

УДК 532.516:519.63

© 1996 г. Н.В. НИКИТИН

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИСТЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Приводятся статистические характеристики турбулентности, полученные прямым численным моделированием двух течений – течения в трубе кругового сечения и течения в канале с параллельными стенками. Анализируется форма профилей скорости, и распределений статистических моментов до 4-го порядка включительно. Результаты вычислений сопоставляются с известными экспериментальными и численными данными.

За последние годы вычислительный эксперимент стал одним из наиболее мощных инструментов исследования турбулентности. Данные, полученные прямым численным моделированием пристенных течений, например в [1–3], позволили уточнить, а в ряде случаев и заметно дополнить существующие представления о структуре турбулентности вблизи твердой стенки. Числа Рейнольдса в расчетах, как правило, много меньше чисел Рейнольдса большинства практически важных течений. Тем не менее можно надеяться, что именно вблизи стенки, где экспериментальные измерения особенно трудны, имеется универсальность, позволяющая переносить результаты вычислений на случаи больших чисел Рейнольдса.

В настоящей работе приводятся статистические характеристики турбулентности, полученные прямым численным моделированием двух течений – течения в трубе кругового сечения и течения в канале с параллельными стенками. Результаты для обоих течений получены с помощью единого алгоритма решения трехмерных нестационарных уравнений Навье – Стокса [4]. Расчеты выполнены с пространственным разрешением (около 10^6 степеней свободы), достаточным для описания всех существенных масштабов при рассматриваемых числах Рейнольдса $Re \approx 6000$. В работе проводится сопоставление результатов с известными экспериментальными и численными данными. В тех случаях, когда данные различных экспериментов согласуются между собой, результаты настоящей работы лежат в пределах разброса измерений. Особое внимание уделено сравнению результатов с расчетами турбулентных течений в плоском канале [1] и в пограничном слое [2]. Общее согласие по всем наиболее важным статистическим характеристикам очень хорошее.

1. Постановка задачи в вычислительный алгоритм. Постановка задачи традиционна для численного моделирования турбулентности в трубах и каналах [4]. Течение описывается трехмерными нестационарными уравнениями Навье – Стокса для несжимаемой жидкости. На твердых стенках ставятся условия прилипания. В направлениях однородности течения – вдоль направления основного потока x , а в плоском канале и в боковом направлении z – предполагается периодичность. Стартуя с некоторых начальных данных, интегрирование ведется до выхода течения на квазистационарный режим. После этого расчет продолжается с одновременным вычислением средних величин. Для ускорения сходимости статистик вместе с осреднением по времени производится осреднение по однородным пространственным координатам x , z в канале и x , θ (θ – полярный угол), в трубе.

Подробное описание основных элементов вычислительного алгоритма приведено в [4]. Поле скорости ищется в виде двумерного ряда Фурье по однородным пространственным

координатам. По нормальной к твердым стенкам координате (y – в канале и полярный радиус r в трубе) уравнения аппроксимируются центральными разностями второго порядка точности. Нелинейные члены вычисляются коллокационным методом [5]. Дискретизацией уравнений по пространственным координатам задача приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений порядка L

$$\frac{dX}{dt} = F(t, X), \quad L = 2(2K+1)(2N+1)M \quad (1.1)$$

Здесь $2K+1$ – число членов ряда Фурье в направлении x ($K+1$ косинусов и K синусов), $2N+1$ – число членов ряда Фурье в направлении θ или z , M – число узлов конечноразностной сетки по r или y . Оператор F в правой части (1.1) в рассматриваемых течениях не зависит от времени. Зависимость F от t в (1.1) указана лишь для удобства дальнейшего описания схемы интегрирования.

Существенное отличие используемого в настоящей работе алгоритма от метода [4] заключается в схеме интегрирования по времени. В [3, 4] применялся полунявный метод, основанный на методе Рунге – Кутты второго порядка точности. Этот метод при удовлетворительной точности позволяет преодолеть проблему жесткости, связанную с вязкими членами уравнений Навье – Стокса. Следующим фактором, ограничивающим величину шага по времени, является неустойчивость, связанная с конвективными членами уравнений Навье – Стокса, проявляющаяся при больших значениях K , что было отмечено в [4]. Конвективная неустойчивость при наличии вязкости очень слабая, и поэтому алгоритм управления шагом интегрирования, описанный в [4], не всегда успевает адекватно на нее реагировать. Результатом этого являются завышенные значения амплитуд старших фурье-гармоник. Для определения этого дефекта была разработана и применена в настоящей работе следующая полунявная схема интегрирования системы (1.1), основанная на методе Рунге – Кутты третьего порядка точности:

$$X_0 = X(t_0), \quad F_0 = F(t_0, X_0) \quad (1.2)$$

$$\frac{X_1 - X_0}{\Delta t} = F_0 + \gamma A(X_1 - X_0)$$

$$F_1 = F(t_0 + \Delta t, X_1) \quad (1.3)$$

$$\frac{X_2 - X_0}{\Delta t} = \frac{1}{4} F_0 + \frac{1}{4} F_1 + \gamma A(X_2 - X_0)$$

$$F_2 = F(t_0 + \Delta t / 2, X_2) \quad (1.4)$$

$$\frac{X_3 - X_0}{\Delta t} = \frac{1}{6} F_0 + \frac{1}{6} F_1 + \frac{2}{3} F_2 + \gamma A(X_3 - 2X_2 + X_0)$$

$$X(t_0 + \Delta t) = X_3$$

$$\gamma = (2 + \sqrt[3]{2} + 1 / \sqrt[3]{2}) / 3$$

Линейный оператор A есть некоторая аппроксимация Якобиана F , включающая наиболее жесткую его часть.

Схема (1.2)–(1.4) при $A = 0$ есть явный метод Рунге – Кутты третьего порядка точности. Наличие неявных членов (при $A \neq 0$) понижает порядок точности до второго. В практических вычислениях в качестве оператора A берутся вязкие члены уравнений Навье – Стокса или часть вязких членов [4]. В этих случаях схема сохраняет свои свойства устойчивости относительно конвективных членов. Оценка локальной погрешности интегрирования и выбор шага проводятся аналогично [4] путем сравнения двух приближений к $X(t_0 + \Delta t)$ разного порядка точности. Этими приближениями являются величины $2X_2 - X_0$ и X_3 . Как и в [4], дополнительное повышение точности и устойчивости достигается переходом в подвижную систему координат, перемещающуюся вдоль x со скоростью $c_r \approx U_c / 2$, где U_c – максимальная скорость течения.

	Λ_x	Λ_z	$2K+1$	$2N+1$	M	L	Λ_x^+	Λ_z^+	Δx^+	Δz^+
Труба	$2\pi\delta$	$2\pi\delta$	63	85	80	856800	1290	1290	13,4	10,0
Канал	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	63	43	160	866800	1130	565	11,8	8,8

Приведенная схема требует трехкратного вычисления функции F на каждом шаге, в отличие от схемы [4], требующей двух вычислений F . Это, однако, с лихвой компенсируется увеличением шага интегрирования за счет повышения точности и устойчивости. Применение схемы (1.2)–(1.4) в задаче моделирования пространственного развития турбулентности [6], где аппроксимация вдоль x проводилась конечноразностным методом, позволило обойтись без использования разностей против потока. Важным свойством приведенной схемы является ее экономичность к требованию необходимой памяти ЭВМ. При оптимальной организации вычислений реализация всех шагов, включая алгоритм оценки локальной погрешности и управления шагом интегрирования, требует лишь $3,5L$ слов памяти ЭВМ, что не превосходит требований схемы [4]. Экономичная полунейвная схема, основанная на методе Рунге – Кутты третьего порядка точности, разработанная Спалартом (неопубликованная работа), применялась ранее в [7]. В отличие от (1.2)–(1.4) схема Спаларта не предусматривает использования переменного шага интегрирования, что очень неудобно при моделировании течений с меняющимися временными масштабами. Добавление же алгоритма оценки локальной погрешности в эту схему невозможно без использования дополнительных ресурсов памяти ЭВМ.

2. Выбор параметров. Представляемые данные получены при следующих числах Рейнольдса: $Re = 6000$ в трубе и $Re = 5600$ в канале. Число Рейнольдса определяется традиционным способом: $Re = 2\delta U_m / \nu$, где U_m – средняя расходная скорость, δ – радиус трубы или полуширина канала. $Re = 6000$ для трубы – минимальное число Рейнольдса, при котором в профиле скорости проявляется логарифмический слой с константами, близкими к универсальным [3, 8]. Течение в канале при $Re = 5600$ рассчитывалось в [1], таким образом, возможно прямое сравнение результатов [1] и настоящей работы. С другой стороны, сопоставление результатов для разных пристенных течений при близких числах Рейнольдса позволяет судить об их универсальности.

Значения алгоритмических параметров в каждом из вариантов – протяженность расчетной области Λ_x, Λ_z в направлениях x и z , число учитываемых членов в рядах Фурье $2K + 1, 2N + 1$, число узлов M конечноразностной сетки по нормальной к стенкам координате и порядок системы (1.1) L , приведены в табл. 1. Значения Λ_x и K определяют максимальный и минимальный масштабы в направлении x , учитываемые в расчете. Эти масштабные, нормированные на динамическую длину, приведены в табл. 1 (Λ_x^+ и Δx^+). Верхним индексом «+» здесь и далее обозначаются величины, нормированные на динамическую скорость $U_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$ и динамическую длину $l_\tau = \nu / U_\tau$, где τ_w – среднее трение на стенке, ρ, ν – плотность и вязкость жидкости. Величина Δx определяется как расстояние между точками коллокаций вдоль оси x : $\Delta x \approx \Lambda_x / 3(K + 1)$. Критерием выбора Λ_x является условие некоррелированности пульсаций скорости в точках, разделенных расстоянием $\Lambda_x / 2$, а достаточность K контролируется степенью затухания одномерных пространственных спектров [1]. Выбранные значения Λ_x, K обеспечивают затухание спектров всех компонент скорости на 1,5–3 порядка, что можно считать достаточным, но не излишним. Коэффициенты автокорреляции пульсаций в точках x и $x + \Lambda_x / 2$ имеют значения около 0,01 для нормальной и трансверсальной компонент скорости v и w . Пульсации продольной скорости u оказываются более коррелированными (кроме приосевой области каналов), коэффициенты их автокорреляций уменьшаются лишь до 0,1. Для оценки возможного влияния Λ_x на статистические характеристики были проведены тестовые расчеты с $\Lambda_x = 3\pi\delta$, какой-либо тенденции к изменению результатов замечено не было. Слабое затухание автокорреляции u -компоненты скорости объясняется наличием вблизи стенки вытянутых областей ускоренного и замедленного движения [9].

Затухание автокорреляций в трансверсальном направлении более быстрое, чем в продольном, что в случае канала позволяет рассматривать расчетные области меньшей протяженности. В трубе размер Λ_z равен периметру поперечного сечения и имеет

фиксированную величину $2\lambda_d$. Характерный поперечный размер вихрей вблизи стенки существенно меньше их продольного размера, поэтому величина Δz выбирается меньшей, чем Δx . Указанная в табл. 1 величина Δz^+ для трубы относится к расстоянию между узлами коллокаций в угловом направлении на стенке, т.е. при $r/\delta = 1$. При приближении к оси трубы это расстояние уменьшается пропорционально r . Выбранные значения параметра N обеспечивают затухание спектров не менее чем на 1,5 порядка в ядре потока, за исключением непосредственной близости к стенке. В этом районе спектры затухают лишь на один порядок. Одномерные спектры пульсаций u и компоненты скорости по трансверсальному направлению имеют отчетливо выраженный максимум при $n \sim N/3$. Это соответствует длинам волн $\lambda_z^+ \approx 100$, что согласуется с данными экспериментов о поперечном размере структур в турбулентном пристенном слое. Относительно слабое общее падение амплитуд фурье-гармоник в трансверсальном направлении не сказывается сколь-нибудь серьезно на статистических характеристиках, что подтверждается расчетами с большими N .

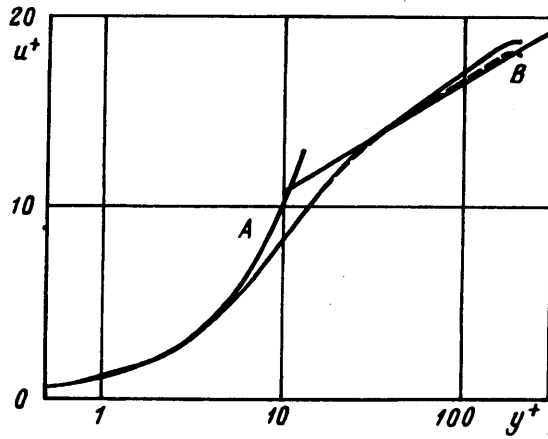
Число узлов в нормальном к стенкам направлении в обоих течениях одинаково в пересчете на единицу длины (в трубе r/δ изменяется от 0 до 1, а в канале y/δ от 0 до 2). Расстояние между узлами сетки уменьшается при приближении к стенкам. Минимальный шаг сетки $\Delta r^+ (\Delta y^+)$ составляет $\approx 1,3$, максимальный $\approx 3,8$. Вычисления с большими M не проводились, достаточность выбранных значений подтверждается полным совпадением результатов с расчетами при меньших M ($M = 64$ в трубе и $M = 128$ в канале). В целом пространственное разрешение мелких масштабов в проведенных расчетах приблизительно соответствует разрешению работ [1, 2] и в 2–4 раза (в каждом из направлений) превосходит разрешение работы [3]. Расчеты проводились на персональном компьютере (Pentium 66Mgz, 16M RAM).

3. Средняя скорость и напряжения Рейнольдса. Сводка величин, связанных с профилем средней скорости, приведена в табл. 2. U_m и U_τ обозначают среднюю расходную и динамическую скорости, U_c – максимальная скорость (скорость на оси). $C_f = 2\tau_w / \rho U_m^2$ – коэффициент сопротивления, δ^* и θ – толщина вытеснения и толщина потери импульса, $Re_c = \delta U_c / \nu$, $Re_\tau = \delta U_\tau / \nu = \delta / l_\tau$ и $Re_\theta = \theta U_c / \nu$. В табл. 2 включены также результаты расчета [1] (канал, $Re = 5600$). Результаты настоящей работы очень близки к результатам [1] по всем приведенным величинам. Коэффициент сопротивления в канале очень хорошо согласуется с экспериментальной формулой Дина [10] $C_f = 0,073 Re^{-0,25} = 0,00844$. Отличие составляет 1,25%. Отличие C_f , полученного для трубы от соответствующей экспериментальной формулы Блазиуса $C_f = 0,079 Re^{-0,25} = 0,009$, составляет 5,6%.

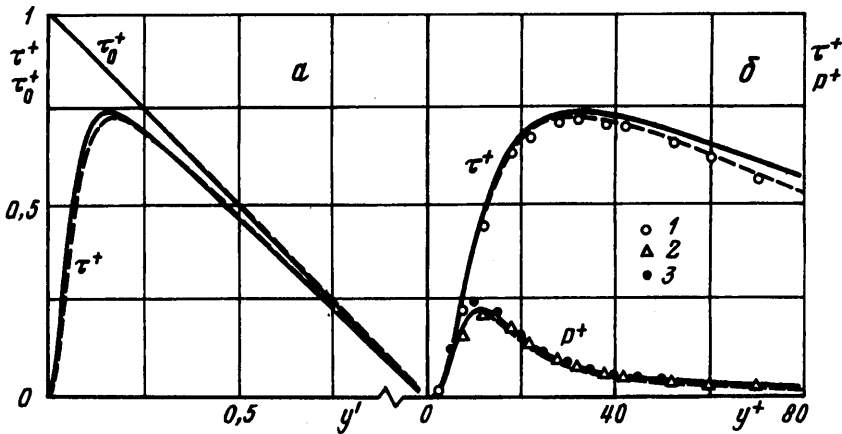
Рассчитанные профили средней скорости изображены на фиг. 1. Сплошная и прерывистая линии здесь, как и всюду в дальнейшем, отвечают течению в трубе и течению в канале соответственно, y в обоих случаях – расстояние от стенки. Линии A и B представляют закон стенки $U^+ = y^+$ и $U^+ = 0,25 \ln y^+ + 5,0$. Рассчитанные профили $U^+(y^+)$ полностью совпадают при $y^+ < 50$, т.е. при $y/\delta < 0,25$. В приосевой области U^+ в трубе несколько больше, чем в канале, что связано с особенностью цилиндрической геометрии [8]. Профили средней скорости при некотором отличии друг от друга в обоих случаях хорошо согласуются с измерениями. Согласие с универсальным зако-

Таблица 2

	C_f	U_c / U_m	U_c / U_τ	δ^*	θ	Re_c	Re_τ	Re_θ
Труба	0,00950	1,29	18,8	0,124	0,07	3900	207	271
Канал	0,00854	1,166	17,8	0,143	0,09	3300	183	293
[1]	0,00818	1,16	18,2	0,141	0,087	3300	180	287



Фиг. 1



Фиг. 2

ном стенки в канале значительно лучше, чем в трубе. Логарифмический участок в канале выделен очень отчетливо, его наклон соответствует константе Кармана $\kappa \approx 0,39$. Для трубы константа Кармана, определенная по среднему наклону $U^+(\ln y^+)$ на отрезке $30 < y^+ < 130$, составляет около 0,35.

На основании сравнения течений в трубах и пограничном слое в [11] делается вывод, что турбулентность является полностью развитой при появлении в профиле скорости логарифмического участка. Для этого по оценкам [11] необходимо $Re_0 > 320$. Если руководствоваться критерием работы [11], то рассчитанное течение в трубе следует признать не полностью развитым. Однако едва ли число Рейнольдса Re_0 является лучшим критерием для сравнения различных пристенных течений. По-видимому, логарифмический профиль в пограничном слое на плоской пластине формируется еще позже, чем в трубе. Так в [2], для оценки константы Кармана при $Re_0 = 300$ получено значение 0,32. Впрочем, и при больших числах Re_0 (до 1410) логарифмические участки в профилях, рассчитанных в [2], выражены очень слабо. С другой стороны, измерения [8], а также результаты [1] и настоящей работы показывают, что в канале универсальный логарифмический слой в профиле скорости формируется гораздо раньше.

Распределение средней скорости в установившемся течении связано с распреде-

лением напряжений Рейнольдса $\tau = -(u'v')$ соотношением

$$U'^+ + \tau^+ = 1 - \frac{y}{\delta}, \quad U' = \frac{dU}{dy} \quad (3.1)$$

Графики функций $\tau^+(y' = y/\delta)$, полученные в трубе и в канале, изображены на фиг. 2, а. Там же приведены распределения полного касательного напряжения τ_0^+ , равного левой части равенства (3.1). Соотношение (3.1) выполнено идеально, что свидетельствует о том, что период осреднения был выбран достаточно большим. Расположение линий τ_0^+ и τ^+ показывает относительный вклад в полное касательное напряжение вязкого трения и напряжений Рейнольдса. Напряжения Рейнольдса в пристенной области как функции переменной y^+ приведены на фиг. 2, б. Точки 1 – значения τ^+ , полученные в [1]. Совпадение результатов настоящей работы с [1] полное, если учесть неизбежные погрешности при снятии числовых значений с графиков. В отличие от профилей скорости, распределения $\tau(y^+)$ в трубе и канале расходятся гораздо раньше, уже начиная с $y^+ = 12$. Отметим, что это не противоречит соотношению (3.1): равные значения y^+ в трубе и канале отвечают различным значениям $y/\delta = y^+ / Re_\tau$, Re_τ в трубе больше, чем в канале, следовательно, при равных U'^+ значение τ^+ в трубе также должно быть больше.

Из (3.1) и условий прилипания следует, что вблизи стенки средняя скорость и напряжения Рейнольдса представляются в следующем виде:

$$U^+ = y^+ - \frac{1}{2Re_\tau}(y^+)^2 - \frac{c}{4}(y^+)^4 + \dots, \quad \tau^+ = c(y^+)^3 + \dots$$

Величина коэффициента c обсуждается во многих работах (см. ссылки в [12] и [13, гл. 6]). В [12, 13] отмечается, что существующие экспериментальные данные позволяют определить c лишь очень приближенно. Рекомендуется значение $c \approx 10^{-3}$ (в [13] то же значение предлагается и для $c/4$, что подчеркивает приближенный характер этой оценки). Указывается также, что возможно $c = 0$. В [1] получено значение $c = 7,2 \cdot 10^{-4}$. Оба расчета настоящей работы дают $c = 1,0 \cdot 10^{-3}$. Возможно, значение, полученное в [1], более точное, поскольку пространственное разрешение вблизи стенки в [1] было более подробным, чем в настоящей работе.

При заметном отличии друг от друга профилей скорости и напряжений Рейнольдса, относящихся к трубе и к каналу, произведения $P^+ = \tau^+ U'^+$, выражающие производство кинетической энергии турбулентности, оказываются очень близкими во всем диапазоне изменения y^+ . Графики функций $P^+(y^+)$ изображены в нижней части фиг. 2, б. Точками 2 отмечены значения для канала, рассчитанные в [14]. Соотношение (3.1) позволяет получить очень точную оценку для максимального значения производства энергии турбулентности. Для этого достаточно воспользоваться очевидным утверждением, что максимум произведения двух величин x и y , связанных соотношением $x + y = 1$, равен 0,25. Применяя это утверждение к слагаемым левой части (3.1), деленным на $1 - y/\delta = 1 - y^+ / Re_\tau$, получим

$$\max P^+(1 - y^+/Re_\tau)^{-2} = 0,25$$

Максимум достигается в точке $y^+ = y_m^+$, в которой $U'^+ = \tau^+$. Из экспериментов известно, что максимальное значение P при больших числах Рейнольдса достигается при $y^+ = y_p^+ \approx 11 - 12$. В расчетах для обоих течений получается $y_m^+ = 11,6$ (точка y_p стремится к y_m при $Re_\tau \rightarrow \infty$). Таким образом, $y_m^+ \ll Re_\tau$, что позволяет получить

следующую оценку для максимального значения производства кинетической энергии турбулентности при больших, но конечных Re_τ :

$$\max P^+ \approx 0,25(1 - 2y_m^+ / Re_\tau), \quad y_m^+ = 11,6 \quad (3.2)$$

Для рассчитанных течений оценка (3.2) дает для $\max P^+$ значения 0,222 и 0,219 для трубы и канала соответственно, что совпадает с результатами расчетов со всеми приведенными знаками. Достигается $\max P$ в обоих случаях при $y^+ = 10,6$.

В пограничном слое с нулевым градиентом давления соотношение (3.1) не выполняется. Величина τ_0^+ на стенке имеет значение 1 и нулевую производную. Следовательно, максимум P^+ в пограничном слое ближе к 0,25 и меньше зависит от числа Рейнольдса. Это подтверждается результатами расчетов [2]. Кроме области непосредственной близости к точке максимума, значения P^+ , полученные для трубы и канала, очень близки к результатам расчета [2], изображенным на фиг. 2, б символами 3. Последнее наблюдение свидетельствует о том, что производство кинетической энергии турбулентности является одной из наиболее консервативных характеристик пристенных течений.

4. Распределения интенсивностей турбулентности. Распределения интенсивностей турбулентных пульсаций трех компонент скорости

$$u' = \langle (u - U)^2 \rangle^{1/2}, \quad v' = \langle v^2 \rangle^{1/2}, \quad w' = \langle w^2 \rangle^{1/2}$$

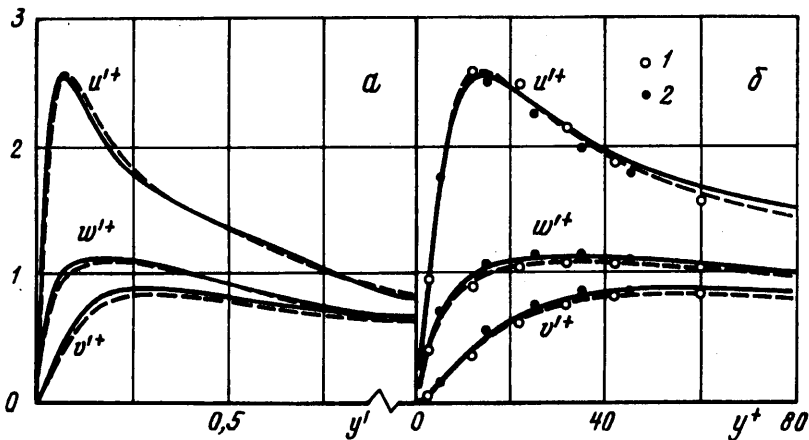
изображены на фиг. 3, а и 3, б как функции переменных $y' = y / \delta$ и y^+ соответственно. На фиг. 3, б нанесены также результаты расчетов в плоском канале и пограничном слое ($Re_\theta = 300$), взятые из [1, 2] (точки 1 и 2 соответственно). При общей близости распределений результаты настоящей работы занимают промежуточное положение между [1] и [2]. В литературе дискутируется вопрос о зависимости максимального значения u'^+ от числа Рейнольдса. Мнения экспериментаторов в этом вопросе расходятся. Одни полагают, что $\max u'^+$ растет с ростом Re , другие — что уменьшается. Во всех случаях $\max u'^+$ лежит в пределах от 2,5 до 3 и достигается при $y^+ = 10-20$. По-видимому, если $\max u'^+$ и зависит от числа Рейнольдса, то очень незначительно. Таким образом, значения, полученные в [1, 2] и настоящей работе, $\max u'^+ = 2,5-2,7$ и положение точки максимума $y^+ \approx 14$ можно считать универсальными. В отличие от u'^+ , экспериментальные значения интенсивностей пульсаций двух других компонент скорости вблизи стенки не отличаются надежностью [15]. Они заметно меняются при увеличении Re , достигая предельного распределения при значительно больших числах Рейнольдса, чем те, что рассмотрены в настоящей работе.

Для коэффициентов при старших членах рядов Тейлора в окрестности стенки

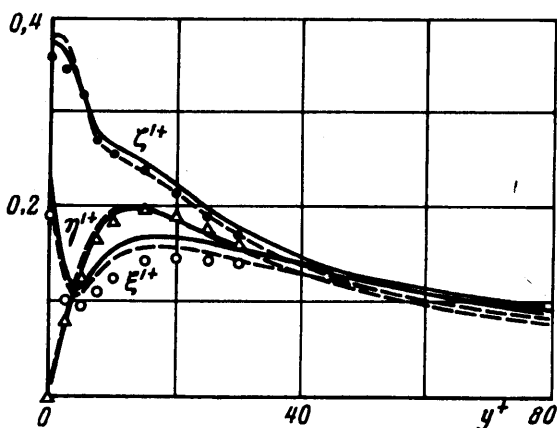
$$u'^+ = c_u y^+ + \dots, \quad v'^+ = c_v (y^+)^2 + \dots, \quad w'^+ = c_w y^+ + \dots$$

в настоящей работе получено: $c_u = 0,38$, $c_v = 0,012$, $c_w = 0,25$, одинаковые для трубы и для канала. Первый коэффициент практически совпадает с [1] ($c_u = 0,36$). Два других согласуются несколько хуже (в [1] получено $c_v = 0,009$ и $c_w = 0,19$). Впрочем, значения этих двух коэффициентов при рассмотренных числах Рейнольдса менее важны вследствие отмеченной выше существенной зависимости v'^+ и w'^+ от числа Рейнольдса. Величина коэффициента $c_u = 0,25$, приведенная в обзорах [12, 13], существенно отличается от полученных в расчетах. Кроме того, это значение не согласуется и с графиком $u'^+(y^+)$, приведенным в [13]. Судя по этому графику, $c_u \approx 0,35$ или несколько больше, что и следует из [1] и настоящей работы.

На фиг. 4 изображены пристенные распределения интенсивностей пульсаций трех компонент завихренности. ξ' , η' , ζ' отвечают направлениям x , y , $\theta(z)$ соответственно.

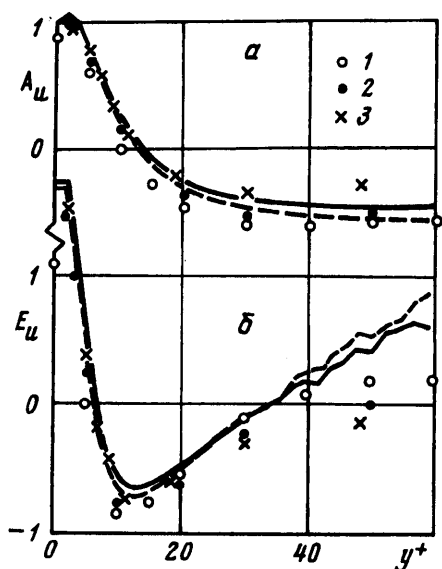


Фиг. 3

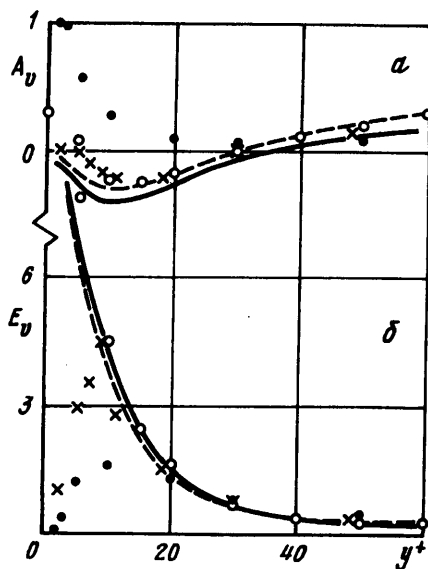


Фиг. 4

Символами отмечены результаты [1]. При незначительных количественных различиях общее согласие профилей для обоих течений и работы [1] очень хорошее. Максимум в распределении η^+ при $y^+ \approx 14$ отвечает максимальной интенсивностью пульсаций скорости в этой области. Интересным вопросом является причина аномального поведения профиля ζ' в районе $y^+ = 8$, а также профиля осевой компоненты завихренности, имеющего ярко выраженный локальный минимум в точке $y^+ = 5$ и максимум при $y^+ \approx 20$. В [1] это интерпретируется как следствие наличия в потоке вытянутых вдоль x вихрей с осью в районе $y^+ = 20$ и радиусом $r^+ = 15$. Предполагая, что каждый такой вихрь индуцирует вращательное движение жидкости с постоянной угловой скоростью $\xi'_{y^+=20}$ и учитывая условия прилипания на стенке, авторы [1] получают, что завихренность на стенке должна иметь противоположный знак и величину, в 1,5 раза превышающую $\xi'_{y^+=20}$. Это согласуется с наличием локального минимума ξ' при $y^+ = 5$, а также и со значениями ξ' в точках $y^+ = 0$, $y^+ = 20$. При всей привлекательности такого простого и наглядного объяснения поведения ξ' , остается неясным, почему продольные вихри не проявляются в распределениях интенсивностей пульсаций скорости. Из приведенной модели должны следовать заметные аномалии в



Фиг. 5



Фиг. 6

распределениях w' при $y^+ \approx 5$ и v' при $y^+ \approx 20$, чего не наблюдается в действительности.

5. Статистические моменты старших порядков. Одно из первых замечаний о том, что характер турбулентных пульсаций вблизи твердой стенки существенно отличается от гауссовского, было сделано в [16]. В экспериментах в канале с квадратным сечением было обнаружено, что коэффициенты асимметрии и эксцесса пульсаций продольной компоненты скорости

$$A_u = \frac{\langle (u-U)^3 \rangle}{u'^3}, \quad E_u = \frac{\langle (u-U)^4 \rangle}{u'^4} - 3$$

имеют ненулевые значения. «С приближением к обтекаемой стенке... асимметрия и эксцесс начинают отклоняться от нуля сначала в сторону отрицательных, а затем, в области вязкого подслоя, в сторону положительных значений» [17]. Аналогичный вывод был сделан в [18] (течение в канале, $Re/2 = 5,7 \cdot 10^4 - 2,3 \cdot 10^5$). Причем, если в ядре потока коэффициенты эксцесса и особенно асимметрии очень чувствительны к развитию течения вдоль канала, то вблизи стенки их установление наблюдалось уже начиная с самого первого из исследуемых сечений. В последующих, более точных измерениях, в канале [19] и в пограничном слое [20] были получены хорошо согласующиеся между собой распределения A_u и E_u .

Старшие моменты пульсаций всех трех компонент скорости были рассчитаны в [1], а также и в настоящей работе. Результаты расчетов A_u и E_u в пристенной области приведены на фиг. 5, а и 5, б соответственно. Как и для других статистических характеристик, отличия между трубой и каналом очень незначительные. На фиг. 5 точки 1 – результаты расчета [1], 2, 3 – измерения [19, 20] (результаты [20] взяты из [1]). К сожалению, вычисления $\langle u^4 \rangle$ в настоящей работе были проведены с недостаточной точностью, что привело к ошибкам при определении четвертого момента $\langle (u-U)^4 \rangle$ при $y^+ > 35$ из-за потери значащих цифр при вычитании близких величин.

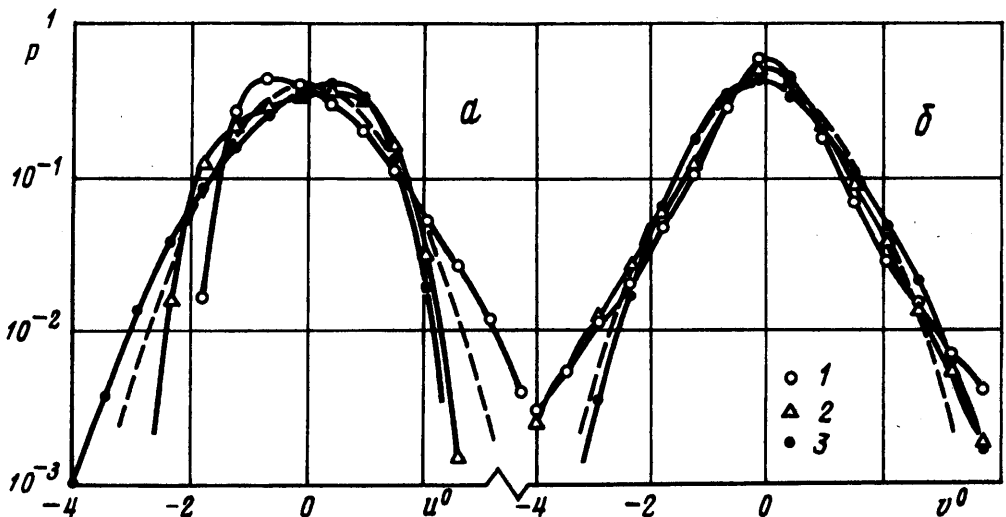
Для других компонент скорости, имеющих нулевые средние, этого дефекта не возникает. При общей близости результатов оба коэффициента, полученные в настоящей

работе, имеют несколько большие значения, чем в [1]. Согласие же с экспериментальными измерениями [19, 20] очень хорошее.

Экспериментальные измерения нормальной компоненты скорости вблизи стенки очень трудны, поэтому надежные данные о старших моментах в настоящее время отсутствуют. Результаты вычислений коэффициентов асимметрии и эксцесса нормальных к стенкам пульсаций A_y и E_y приведены на фиг. 6. Обозначения те же, что и на фиг. 5. Экспериментальные значения коэффициента асимметрии в [19] и [20] очень сильно отличаются друг от друга. Результаты настоящей работы и [1] более близки, однако имеют заметное отличие в области вязкого подслоя: A_y , полученный в [1], становится в этой области положительным, тогда как в настоящей работе он приближается к нулю, оставаясь отрицательным. Измерения [19] сильно отличаются от расчетов. Результаты [20] очень хорошо согласуются с расчетами при $y^+ > 10$, в вязком подслое они занимают промежуточное положение, не отдавая предпочтения ни одному из расчетов. Наиболее значительные отличия расчетных и экспериментальных данных наблюдаются в распределениях коэффициента эксцесса E_y . Измерения [19, 20], отличаясь количественно (в 3 раза при $y^+ = 10$), согласуются между собой качественно: при приближении к стенке E_y растет, достигая максимума в районе $y^+ = 10$, а затем спадает до нуля. Результаты расчетов, совпадая с измерениями вдали от стенки (при $y^+ > 10$ для [20]), показывают, однако, очень сильный рост E_y в вязком подслое.

Коэффициент асимметрии пульсаций w -компоненты скорости равен нулю в силу симметрии течения в боковом направлении. Расчетные распределения коэффициента эксцесса E_w аналогичны распределениям E_y . От близкого к нулю значения в ядре потока E_w растет при приближении к стенке, начиная с $y^+ \approx 30$ в настоящей работе и с $y^+ \approx 20$ в [1]. Значение E_w на стенке составляет примерно 4 в [1] и 4,5–5,5 (для канала и трубы) в настоящей работе. Такое поведение неплохо согласуется и качественно и количественно с измерениями [19]. Очень большие значения коэффициентов эксцесса вблизи стенки свидетельствуют о перемежающемся характере течения в этой области, что указывает на присутствие организованных структур.

На фиг. 7, а и 7, б изображены графики плотности вероятности пульсаций продольной и нормальной компонент скорости соответственно. По осям абсцисс отложены нормированные отклонения от средних: $u^0 = (u - U) / u'$, $v^0 = v / v'$. Линии



Фиг. 7

1 – 3 построены по гистограммам пульсаций в вязком ($y^+ = 4$), буферном ($y^+ = 15$) и логарифмическом ($y^+ = 60$) участках плоского канала. Пунктирные линии соответствуют гауссовскому распределению

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]$$

Наиболее вероятные пульсации продольной скорости в вязком подслое отрицательны и имеют амплитуду $\sim 0,6u'$. Вместе с тем сильные пульсации почти полностью сосредоточены в положительной области. Так, плотность вероятности положительных пульсаций $\sim 2u'$ в 50 раз больше, чем отрицательных с такой же амплитудой, т.е. значительное количество жидкости с высоким импульсом проникает внутрь вязкого подслоя из внешних слоев течения. Это согласуется с отрицательной асимметрией пульсаций нормальной компоненты скорости. Вероятностный характер продольных пульсаций в логарифмическом слое противоположен пульсациям в вязком подслое. Здесь уже сильные отрицательные пульсации много вероятнее положительных (явление «выплескивания» замедленной жидкости из пристенных слоев), что отвечает положительной асимметрии пульсаций нормальной скорости. С выплескиванием жидкости из пристенных слоев связана наибольшая часть производства кинетической энергии турбулентности и напряжений Рейнольдса [21, 22]. На основании полученных результатов можно заключить, что с этими явлениями связан также и перенос энергии от области ее производства ($y^+ \approx 12$) к другим слоям течения.

6. Заключение. Проведено прямое численное моделирование турбулентных течений в трубе кругового сечения и в канале с параллельными стенками. Основное внимание уделено исследованию течений в пристенной области. Характер затухания автокорреляционных функций пульсаций скорости в продольном направлении свидетельствует о наличии в этой части потока вытянутых областей замедленного и ускоренного движений. Поведение автокорреляций и одномерных спектров в трансверсальном направлении указывает на присутствие крупномасштабных структур с характерным поперечным размером ~ 100 динамических длин.

Профиль средней скорости в канале очень хорошо согласуется с универсальным законом стенки. Наклон логарифмического участка соответствует константе Кармана $\kappa \approx 0,39$. Логарифмический участок в трубе выделен менее отчетливо, откуда можно сделать вывод, что универсальное распределение в трубе устанавливается при больших числах Рейнольдса, чем в канале. Обнаружено, что при некотором отклонении в профилях скорости и напряжений Рейнольдса, произведение, выражающее производство кинетической энергии турбулентности, оказывается очень близким в трубе и канале. Получена оценка для максимального значения производства энергии турбулентности, высокая точность которой подтверждается результатами расчетов.

Рассчитанные распределения интенсивностей пульсаций продольной компоненты скорости лежат в пределах разброса экспериментальных данных. Их пристенное поведение согласуется с измерениями при больших числах Рейнольдса. Это подтверждает гипотезу об универсальности распределения интенсивности продольных пульсаций с максимальным значением $u^+ = 2,5-2,7$, реализующимся в области буферного слоя при $y^+ \approx 14$. Вычисленные коэффициенты при старших членах рядов Тейлора интенсивностей пульсаций в окрестности стенки согласуются с данными работы [1].

Рассчитаны коэффициенты асимметрии и эксцесса всех трех компонент скорости. Подтвержден экспериментальный вывод о положительных значениях асимметрии и эксцесса пульсаций продольной скорости вблизи стенки и об отрицательных значениях в области буферного слоя. Подтвержден вывод работы [1] об очень большом эксцессе пульсаций нормальной и трансверсальной компонент скорости вблизи стенки. Построены распределения плотности вероятности пульсаций компонент скорости в вязком, буферном и логарифмическом участках течения в плоском канале. Анализ этих распределений показывает, что явление выплескивания, характеризующееся

очень большими положительными и отрицательными пульсациями продольной скорости, ответственно за перенос энергии из энергопроизводящей области к пристенным и внешним слоям течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-01-00856).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kim J., Moin P., Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // J. Fluid Mech. 1987. V. 177. P. 133–166.
2. Spalart P.R. Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_\theta=1410$ // J. Fluid Mech. 1988. V. 187. P. 61–98.
3. Никитин Н.В. Прямое численное моделирование трехмерных турбулентных течений в трубах кругового сечения. // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 6. С. 14–26.
4. Никитин Н.В. Спектрально-конечно-разностный метод расчета турбулентных течений несжимаемой жидкости в трубах и каналах. // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1994. Т. 34. № 6. С. 909–925.
5. Orszag S.A. Numerical simulation of incompressible flows within simple boundaries. I. Galerkin (spectral) representations // Stud. Appl. Math. 1971. V. 50. № 4. P. 293–327.
6. Никитин Н.В. Пространственный подход к численному моделированию турбулентности в трубах. // Докл. РАН. 1995. Т. 343. № 6. С. 767–770.
7. Rai M.M., Moin P. Direct simulations of turbulent flow using finite-difference schemes // J. Comp. Phys. 1991. V. 96. № 1. P. 15–53.
8. Patel V.C., Head M.R. Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flows // J. Fluid Mech. 1969. V. 38. Pt. 1. P. 181–201.
9. Kline S.J., Reynolds W.C., Schraub F.A., Runstadler P.W. The structure of turbulent boundary layers // J. Fluid Mech. 1967. V. 30. Pt. 4. P. 741–773.
10. Dean R.B. Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow // Trans. ASME. J. Fluids Engng. 1978. V. 100. № 2. P. 215–223.
11. Preston J.H. The minimum Reynolds number for a turbulent boundary layer and the selection of a transition device // J. Fluid Mech. 1958. V. 3. Pt. 4. P. 373–384.
12. Кадер Б.А., Яглом А.М. Законы подобия для пристенных турбулентных течений // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1980. № 15. С. 81–155.
13. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Т. 1. СПб.: Гидрометеоздат, 1992. 693 с.
14. Mansour N.N., Kim J., Moin P. Reynolds-stress and dissipation-rate budgets in a turbulent channel flow // J. Fluid Mech. 1988. V. 194. P. 15–44.
15. Finnican D.S., Hanratty T.J. Turbulent normal velocity fluctuations close to a wall // Phys. Fluids. 1985. V. 28. № 6. P. 1654–1658.
16. Струминский В.В., Филиппов В.М. О некоторых особенностях турбулентных потоков // Аннот. докл. 2-го Всесоюз. съезда по теорет. и прикл. механике. М.: Наука, 1964. С. 205.
17. Филиппов В.М. Экспериментальное исследование возникновения и развития турбулентности в трубах и каналах // Тр. ЦАГИ. 1980. Вып. 2042. 80 с.
18. Конт-Белло Ж. Турбулентное течение в канале с параллельными стенками. М.: Мир, 1968. 176 с.
19. Kreplin H.-P., Eckelmann H. Behavior of the three fluctuating velocity components in the wall region of a turbulent channel flow // Phys. Fluids. 1979. V. 22. № 7. P. 1233–1239.
20. Barlow R.S., Johnston J.P. Structure of turbulent boundary layers on a concave surface // Rep. MD-47. Dept. Mech. Engng. Stanford U., Stanford. CA. USA. 1985.
21. Corino E.R., Brodkey R.S. A visual study of turbulent shear flow // J. Fluid Mech. 1969. V. 37. P. 1–30.
22. Kim H.T., Kline S.J., Reynolds W.C. The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 1971. V. 50. P. 133–160.