

УДК 533.6.011.72:532.529

© 1996 г. Г. П. ШИНДЯПИН

МАХОВСКОЕ ОТРАЖЕНИЕ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В УСЛОВИЯХ ПАРАДОКСА НЕЙМАНА

С использованием асимптотики коротких волн исследованы проблема слабого маховского отражения, известная как парадокс Неймана, и более общий случай маховского взаимодействия относительно слабых ударных волн.

Проблема слабого маховского отражения, известная как парадокс Неймана [1, 2], и более общий случай маховского взаимодействия относительно слабых ударных волн характеризуются отсутствием схем течения идеальных сред, адекватно описывающих процесс.

В настоящей работе для анализа проблемы используется асимптотика коротких волн [3, 4], позволяющая в случае волн малой интенсивности упростить анализ краевой задачи подобно [5—7] и учесть с помощью класса точных решений [8] характер течения за фронтами. Рассматривается нетрадиционная схема течений [9—11], когда за тройной точкой в потоке постулируется разрыв тангенциальной составляющей скорости. Результаты вычислений согласуются с экспериментальными данными [12—15] и устанавливают границы областей существования нетрадиционного маховского (с разрывом тангенциальных составляющих скорости) и вырожденного маховского взаимодействия и отражения.

1. Рассматривается взаимодействие двух ударных волн относительно малой интенсивности P_{10} , P_{20} , наклоненных под малым углом α к вертикали, а также отражение ударной волны от стенки, формально соответствующее симметричному случаю $P_{10} = P_{20}$ взаимодействия волн в идеальном покоящемся газе или в газожидкостной смеси при пузырьковом режиме течения, характеризующимся плотностью ρ_0 , скоростью звука c_0 и относительным массовым газосодержанием γ

$$P_{10} = \frac{P_1 - P_0}{B_0} = \frac{M_0 - 1}{R_0(\gamma)}, \quad P_{20} = \frac{P_2 - P_0}{B_0}, \quad B_0 = \rho_0 c_0^2 \quad (1.1)$$

Неоднородные течения, возникающие за фронтом Маха $A_1 A_2 (AS)$ и отраженными $A_1 B_1 (AB)$, $A_2 B_2$ в области больших градиентов (фиг. 1, а, б) можно исследовать методом асимптотических разложений [3—5]. Анализ общей постановки задачи взаимодействия волн [4, 5, 7] приводит для областей взаимодействия в переменных

$$\frac{R}{c_0 t} = 1 + P_{10} R_0(\gamma) \delta, \quad \theta = P_{10}^{1/2} R_0^{1/2}(\gamma) Y, \quad \delta = X + \frac{1}{2} Y^2 \quad (1.2)$$

$$\frac{u}{c_0} = P_{10} \mu, \quad \frac{v}{c_0} = P_{10}^{3/2} R_0^{1/2}(\gamma) \nu, \quad \frac{P - P_0}{B_0} = P_{10} P^{(1)}, \quad \frac{P - P_0}{\rho_0} = P_{10} H^{(1)}$$

к краевой задаче, состоящей в нахождении решения μ , ν системы нелинейных уравнений коротких волн

$$2(\mu - \delta) \mu_\delta + \nu_\gamma + \mu = 0, \quad \mu_\gamma = \nu_\delta, \quad \mu = P^{(1)} = H^{(1)} \quad (1.3)$$

удовлетворяющего на границах области нелинейных взаимодействий условиям: на фронтах $\delta = \delta^*(Y)$ ударных волн (A_1A_2 (AS), A_1B_1 (AB), A_2B_2) (знак плюс соответствует верхнему, минус — нижнему отраженному фронту) $q_n = 1$ (A_1B_1), $q_n = 0$ (A_1A_2), $q_n = \eta$ (A_2B_2)

$$\left(\frac{d\delta^*}{dY}\right)^2 = 2\delta - \mu - \mu_1, \quad (\mu - \mu_1) \frac{d\delta^*}{dY} = v_1 - v$$

$$\mu = P^{(1)} = H^{(1)}, \quad \mu_1 = q_n, \quad v_1 = -q_n(Y \pm \alpha^v), \quad \eta = P_{20}/P_{10} \quad (1.4)$$

$$\alpha^v = \frac{\alpha}{P_{10}^{1/2} R_0^{1/2}(\gamma)} = \frac{\alpha}{\varepsilon_{10}^{1/2} L_0^{1/2}(\gamma)}, \quad L_0(\gamma) = \frac{P_0 R_0(\gamma)}{B_0}$$

асимптотическим условиям сращивания на границе E_1E_2 (EN) с областью линейного решения

$$\mu = 1 - \frac{1}{\pi} \arctg \frac{\sqrt{-2\delta}}{Y + \alpha^v} + \frac{\eta}{\pi} \arctg \frac{\sqrt{-2\delta}}{Y - \alpha^v} \quad (1.5)$$

$$\delta \rightarrow -\infty, \quad -\infty < Y < \infty, \quad 0 \leq \arctg[\dots] \leq \pi$$

и асимптотическим условиям сращивания на границах B_1E_1 (BE), B_2E_2 с областями квазиодномерных решений [4] за фронтами отраженных волн

$$\mu = q_n + K^2(Y) \{1 \pm [1 - (\delta - q_n) K^{-2}(Y)]^{1/2}\}$$

$$K^2(Y) = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1}{\alpha^v + Y} + \frac{\eta}{\alpha^v - Y} \right)^2, \quad -\infty < \delta \leq \delta^* \quad (1.6)$$

Здесь $q_n = 1$ на B_1E_1 при $Y \rightarrow \infty$, $q_n = \eta$ на B_2E_2 при $Y \rightarrow -\infty$, знак плюс соответствует общему случаю, когда отраженные волны ударные, минус — вырождению волн в линию слабого разрыва.

Постановка краевой задачи содержит параметры α^v , η . При фиксированных α^v , η постановки краевых задач для газа и газожидкостных сред формально совпадают. Это позволяет использовать общие асимптотические и численные методы решения [4, 5].

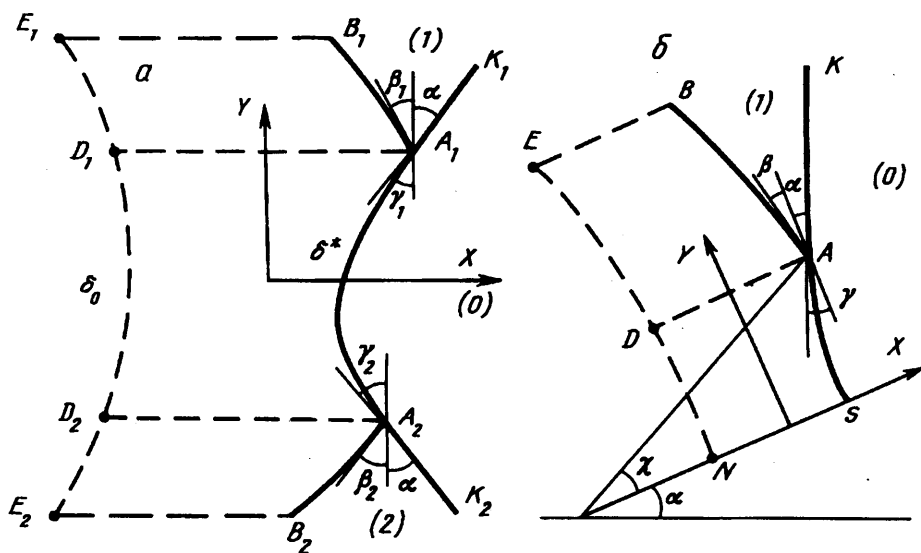
Для модели равновесной гомогенной газожидкостной смеси, жидкая и газообразная фазы которой удовлетворяют уравнениям состояния $\rho_f = f(p)$, $p = RT\rho_g$, формулы для адиабатической скорости звука, плотности и параметра $R_0(\gamma)$ двухфазной смеси могут быть записаны в явном виде [4]. В случае взаимодействия относительно слабых ударных волн в водовоздушной смеси с уравнением состояния для жидкости $\rho_f = \rho^*(1 + p/k)$, ρ^* , $k = \text{const}$ они принимают вид

$$c^2 = \frac{(1+a)(k+p)^2}{a(k+p)^2 - Bk^2\rho/\rho^*} \frac{p}{\rho}, \quad \rho = \frac{(1+\gamma)\rho_f\rho_g}{\rho_g + \gamma\rho_f}$$

$$R_0(\gamma) = \frac{1+2a}{2(1+a)} \frac{B_0}{p_0} - \frac{B_0}{k+p_0} \left(\frac{a}{1+a} \frac{B_0}{p_0} - 1 \right) \quad (1.7)$$

$$c_v = \frac{c_{vf} + c_{vg}\gamma}{1+\gamma}, \quad a = (1+\gamma)b, \quad b = \frac{c_v}{\gamma R}$$

Функции $R_0(\gamma)$, B_0 характеризуют влияние газосодержания γ , в случае чистой жидкости $\gamma = 0$, $R_0 = 1$, $B_0 = k + p_0$, в случае численного газа $\gamma = \infty$, $R_0 = (\kappa + 1)/2$, $B_0 = \kappa p_0$ ($\kappa = c_{vg}/c_{vf} = 1, 4$). Система нелинейных уравнений (1.3) — смешанного эллиптикогиперболического типа, однако для точек областей нели-



Фиг. 1

нейных взаимодействий ударных волн (фиг. 1, а, б) выполняется условие $\mu > \delta$, соответствующее дозвуковому характеру течения, при котором уравнения (1.3) эллиптического типа.

Основными трудностями при решении краевых задач являются нелинейность системы (1.3) и неизвестное положение ударных фронтов. Сложность проблемы усугубляется тем, что в окрестности тройных точек поток дозвуковой и его характеристики зависят от характера течения во всей возмущенной области. Последнее побуждает при разработке схем расчета использовать решения (численные и аналитические), характеризующие поток за фронтами в целом [6, 8].

Численный метод [6] позволяет построить итерационный процесс, состоящий в последовательном уточнении решения задачи и положения ударных фронтов. Для применения этого метода необходимо построение начального приближения задачи, включающего представление о схеме взаимодействия ударных волн, реализуемой при данном наборе α^v, η основных параметров.

2. Исследуем схемы нерегулярного взаимодействия, отражения относительно слабых ударных волн в области исходных параметров α^v, η , используя точные частные решения [8] системы (1.3). Математически эти схемы будут характеризоваться набором констант для верхней (с индексом 1) и нижней (с индексом 2) точек взаимодействия.

Из двух стандартных условий равенства давлений и направлений потока в точках сохраним лишь первое. Тогда в потоке за точками A_1, A_2 в соответствии с последним условием (1.4) будут совпадать радиальные $\mu_1^+ = \mu_1^- = \mu_1$, $\mu_2^+ = \mu_2^- = \mu_2$ и различаться тангенциальные $v_1^+ \neq v_1^-$, $v_2^+ \neq v_2^-$ составляющие скорости.

За тройными точками образуются угловые зоны с различными направлениями потока на границах. Основанием к сделанному утверждению являются экспериментальные данные отечественных [9, 12] и в последние годы зарубежных [2] исследователей и теоретические соображения [9—11].

Условия динамической совместности (1.4) на фронтах $A_n, K_n, A_n B_n, A_1 A_2$ при $n = 1, 2$ в точках A_1, A_2 запишем в виде

$$A_n = \alpha^v \pm Y_n, \delta_n = \frac{1}{2} (q_n + A_n^2), \varepsilon = P_{10} R_0 (\gamma)$$

$$B_n = \beta_n^\nu \mp Y_n, B_n = (A_n^2 - \mu_n)^{1/2}, \beta_n^\nu = \beta/\varepsilon^{1/2} \quad (2.1)$$

$$C_n = \gamma_n^\nu \pm Y_n, C_n = (q_n + B_n^2)^{1/2}, \gamma_n^\nu = \gamma_n/\varepsilon^{1/2}$$

$$v_n^\pm = \mp q_n A_n \pm B_n (\mu_n - q_n), v_n^\mp = \mp C_n \mu_n$$

Здесь для точки A_1 при $n=1$ берется верхний знак и $q_n = 1$, для точки A_2 при $n=2$ берется нижний знак и $q_n = \eta$. Анализ этой системы при условии $v_n^\pm = v_n^\mp$ [7] приводит к выводу, что в этом случае фронты отраженных волн вырождаются ($\mu_1 = 1, \mu_2 = \eta$) в слабое возмущение.

Чтобы учесть влияние потока на характер течения за фронтом Маха, рассмотрим параметрическое решение системы уравнений (1.3) [8], удовлетворяющее точно условиям (1.4) на фронте Маха $A_1 A_2$ (q — параметр) вида

$$\mu = \varphi_2(q) Y^2 + \varphi_1(q) Y + \varphi_0(q), \delta = qY^2 + \chi_1(q) Y + \chi_0(q) \quad (2.2)$$

$$v = \psi_3(q) Y^3 + \psi_2(q) Y^2 + \psi_1(q) Y + \psi_0(q)$$

Подстановка этих решений в систему (1.3) и условия (1.4) на фронте Маха приводит к системе девяти дифференциальных уравнений для нахождения функций $\varphi_2(q) \dots \chi_0(q)$, указанной в [8], и системе начальных условий на фронте, в предположении, что фронту Маха соответствует значение $q = q_0 = \text{const}$ вида

$$\varphi_2(q_0) = 2q_0(1 - 2q_0), \psi_3(q_0) = -4q_0^2(1 - 2q_0)$$

$$\varphi_1(q_0) = 2(1 - 2q_0)\chi_1(q_0), \psi_2(q_0) = -3\varphi_2(q_0)\chi_1(q_0) \quad (2.3)$$

$$\psi_1(q_0) = 2(3q_0 - 1)\chi_1^2(q_0) - 4q_0\chi_0(q_0)$$

$$\varphi_0(q_0) = 2\chi_0(q_0) - \chi_1^2(q_0), \psi_0(q_0) = \chi_1^3(q_0) - 2\chi_1(q_0)\chi_0(q_0)$$

Выражения для $\chi_1(q_0), \chi_0(q_0)$ найдем, записывая решение (2.2) в тройных точках при $Y = Y_n$ для μ_n, δ_n и используя выражения (2.1), (2.3)

$$\chi_1(q_0) = -2q_0 Y_n \pm C_n, \chi_0(q_0) = \delta_n + q_0 Y_n^2 \mp Y_n C_n \quad (2.4)$$

Приравнивая правые части (2.4), найдем q_0 и выражение, называемое в дальнейшем уравнением симметрии

$$q_0 = 1/2 (C_1 + C_2)/(Y_1 - Y_2) \quad (2.5)$$

$$1 - \eta + A_1^2 - A_2^2 = (C_1 - C_2)(A_1 + A_2 - 2\alpha^\nu) \quad (2.6)$$

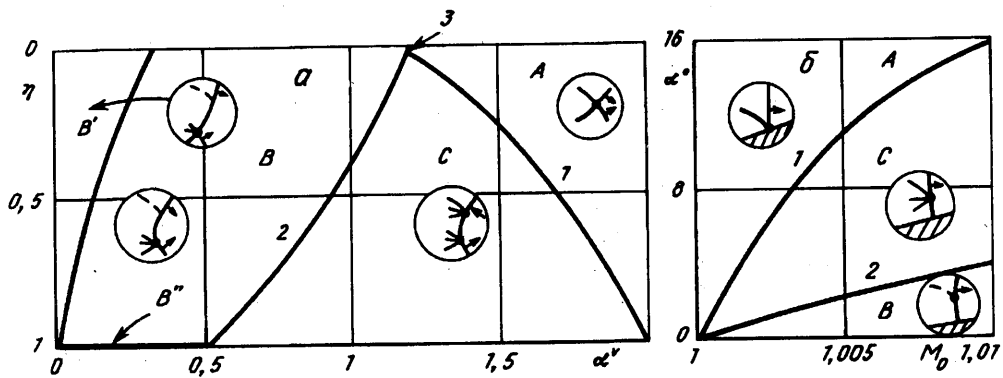
Система (2.1), (2.5), (2.6) представляет систему 18 уравнений для 21 неизвестного, а в симметричном случае ($\eta = 1$) — 9 уравнений для 11 неизвестных. В общем случае для анализа задачи ее необходимо дополнить тремя соотношениями.

Первое соотношение (уравнение притока массы), учитывающее баланс массы в зоне $A_1 D_1 D_2 A_2$, примыкающей к фронту Маха, получим, используя интегральную форму для первого уравнения системы (1.3) коротких волн, записанного в дивергентном виде

$$\int_{A_1}^{A_2} (\mu^2 - 2\delta\mu) dY - \int_{D_2}^{D_1} (\mu^2 - 2\delta\mu) dY + \int_{D_1}^{A_1} v\delta - \int_{D_2}^{A_2} v\delta + 3 \iint_D \mu\delta dY = 0$$

Используя для упрощения асимптотический характер условия (1.5) на $D_1 D_2$ ($\delta_0 \rightarrow -\infty$), получим

$$(Y_1 - Y_2)(3\mu^* - 2\mu_c^*) = v(Y_2) - v(Y_1) \quad (2.7)$$



Фиг. 2

Здесь μ^* — среднее значение в области $A_1 D_1 D_2 A_2$, μ_c^* — среднее значение на границе $D_1 D_2$, $v(Y_2)$, $v(Y_1)$ — средние значения на границах $A_1 D_1$, $D_2 A_2$. Используя для вычисления средних значений квадратичные аппроксимации, сшивающие решения (2.2) и (1.5), получим упрощенный вид уравнения притока массы

$$(Y_1 - Y_2)(3\mu^* - 2\mu_c^*) = v_2^- - v_1^+, \quad \mu_c^* = 1/2(1 + \eta) \quad (2.8)$$

Здесь μ^* — среднее значение на фронте $A_1 A_2$, вычисляется согласно (2.2), (2.3) при $q = q_0$, μ_c^* — среднее значение на границе сращивания с линейным решением, v_1^+ , v_2^- — значения в точках A_1 , A_2 . Выражение (2.8) при $\eta = 1$ более точно соответствует экспериментальным данным, чем аналогичное выражение, полученное в [12] для случая $\eta = 1$, и пригодно при любых η .

Для получения оставшихся дополнительных соотношений используем предложенный в [9] принцип экстремального поворота для потока, прошедшего через отраженную волну в окрестности тройной точки. Записывая, согласно (2.1), выражения v_1^+ , B_1 и v_2^- , B_2 как функции μ_1 и μ_2 соответственно, получим (используя условия $\partial v_n^* / \partial \mu_n = 0$) при фиксированных значениях A_n выражения

$$\mu_1 = 1/3(1 + 2A_1^2), \quad \mu_2 = 1/3(\eta + 2A_2^2) \quad (2.9)$$

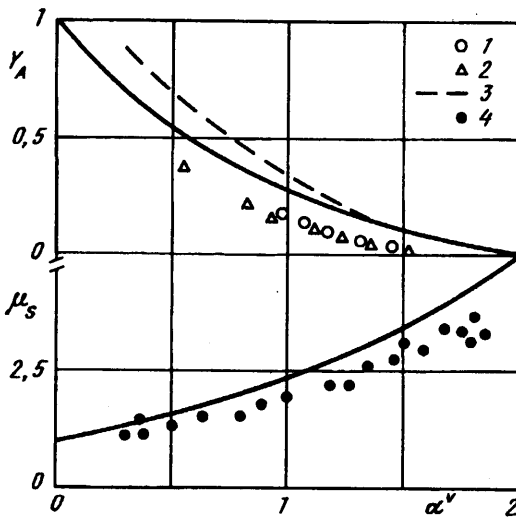
В случае $\eta = 1$ зависимость $A_1(\mu_1)$ хорошо согласуется с результатами эксперимента [9].

Система уравнений (2.1), (2.5), (2.6), (2.8), (2.9) замкнутая. На ее основе можно рассчитать параметры потока в тройных точках A_1 , A_2 положение $\delta = \delta^*(Y)$ и скорости μ , v согласно (2.2) при $q = q_0$ на фронте Маха.

В общем случае, когда как в верхней, так и в нижней тройной точке отраженные волны — ударные (невырожденные), выразив все параметры через A_1 , A_2 , можно свести задачу к решению двух уравнений — симметрии (2.6) и притока массы (2.8) (модель С).

На фиг. 2, а построена область существования решения для модели С в плоскости переменных α^* , η . Граница 1 этой области соответствует переходу от маховского типа взаимодействия к регулярному ($Y_1 = Y_2$). Граница 2 соответствует вырождению отраженной волны в верхней тройной точке в линию слабого разрыва. Это происходит при убывании A_1 , μ_1 до значений $A_1 = 1$, $\mu_1 = 1$, когда подкоренное выражение $A_1 - \mu_1$ в формуле (2.1) для B_1 обращается в ноль и вырождаются уравнение притока массы (2.8) и первое уравнение принципа экстремального поворота (2.9).

Когда фронт отраженной волны в верхней тройной точке вырождается в линию слабого разрыва и разрыв тангенциальных составляющих скорости исчезает



Фиг. 3

(модель B, B', B''), вместо уравнения притока массы (2.8) и первого уравнения (2.9) используются соответственно выражения $A_1 = 1, \mu_1 = 1$.

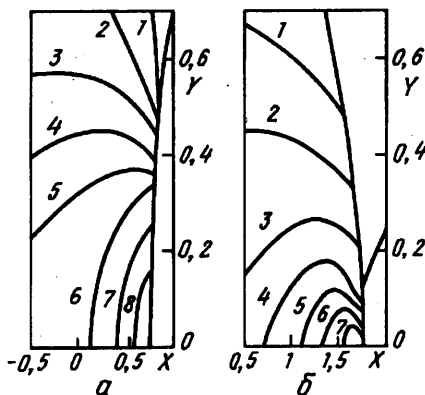
Выражая все параметры системы через A_2 , можно свести анализ задачи в этом случае к решению одного уравнения, соответствующего уравнению симметрии (2.6).

Модель B соответствует положительной ($q_0 > 0,5$), а B' — отрицательной ($q_0 < 0,5$) кривизне фронта Маха. В последнем случае при $\eta \rightarrow 0$ имеем картину течения дифракционного вида. На границе 3 происходит переход от модели B к регулярной форме взаимодействия ($Y_1 = Y_2$). На границе 4 выполняется условие $q_0 = 0,5$. Область B'' соответствует симметричному случаю $\eta = 1$, когда отраженные волны вырождаются как в верхней, так и в нижней тройной точке.

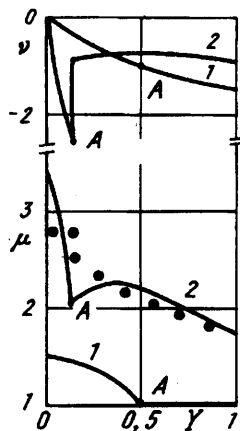
В случае симметричного взаимодействия и отражения волн при $\eta = 1$ границам 1, 2 на фиг. 2, а соответствуют значения $\alpha_1^v = 2,0$ и $\alpha_2^v = 0,5$. На фиг. 2, б в плоскости α, M_0 изображены области существования: A — регулярного, C — маховского с отраженной ударной волной, B — маховского с вырожденной отраженной волной взаимодействий. Уравнения границ представляют универсальные зависимости $\alpha = \alpha_{1,2}^v (M_0^2 - 1)^{1/2}$. Полученные разновидности маховского отражения ударных волн и области их существования, изображенные на фиг. 2, б, согласуются с экспериментальными результатами [13].

На фиг. 3 для случая симметричного взаимодействия ($\eta = 1$) результаты вычислений (сплошные линии) зависимости координаты тройной точки $Y_A(\alpha^v)$ и максимального давления $\mu_s(\alpha^v)$ в основании ножки Маха от α^v сравниваются с экспериментальными данными [14, 2, 12, 15] (обозначены номерами 1—4 соответственно). В [5] вычисления $\mu_s(\alpha^v)$ проведены при использовании эмпирической зависимости Y_A от α^v . Результаты вычислений оказались весьма схожими. Экспериментальные данные подтверждают расчеты с тем большей степенью, чем слабее интенсивность волн.

Модели C, B (включая B', B'') в общем случае несимметричных взаимодействий позволяют рассчитать параметры потока в тройных точках, геометрию, распределение параметров на фронте Маха согласно (2.2) при $q = q_0$, поле скоростей и давлений в области за фронтом Маха. Экспериментальные результаты работы [14] (сер. А, $\eta = 0,3; 1,37 \leq \alpha^v \leq 1,57$) качественно и количественно подтверждают результаты вычислений.



Фиг. 4



Фиг. 5

3. Для оценки точности моделей C , B рассмотрим решение общей краевой задачи взаимодействия ударных волн (1.3)—(1.6). Для расчета полей давлений и скоростей при различных значениях параметров α^v , η использовался численный метод [6], позволяющий свести исходную краевую задачу с неизвестной границей, сформулированную для функции $\mu(\delta, Y)$ к серии краевых задач с фиксированной границей. Решение каждой краевой задачи серии проводится итерационным методом, начальное приближение задачи и начальное положение фронта Маха строятся с использованием решения (2.2) и условий срачивания (1.5), (1.6). Метод дополняется процедурой нахождения компоненты $v(\delta, Y)$ в соответствии со вторым уравнением (1.3) и вторым условием на фронтах (1.4).

Уточнение положения ударных фронтов дополняется процедурой уточнения координат тройных точек. Из интегральной записи системы уравнений коротких волн можно получить аналогично (2.7) выражения для Y_1 , Y_2 . При $\eta = 1$ ($Y_1 = -Y_2$) достаточно (2.7) для нахождения Y_1 , Y_2 . По уточненным Y_1 , Y_2 можно, как было показано выше, определить A_1 , A_2 и весь набор констант, характеризующих картину взаимодействия.

На фиг. 4, a , b приведены примеры расчета полей давлений $\mu(\delta, Y)$ для случаев симметричного взаимодействия (отражения) ударных волн при $\eta = 1$, $\alpha^v = 0,5$ (фиг. 4, a) и $\eta = 1$, $\alpha^v = 1,5$ (фиг. 4, b). На фиг. 4, a кривым 1—8 соответствуют значения давления: 1; 1,1; 1,15; 1,20; 1,25; 1,30; 1,35; 1,40. На фиг. 4, b кривым 1—7 — значения давления: 2,1; 2,2; 2,3; 2,4; 2,5; 2,6; 2,8.

На фиг. 5 приведены результаты расчета распределения компонент скорости (давления) $\mu(Y)$, $v(Y)$ вдоль фронта Маха и отраженного фронта при симметричном взаимодействии (отражении) в случае 1 при $\eta = 1$, $\alpha^v = 0,5$, 2 при $\eta = 1$, $\alpha^v = 1,5$, а также экспериментальные данные [9].

Сравнение результатов расчета для случаев a и b на фиг. 4, 5 показывает, что в случае b , рассчитанном для модели C маховского отражения с невырожденной отраженной волной, в окрестности тройной точки возникает область понижения давления, впервые обнаруженная в серии экспериментальных исследований [9, 12]. Наличие этой области, характеризующейся значительными обратными градиентами давления, объясняет структуру потока и возникающий баланс сил в окрестности тройной точки при нетрадиционном маховском отражении.

Вычисления показали, что при уточнении положения ударных фронтов наибольшие отклонения в граничных условиях при проведении последовательных итераций происходят на фронте Маха. Сравнение результатов численного решения на фронте Маха ($Y \leq Y_A$) (например, рис. 5) с результатами, основанными на использовании решения (2.2) при $q = q_0$, показало их достаточную близость.

Так, при $\eta = 1$ отклонение максимального давления в основании ножки Маха (фиг. 4, а, б) от результатов расчета с использованием решения (2.2) не превышает 1,5% и определяется в основном точностью решения самой краевой задачи.

Это позволяет сделать вывод, что используемые в качестве начального приближения аналитические модели С, В правильно качественно и количественно отражают механизмы взаимодействия ударных волн и могут использоваться самостоятельно для описания явления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sakurai A., Henderson L. F., Takayama K., Walenta Z. On the von Neuman paradox of weak mach reflection//Fluid Dynam. Res. 1989. V. 4. № 5/6. P. 333—345.
2. Colella P., Henderson L. F. The von Neumann paradox for the diffraction of weak shock waves//J. Fluid Mech. 1990. V. 213. P. 71—94.
3. Гриб А. А., Рыжов О. С., Христианович С. А. Теория коротких волн//ПМТФ. 1960. № 1. С. 63—74.
4. Титаренко В. В., Шиндяпин Г. П. Исследование взаимодействия ударных волн в идеальных газожидкостных средах асимптотическими методами//Нестационарные течения газов с ударными волнами. Л.: Физ.-техн. ин-т. АН СССР, 1990. С. 199—215.
5. Шиндяпин Г. П. Анализ маховского отражения ударной волны в идеальном газе с помощью асимптотических уравнений коротких волн//Исследования в области измерений динамических и кинематических параметров жидкостей и газов. М.: Изд-во НПО ВНИИ физ.-техн. и радиотехн. измерений. 1990. С. 53—62.
6. Шиндяпин Г. П. Численное решение задачи нерегулярного отражения слабой ударной волны от жесткой стенки в идеальном газе//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1980. Т. 20. № 1. С. 249—254.
7. Шиндяпин Г. П. О нерегулярном отражении слабых ударных волн от жесткой стенки//ПМТФ. 1964. № 2. С. 22—28.
8. Заславский Б. И. Некоторые частные решения уравнений коротких волн//ПМТФ. 1962. № 1. С. 34—38.
9. Заславский Б. И., Сафаров Р. А. О маховском отражении слабых ударных волн от жесткой стенки//ПМТФ. 1973. № 5. С. 26—33.
10. Дулов В. Г. О движении тройной конфигурации ударных волн с образованием следа за точкой ветвления//ПМТФ. 1973. № 6. С. 67—75.
11. Подлубный В. В. О нерегулярном взаимодействии ударных волн//Тр. ЦАГИ. 1978. Вып. 1912. С. 11—29.
12. Заславский Б. И., Сафаров Р. А. О маховской конфигурации слабых ударных волн//Докл. 1-го Всесоюз. симпоз. по импульсным давлениям. М., 1973. М.: ВНИИ физ.-техн. и радиотехн. измерений, 1974. Т. 1. С. 128—134.
13. Семенов А. Н. Разновидности отражения ударных волн от клина//Нестационарные течения газов с ударными волнами. Л.: Физ.-техн. ин-т АН СССР, 1990. С. 162—172.
14. Smith W. R. Mutual reflection of two shock waves of arbitrary strengths//Phys. Fluids. 1959. V. 2. № 5. P. 533—541.
15. White D. R. An experimental survey of the Mach reflection of shock waves//Proc. 2nd Midwest Conf. Fluid Mechanics. Ohio: State Univ., 1952. P. 253—262.

Саратов

Поступила в редакцию
14.X.1994