

УДК 532. 525. 2:532.517.4

© 1996 г. С.К. ВОРОНОВ, Т.А. ГИРШОВИЧ, Е.Н. СВЕЧКОПАЛ

КОАКСИАЛЬНЫЕ ТУРБУЛЕНТНЫЕ СТРУИ С СИЛЬНЫМ ЦЕНТРАЛЬНЫМ ВЫДУВОМ

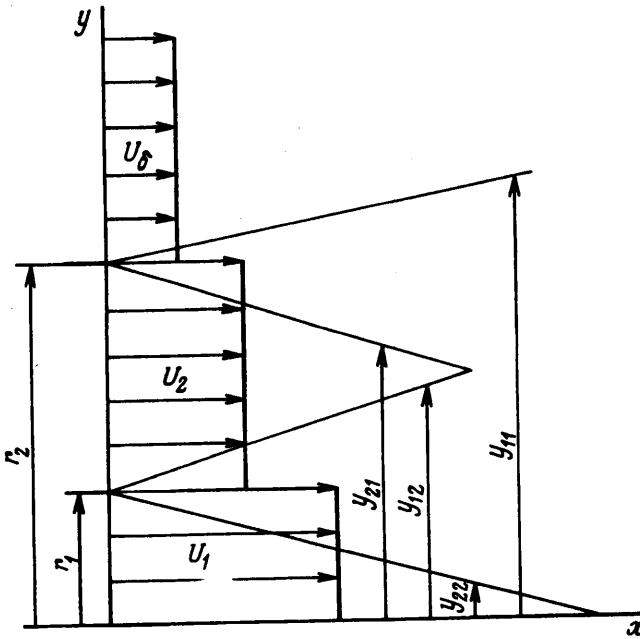
Приводятся результаты решения методом интегральных соотношений задачи о начальном участке изотермических коаксиальных струй с сильным центральным выдувом, при котором поперечный градиент давления незначителен, а циркуляционная зона в центральной струе отсутствует. При этом учитываются взаимное влияние струй и наличие спутного потока. Приводятся также результаты экспериментального исследования таких струй в широком диапазоне геометрических и режимных параметров. Результаты расчета по полученным формулам сопоставляются с опытными данными.

Коаксиальные струи реализуются в промышленных аппаратах, камерах сгорания и различного рода смесителях. Такие струи представляют собой сложное течение с наружной струей, развивающейся в несимметричных условиях, с двумя потенциальными ядрами – в центральной и наружной струях, оканчивающимися на разных удалениях от среза сопла. В переходном участке имеется неравномерный ступенчатый профиль скорости, который, как показывают опыты, по мере удаления от среза сопла в результате турбулентного перемешивания становится гладким профилем с максимумом скорости на оси центральной струи. Поэтому вдалеке от среза сопла параметры струи можно рассчитывать как параметры одиночной круглой струи в спутном потоке.

Имеется ряд работ, посвященных таким струям (см., например, [1–4]), но вопрос о взаимодействии коаксиальных струй изучен еще недостаточно как в экспериментальном, так и в теоретическом плане. Экспериментально изучены лишь отдельные режимы течения, тогда как необходимы данные о развитии коаксиальных струй в широком диапазоне изменения отношения начальных скоростей наружной (кольцевой) и внутренней струй от значений, существенно больших единицы, до значений, близких к нулю, и отношения радиусов наружного и внутреннего сопел.

В литературе отсутствует достаточно надежная методика расчета параметров начального участка коаксиальных струй. В [3] вместо истинной картины течения рассматривается течение со ступенчатым профилем скорости без зон смешения. При этом принимается, что скорости в поперечных сечениях внутренней и наружной струй постоянны, но различаются по величине. Кроме того, величины этих скоростей, а также площади поперечных сечений струй меняются с удалением от среза сопла за счет эжекции жидкости из окружающей каждую струю среды. Используя гипотезу об эжекционных способностях каждой из струй в предположении равенства их коэффициентов эжекции, решается система обыкновенных дифференциальных уравнений относительно величин средних скоростей в обеих струях и некоторых средних границ обеих струй. Этот подход, таким образом, не позволяет определить характеристики зон смешения на границах внутренней и кольцевой струй и, следовательно, определить профили скорости в поперечных сечениях коаксиальных струй.

В [4], где приведено решение задачи о начальном участке коаксиальных струй методом интегральных соотношений и определены границы обеих зон смешения,



Фиг. 1. Схема течения коаксиальных струй

считается, что наружная и внутренняя зоны смешения развиваются независимо, т.е. не учтено взаимное влияние струй на их развитие. А это влияние должно быть тем больше, чем больше разница скоростей обеих струй и чем меньше отношение наружного и внутреннего радиусов кольцевой струи. Это влияние следует учитывать в расчетной методике характеристик коаксиальных струй. Следует также отметить, что работы о коаксиальных струях в спутном потоке в литературе отсутствуют.

Ниже приводится решение задачи о начальном участке изотермических коаксиальных струй с сильным центральным выдувом, при котором поперечный градиент давления незначителен, а циркуляционная зона в центральной части отсутствует. При этом рассматриваются коаксиальные струи в спутном потоке, а интегральные соотношения составляются таким образом, чтобы учитывалось взаимное влияние струй. Приводятся также результаты экспериментального исследования таких струй, их анализ и сопоставление расчетных и экспериментальных данных.

Пусть струя несжимаемой жидкости вытекает из центрального сопла радиуса r_1 со скоростью U_1 в соосную с ней кольцевую струю, вытекающую со скоростью U_2 из кольцевого сопла с внутренним радиусом r_1 и наружным радиусом r_2 . В свою очередь коаксиальные струи вытекают в спутный поток, имеющий скорость U_δ . Схема такого течения со всеми обозначениями показана на фиг. 1.

Предположим, что профили скорости в зонах смешения, образующихся на внутренней и наружной границах кольцевой струи, подобны и могут достаточно хорошо описываться формулой Шлихтинга. Необходимо отметить, что это допущение вполне удовлетворительно согласуется с опытными данными, известными из литературы. Допустим также, что касательные напряжения в этих зонах смешения можно определять по формуле пути смешения Прандтля.

Поскольку профиль скорости считается известным, для решения задачи используем метод интегральных соотношений [5,6]. При этом для определения четырех границ внутренней и наружной зон смешения используем условие сохранения избыточного импульса во внутренней струе и соответствующее условие сохранения энергии, а также условие сохранения суммарного избыточного импульса и интегральное соотно-

шение энергии, записанные для всей области течения в коаксиальных струях

$$\frac{d}{dx} \int_0^{y_2} U(U - U_2) y^j dy = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{y_2} U(U - U_2)^2 y^j dy = 2 \int_0^{y_2} \frac{\partial(U - U_2)}{\partial y} \langle U'V' \rangle y^j dy$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{y_1} U(U - U_\delta) y^j dy = 0, \quad \frac{d}{dx} \int_0^{y_1} U(U - U_\delta)^2 y^j dy = 2 \int_0^{y_1} \frac{\partial U}{\partial y} \langle U'V' \rangle y^j dy$$

где $j = 0$ – для плоских струй, $j = 1$ – для осесимметричных.

В соответствии с принятым допущением профили скорости во внутренней и наружной зонах смешения можно описывать формулами

$$\frac{U - U_2}{U_1 - U_2} = f(\eta_1), \quad \frac{U - U_\delta}{U_2 - U_\delta} = f(\eta_2), \quad f(\eta_i) = 2\eta_i^{3/2} - \eta_i^3 \quad (2)$$

$$\eta_1 = \frac{y_{12} - y}{y_{12} - y_{22}}, \quad \eta_2 = \frac{y_{11} - y}{y_{11} - y_{21}} \quad (3)$$

Подстановка (2) и (3) в (1), вычисление интегралов и интегрирование полученных обыкновенных дифференциальных уравнений по x приводят в случае $j = 0$ к системе алгебраических уравнений. Решение этой системы дает следующие формулы для ширин зон смешения и для внутренней границы каждой из зон смешения:

$$\delta_2 = \frac{40,6(1 - m_1)}{1 + 0,914m_1} \beta_2^2 x \quad (4)$$

$$y_{22} = 1 - (0,416 + 0,134m_1)\delta_2$$

$$\delta_1 = \frac{40,6(1 - m_2)}{1 + 0,914m_2} \beta_1^2 x$$

$$y_{21} = k - \frac{0,134(1 - m_1)^2}{m_1} \delta_2 - (0,416 + 0,134m_2)\delta_1 \quad (5)$$

$$m_1 = \frac{U_2}{U_1}, \quad m_2 = \frac{U_\delta}{U_2}$$

Из сопоставления формул для внутренней и наружной зон смешения виден интересный факт: в выражении для внутренней границы наружной зоны смешения (5) появляется по сравнению с обычной струей дополнительный член

$$\frac{0,134(1 - m_1)^2}{m_1} \delta_2$$

характеризующий разворот границ наружной зоны смешения к центральной оси. При этом разворот тем сильнее, чем меньше параметр сплутности m_1 . Как будет показано ниже, этот результат подтверждается данными эксперимента.

В случае осесимметричных струй ($j = 1$) из (1) получаются два алгебраических уравнения и два обыкновенных дифференциальных уравнения

$$a_1 y_{22}^2 + a_2 y_{12} y_{22} + a_3 y_{12}^2 = 1 \quad (6)$$

$$b_1 y_{22}^2 + b_2 y_{12} y_{22} + b_3 y_{12}^2 + b_4 y_{21}^2 + b_5 y_{11} y_{21} + b_6 y_{11}^2 = 0,5 \left[1 + \frac{m_1^2 (1 - m_2)}{1 - m_1 m_2} (k^2 - 1) \right] \quad (7)$$

$$\frac{d}{dx}(c_1 y_{22}^2 + c_2 y_{12} y_{22} + c_3 y_{12}^2) = -2\beta_2^2 |1 - m_1| (0,826 y_{12} + 0,594 y_{22}) \quad (8)$$

$$\frac{d}{dx}(d_1 y_{22}^2 + d_2 y_{12} y_{22} + d_3 y_{12}^2 + d_4 y_{21}^2 + d_5 y_{11} y_{21} + d_6 y_{11}^2) = \quad (9)$$

$$= -\frac{2}{(1 - m_1 m_2)^2} \left[\beta_2^2 |1 - m_1|^3 (0,826 y_{12} + 0,594 y_{22}) + \beta_1^2 m_1^3 |1 - m_2|^3 (0,826 y_{11} + 0,594 y_{21}) \right]$$

$$\beta_i = l_i / \delta_i \quad (10)$$

Здесь β_i – эмпирические константы теории пути смешения Прандтля для внутренней и наружной зон смешения. Коэффициенты в (6) – (10) имеют вид

$$a_1 = 0,382 - 0,124 m_1, \quad a_2 = 0,404 - 0,02 m_1, \quad a_3 = 0,214 + 0,144 m_1$$

$$b_1 = 0,5 - e[0,309 + m_1(0,124 + 0,067 m_1 - 0,371 m_2 - 0,129 m_1 m_2)]$$

$$b_2 = g(0,202 + 0,182 m_1 - 0,192 m_1 m_2)$$

$$b_3 = g(0,107 + 0,251 m_1 - 0,179 m_1 m_2), \quad b_4 = m_1^2 h(0,107 + 0,072 m_2)$$

$$b_5 = m_1^2 h(0,202 - 0,01 m_2), \quad b_6 = m_1^2 h(0,107 + 0,072 m_2)$$

$$c_1 = 0,227 - 0,036 m_1, \quad c_2 = 0,2 + 0,002 m_1, \quad c_3 = 0,073 + 0,034 m_1$$

$$d_1 = 0,5 - \kappa_2, \quad d_2 = 2\kappa_2 - \kappa_1, \quad d_3 = \kappa_1 - \kappa_2 - 0,5 m_1^3 h^2$$

$$d_4 = m_1^3 h^2 (0,227 - 0,036 m_2), \quad d_5 = m_1^3 h^2 (0,2 + 0,002 m_2)$$

$$d_6 = m_1^3 h^2 (0,073 + 0,034 m_2)$$

$$e = \frac{1}{1 - m_1 m_2}, \quad g = \frac{1 - m_1}{1 - m_1 m_2}, \quad h = \frac{1 - m_2}{1 - m_1 m_2}$$

$$\kappa_1 = e^2 [0,346 + m_1(0,21 + 0,192 m_1 - 0,832 m_2 + 0,252 m_1^2 - 0,536 m_1 m_2 - 0,632 m_1^2 m_2 + 0,55 m_1 m_2^2 + 0,45 m_1^2 m_2^2)]$$

$$\kappa_2 = e^2 (1,2 - 2,673 m_1 - 0,618 m_2 + 1,236 m_1 m_2 + 2,859 m_1^2 - 0,886 m_1^3 - 2,102 m_1^2 m_2 + 0,484 m_1^3 m_2 + 0,371 m_1^2 m_2^2 + 0,129 m_1^3 m_2^2)$$

При решении системы (6)–(9) вместо дифференциальных уравнений (8) и (9) рассматривались интегральные уравнения, получающиеся при интегрировании этих уравнений по x от 0 до x при условиях

$$x = 0: \quad y_{12} = y_{22} = 1, \quad y_{21} = y_{11} = k$$

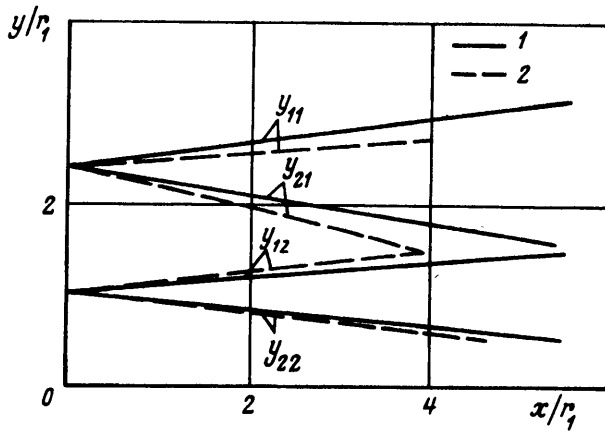
Тогда в правых частях уравнений получаются интегралы от y_{12} , y_{22} , y_{11} , y_{21} , которые в первом приближении определялись из условия, что y_{12} , y_{22} , y_{11} , y_{21} находятся по формулам для обычных плоских струй, т.е.

$$y_{12} = 1 + (0,584 - 0,134 m_1) \delta_2, \quad y_{22} = 1 - (0,416 + 0,134 m_1) \delta_2$$

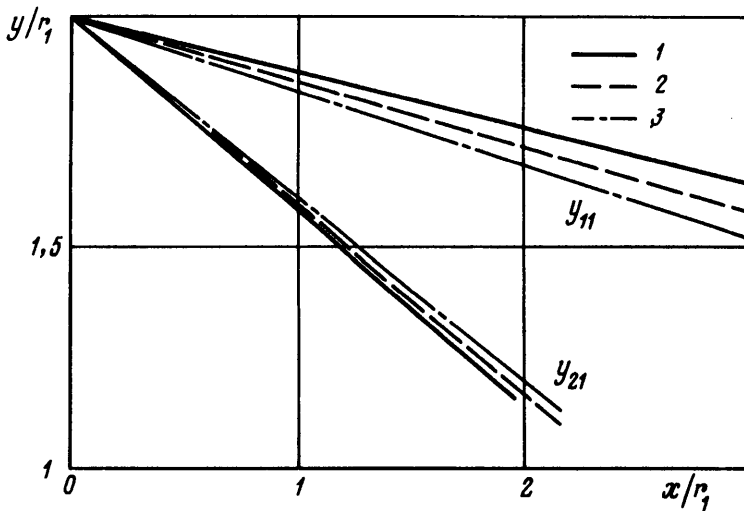
$$y_{11} = k + (0,584 - 0,134 m_2) \delta_1, \quad y_{21} = k - (0,416 + 0,134 m_2) \delta_1$$

В таком предположении получается система алгебраических уравнений относительно четырех границ зон смешения, которая легко решается при каждом заданном значении x .

На фиг. 2 показаны границы внутренней и наружной зон смешения при $k = r_2 / r_1 = 4$, $m_2 = 0$, $m_1 = 0,238$ (сплошные кривые) и $m_1 = 0,115$ (штриховые кривые). Видно,



Фиг. 2. Границы наружной и внутренней зон смешения при $k = 4$, $m_2 = 0$: 1 - $m_1 = 0,238$, 2 - $m_1 = 0,115$



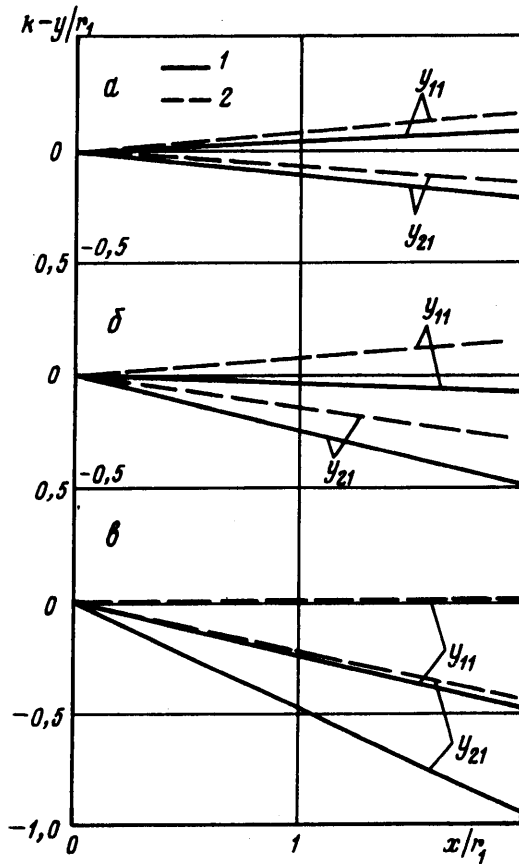
Фиг. 3. Расчетные границы наружной зоны смешения при $k = 2$, $m_1 = 0,05$: 1 - $m_2 = 0, 2 - m_2 = 0,05$, 3 - $m_2 = 0,1$

что с уменьшением величины m_1 наружное ядро укорачивается, а наружная зона смешения разворачивается по направлению к внутренней струе.

Расчеты при разных величинах k и одних и тех же величинах m_1 показывают, что с уменьшением величины отношения радиусов $k = r_2/r_1$ разворот наружной зоны несколько возрастает, а длина ядра наружной струи укорачивается.

На фиг. 3 показаны результаты расчета границ наружной зоны смешения при $k = 2$, $m_1 = 0,05$ и трех величинах параметра $m_2 = 0, 0,05, 0,1$, рассчитанных по формулам, учитывающим осевую симметрию течения. Видно, что разворот наружной зоны смешения определяется только величиной m_1 , а параметр спутности m_2 влияет практически только на ширину наружной зоны смешения. Такой же результат следует из формулы для внутренней границы наружной зоны смешения плоских струй (5).

На фиг. 4 показаны результаты расчета границ наружной зоны смешения при $m_2 = 0$, двух величинах отношения радиусов $k = 1,33$ и $4,0$ и трех величинах отношения скоростей наружной и внутренней струй $m_1 = 0,05, 0,1$ и $0,2$. На границах наружные



Фиг. 4. Расчетные границы наружной зоны смешения при $m_2 = 0, m_1 = 0,2$ (а), $m_1 = 0,1$ (б), $m_1 = 0$ (в): 1 - $k = 1,33$, 2 - $k = 4$

кромки кольцевых сопел для удобства сравнения при $k = 1,33$ и $k = 4$ совмещены. Видно, что при одном и том же значении m_1 и с ростом величины k разворот наружной зоны смешения уменьшается. На ширину зоны смешения величина k практически не влияет. Можно заметить также небольшое влияние на ширину наружной зоны смешения параметра m_1 .

Отметим, что формулы для плоской струи (4), (5) не позволяют оценить отмеченное выше влияние параметров k и m_1 на характеристики наружной зоны смешения.

На фиг. 5 показаны результаты расчета границ внутренней зоны смешения при $k = 2, m_2 = 0$ и больших значениях параметра $m_1 = 0,5, 1,5$ и $2,0$. Видно, что при величинах $m_1 = 0,5$ и $2,0$ ширина зоны смешения получается одинаковой, но при $m_1 = 2,0$ вся зона смешения разворачивается к оси, так что длина начального участка внутренней струи становится меньше. При $m_1 = 1,5$ ширина зоны смешения меньше (примерно в соответствии с формулой $\delta \sim |(1 - m)/(1 + m)|$ - см. [7]). Расчеты показали также, что при таких больших значениях m_1 величины k и m_1 не оказывают влияния на разворот наружной зоны смешения.

Для изучения характеристик коаксиальных струй и апробации полученного выше решения задачи было проведено экспериментальное исследование коаксиальных струй с сильным центральным выдувом (достаточно для того, чтобы в центральной области не образовалось циркуляционное течение). Исследование проводилось на уста-

новке, описанной в [4] и обеспечивающей подачу коаксиальных струй в широком диапазоне изменения отношения скоростей центральной и кольцевой струй ($m_1 = U_2/U_1 = 0 - \infty$) и изменения отношения наружного и внутреннего радиусов кольцевого сопла. Радиусы внешних сопел на срезе равны 40, 50 и 60 мм; радиусы внутренних сопел 15, 25 и 30 мм. Таким образом, величина k с помощью сменных сопел изменялась в пределах 1,33 - 4.

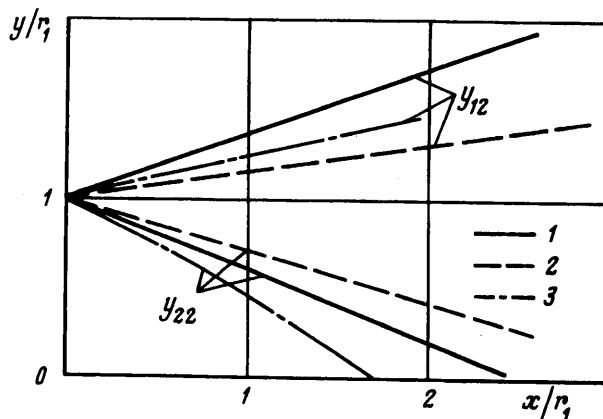
Сужающаяся кольцевая проточная часть состояла из трех участков. В первом, сужающемся участке обеспечивалось достаточно сильное поджатие потока на выходе из ресивера. Затем во втором, цилиндрическом участке происходила стабилизация поджатого потока. Далее в третьем, сужающемся участке перед истечением из сопла кольцевой поток вновь поджимался (несколько в меньшей степени, чем в первом участке). Такое сильное многоступенчатое поджатие потока позволило минимизировать толщину пограничного слоя на стенках сопла. При конструировании кольцевого сопла обеспечивалось также плавное изменение площади проходного сечения. Для получения установившегося течения на выходе из сопла все сопла имели цилиндрический участок. Скосы потока на срезе сопел измерялись шестиствольным насадком и оказались менее 1° .

При исследовании коаксиальных струй с сильным центральным выдувом производились измерения полей скорости в поперечных сечениях начального участка с помощью гребенки полного давления в широком диапазоне изменения величин m_1 и k . Границы внутренней и наружной зон смешения определялись по профилям скорости как линии, на которых избыточная скорость $U - U_2 = 0,1$ и $0,95$ от избыточной скорости в ядре центральной струи $U_1 - U_2$.

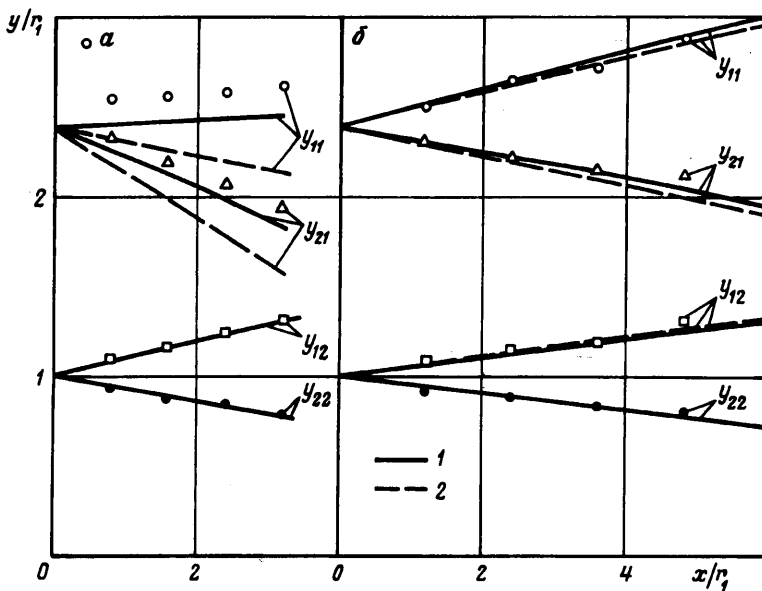
Оценка точности определения профиля скорости в поперечных сечениях начального участка коаксиальных струй показала, что во внутренней зоне смешения погрешность в определении величин скорости составляла 3%. В наружной зоне смешения при больших величинах m_1 погрешность находилась в тех же пределах. Однако при малых величинах m_1 погрешность возрастала до 10%.

Величины эмпирических констант β во внутренней и наружной зонах смешения определялись из сопоставления результатов расчета ширин зон смешения и опытных данных при $m_1 = 0$ для внутренней зоны смешения и при больших величинах m_1 - для наружной. Величины β в наружной и внутренней зонах смешения оказались разными и принимались в расчетах $\beta_2 = 0,0832$; $\beta_1 = 0,076$. Теоретическая оценка соотношения эмпирических констант для плоских и осесимметричных струй показала, что $\beta_{pl} = 1,036 \beta_{ax}$.

На фиг. 6 показано сопоставление расчетных и опытных границ внутренней и на-



Фиг. 5. Расчетные границы внутренней зоны смешения при $k = 2$, $m_2 = 0$: 1 - $m_1 = 0,5$, 2 - $m_1 = 1,5$, 3 - $m_1 = 2$



Фиг. 6. Сравнение расчетных и опытных границ наружной и внутренней зон смешения при $k = 2,4$, $m_2 = 0$, $m_1 = 0,115$ (а) и $m_1 = 0,368$ (б): 1 – осесимметричная струя, 2 – плоская струя

наружной зон смешения при $k = 2,4$, $m_2 = 0$ и $m_1 = 0,115$ и $0,368$. Опытные данные свидетельствуют о том, что наружная зона смешения действительно разворачивается по направлению к центральной струе, а результаты расчета границ зон смешения в основном удовлетворительно согласуются с опытными данными. На фиг. 6 штриховыми кривыми показаны границы зон смешения, рассчитанные по формулам для плоских струй (4), (5).

Сопоставление расчетных кривых, полученных по формулам для плоских и осесимметричных струй, показывает, что кроме малых величин m_1 ($m_1 < 0,2$) эти формулы дают близкие результаты. При малых m_1 расчеты по формулам для плоских струй дают существенно завышенную величину разворота наружной зоны смешения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-17501).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Champagne F.H., Wygnanski I.J.* An experimental investigation of coaxial turbulent jets // Intern. J. Heat and Mass Transfer. 1971. V. 14. № 9. P. 1445–1464.
2. *Кузов К.П.* Экспериментальное исследование турбулентных характеристик в начальном участке течения, возникающем при смешении свободных коаксиальных струй с ограниченными радиальными размерами // Теоретична и приложна механика. 2-й Нац. конгр. по теорет. и прикл. механике. Варна, БАН, 1975. С. 689–696.
3. *Morton B.R.* Coaxial turbulent jets // J. Heat and Mass Transfer. 1962. V. 5. № 10. P. 955–965.
4. *Воронов С.К.* Теоретическое и экспериментальное исследование коаксиальных турбулентных струй // Создание летательных аппаратов и их двигателей. М.: МАИ, 1980. С. 4–9.
5. *Гиневский А.С.* Теория турбулентных струй и следов. М.: Машиностроение, 1969. 397 с.
6. *Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А., Крашенинников С.Ю. и др.* Теория турбулентных струй. М.: Наука, 1984. 716 с.
7. *Абрамович Г.Н.* Теория турбулентных струй. М.: Физматгиз, 1960. 715 с.