1 = 1, \quad v = 0$$

представляют собой модельную задачу о распространении центрированной волны разрежения по двухфазной среде от среза ко дну (предполагается, что начальное давление  $p'$  больше некоторого критического значения  $p_*$ ). Опуская промежуточные выкладки, точное решение имеет вид:

$$\left[ \frac{(1 - \alpha_1')\alpha_1}{(1 - \alpha_1)\alpha_1'} \right]^{\omega} = \left[ \frac{\alpha_1 + \omega}{\alpha_1(1 - \omega\xi)} \right] \left( \omega = \frac{\gamma_1 - 1}{2}, \quad \xi = \frac{x}{a'\alpha_1't}, \quad x \leq 0 \right) \quad (2.3)$$

$$M = \frac{v}{a} = \frac{1 + \alpha_1\xi}{1 - \omega\xi}, \quad \frac{p'}{p} = \left( 1 + \frac{\omega}{\alpha_1} M \right)^{\gamma_1/\omega}$$

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{\alpha_1'}{\alpha_1} \left( 1 + \frac{\omega}{\alpha_1} M \right)^{1/\omega}, \quad \frac{a'}{a} = \frac{\alpha_1}{\alpha_1'} \left( 1 + \frac{\omega}{\alpha_1} M \right)$$

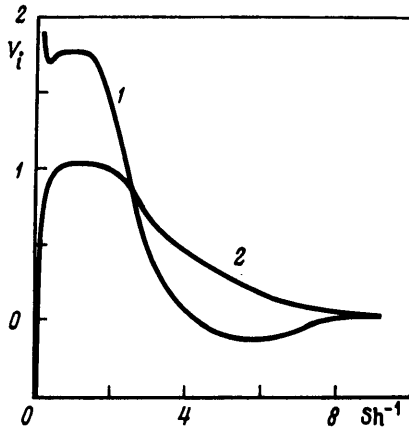
Исследования проводились в диапазонах  $0 \leq \text{Sh}^{-1} \leq 10$  ( $\text{Sh}^{-1} = at/L$ ),  $6 \leq P' \leq 51$  ( $P' = p'/p''$ ).

Анализ результатов расчетов позволяет установить физическую картину нестационарного истечения двухфазной среды из цилиндрического канала. Этот процесс можно условно разделить на ряд этапов. Первый этап связан с распадом первоначального разрыва и развитием ударно-волнового течения, описанного выше. Ввиду существенного различия инерционных свойств фаз смеси определяющими для начальной стадии являются двухскоростные эффекты из-за относительного движения фаз. Наличие силового взаимодействия между частицами и газом является причиной выравнивания скоростей (релаксации), причем характерное время релаксации для  $\text{Re}_{12} \geq 50$  может быть записано в виде [5]

$$\tau_v = \frac{16 \rho_2^\circ}{3 \rho_1^\circ} \frac{r}{|w_0|}$$

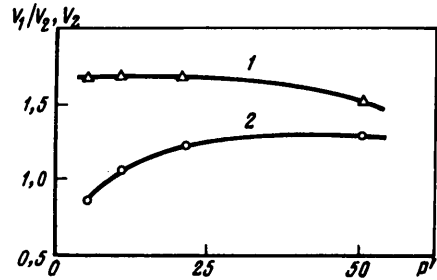
где  $w_0$  – характерная величина начального скольжения фаз.

Вместе с тем, как показывают расчеты, на срезе канала ( $x = 0,5\Delta x$ ) устанавливаются относительно стабильные и различные скорости газа ( $a\tau_v/L < \text{Sh}^{-1} \leq 1,5$ ) и дисперсной фазы ( $a\tau_v/L < \text{Sh}^{-1} \leq 2$ ) – аналог критического течения газа. На фиг. 1 показаны  $V_1, V_2$  – осевые составляющие скоростей фаз на срезе, отнесенные к критической скорости модельной задачи (2.1), (2.2)  $v_*\xi = 0, M = 1; P' = 11$ . При этом отношение скоростей (кривая 1, фиг. 2,  $\text{Sh}^{-1} = 1$ ) практически автомодельно по давлению  $P'$ , а безразмерная скорость частиц (кривая 2 фиг. 2) меняется существенно



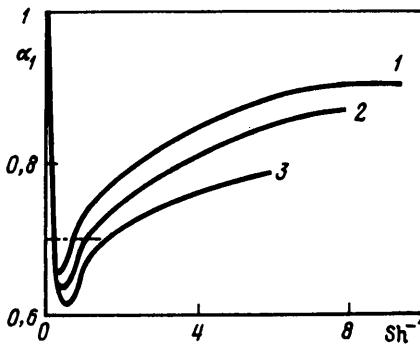
Фиг. 1

Фиг. 1. Зависимости безразмерных скоростей газа (1) и дисперсной среды (2) на срезе канала от безразмерного времени



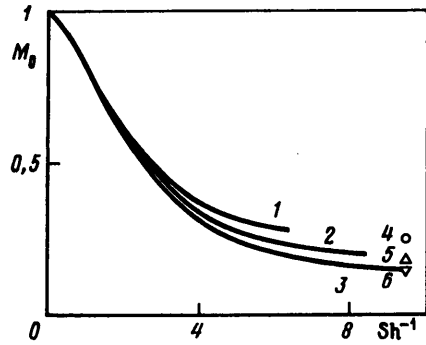
Фиг. 2

Фиг. 2. Зависимости отношения скоростей фаз (1) и безразмерной скорости дисперсной среды (2) на срезе канала от безразмерного начального давления при  $Sh^{-1} = 1$



Фиг. 3

Фиг. 3. Зависимости  $\alpha_1$  на срезе канала от безразмерного времени; 1-3 соответствуют  $P' = 21, 2 - P' = 11, 3 - P' = 6$

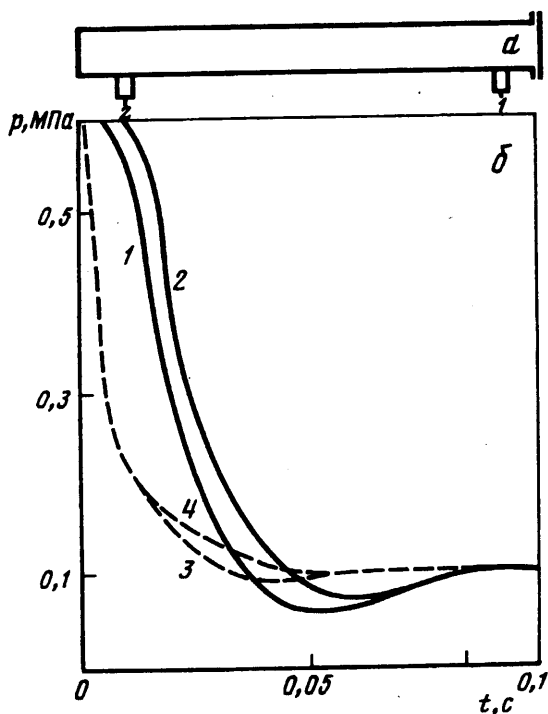


Фиг. 4

Фиг. 4. Зависимости относительного остатка дисперсной среды в канале от безразмерного времени; расчет 1-3 при  $P' = 6; 11; 21$  соответственно, опыт 4-6 при  $P' = 6; 8,5; 11$  соответственно

только при  $P' \leq 12$ . На фиг. 3 представлены зависимости  $\alpha_1$  от безразмерного времени  $Sh^{-1}$  для различных начальных давлений (кривые 1-3 соответствуют  $P' = 21, 11, 6$ ), штрих-пунктирной линией показано решение по гомогенной модели. Фронт истекающей двухфазной среды на этом этапе движется по линейному закону. Характерная длительность этого этапа может быть оценена временем прохождения волны разрежения от среза до дна канала  $\sim L/a$ .

Далее при  $Sh^{-1} \geq 2$  следует режим "истощения". Для него характерно смещение максимума профиля осевой скорости газа от среза канала вверх по потоку. При  $Sh^{-1} \geq 4$  возникает обратное течение газа в канале, что вызвано разрежением  $p < p''$ . И наконец, при  $Sh^{-1} \geq 8...9$  истечение из канала практически прекращается, что иллюстрируется графиком относительного остатка дисперсной среды в канале  $M_0$  в



Фиг. 5. Сопоставление экспериментальных и расчетных результатов: а – схема экспериментальной установки, б – расчетные 1, 3 экспериментальные 2, 4 осциллограммы давления

зависимости и от безразмерного времени (фиг. 4, где  $M_0$  – отношением массы дисперсной среды к ее начальному значению; кривые 1, 2, 3 соответствуют  $P' = 6, 11, 21$ ).

Произведено сравнение результатов расчетов с экспериментом. На фиг. 5 изображены расчетные и опытные осциллограммы давления, обозначенные цифрами 1, 2 (датчик 1), 3, 4 (датчик 2) соответственно. Замеренные в эксперименте относительные остатки дисперсной среды нанесены на фиг. 4 (4 –  $P' = 6, 5 – P' = 8,5, 6 – P' = 11$ ).

Точность расчетов контролировалась путем пересчета с изменением в два и четыре раза шагов по времени и по пространству. Выполнены методические расчеты с увеличением вязкой составляющей межфазной силы  $f_{\mu}$  в два раза. При этом счетная осциллограмма 1 (фиг. 5, б) располагалась правее случая (1.4) примерно на 5%.

**Заключение.** Численно и экспериментально исследовано истечение двухфазной среды из цилиндрического канала в атмосферу. Установлены характерные этапы процесса: распад начального разрыва и ударно-волновое течение, скоростная релаксация, критическое истечение, "истощение". В гомогенном приближении получено точное решение соответствующей модельной задачи. Удовлетворительное согласие результатов, полученных по гетерогенной и гомогенной моделям в изученных диапазонах исходных данных, позволяет использовать последнюю для предварительной оценки режимов истечения двухфазной среды из канала. Сравнение экспериментальных данных с расчетами свидетельствует об удовлетворительном соответствии математической модели исследуемому явлению.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гельфанд Б.Е., Губанов А.В., Медведев С.П., Тимофеев Е.И., Цыганов С.А. Ударные волны при разлете сжатого объема газозвеси твердых частиц // Докл. АН СССР. 1985. Т. 281. № 5. С. 1113–1116.
2. Казаков Ю.В., Федоров А.В., Фомин В.М. Расчет разлета сжатого объема газозвеси // ПМТФ. 1987. № 5. С. 139–144.
3. Медведев С.П., Поленов А.Н., Гельфанд Б.Е., Цыганов С.А. Воздушные УВ при внезапном расширении сжатой двухфазной среды насыпной плотности // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23. № 3. С. 135–139.
4. Кутушев А.Г., Рудаков Д.А. Численное исследование параметров воздушных УВ при разлете расширяющегося слоя порошкообразной среды // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28. 6. С. 105–112.
5. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
6. Стернин Л.Е., Маслов Б.И., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980. 175 с.
7. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. Вычислительный эксперимент. М.: Наука, 1982. 391 с.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию  
3.V.1995