

УДК 533.6.011.5:532.526:541.12

© 1996 г. В. Л. КОВАЛЕВ, О. Н. СУСЛОВ

ФОРМУЛЫ ДЛЯ ТЕПЛОВЫХ И ДИФФУЗИОННЫХ ПОТОКОВ К КАТАЛИТИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ХИМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНОМ МНОГОКОМПОНЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

На основе асимптотического разложения решения уравнений многокомпонентного химически неравновесного пограничного слоя при больших числах Шмидта даны формулы для потока тепла, диффузионных потоков продуктов реакций и химических элементов на поверхность с произвольной каталитической активностью. Проведено сравнение полученных результатов с известными аналитическими и численными решениями, которое показало высокую точность предложенных формул. Приводятся результаты расчетов диффузионного разделения смеси, обусловленное избирательностью каталитических свойств поверхности относительно рекомбинации атомов кислорода и азота. В широком диапазоне условий в набегающем потоке получены величины снижения конвективных тепловых потоков за счет каталитических свойств поверхности.

При анализе теплообмена с каталитическими поверхностями широко применяются приближенные формулы [1, 2]. Например, при исследовании каталитических свойств современного теплозащитного покрытия в [3] использовалась формула Гуларда [2], обобщенная на случай смеси нескольких диссоциированных газов. Однако применение этих формул ограничено тем, что формула Фея — Ридделла [1] получена для идеально каталитической поверхности, а формула Гуларда — для замороженного течения в пограничном слое. В данной работе на основе асимптотического разложения решения уравнений пограничного слоя при больших числах Шмидта [4] даны формулы для потока тепла, диффузионных потоков продуктов реакций и химических элементов на поверхность с произвольной каталитической активностью и любой степенью неравновесности в пограничном слое. Сравнение полученных результатов с известными аналитическими и численными решениями [5—8] показало высокую точность предложенных формул. Ранее такой подход применялся авторами при параметрическом исследовании диффузионного разделения химических элементов на каталитической поверхности в зависимости от чисел Дамкеллера гомогенных и гетерогенных каталитических реакций, концентрации атомов на внешней границе пограничного слоя [9].

1. Рассмотрим обтекание затупленного тела гиперзвуковым потоком газа в условиях, когда около его каталитической поверхности образуется многокомпонентный частично ионизованный химически неравновесный пограничный слой. Система уравнений и граничные условия, описывающие течение в окрестности критической точки, имеют вид

$$\frac{\partial Y}{\partial \eta} = -\frac{Sc}{l} f \Pi Y + W, \quad \frac{\partial Z}{\partial \eta} = -\frac{Sc}{l} \Pi Y \quad (1.1)$$

$$\eta = 0: Y = R^s, \quad \eta \rightarrow \infty: Z = Z_e \quad (1.2)$$

Асимптотическое разложение решения задачи (1.1), (1.2), построенное в предположении $l/Sc \rightarrow 0$, $W = O((l/Sc)^{1/3})$ [4], если ограничиться нулевым членом ряда в разложении решения по $(l/Sc)^{1/3}$ и первым членом ряда при вычислении

появляющихся интегралов типа Лапласа, позволяет получить формулы для перепадов концентраций продуктов реакций, химических элементов и энтальпии в виде

$$Z - Z_e = \beta^\circ \left(\frac{l}{Sc} \right)^{-2\beta} M J + N \quad (1.3)$$

$$Z = (c_1, \dots, c_{n-n_e}, c_{n-n_e+1}^*, c_{n-n_e}^*, h)^t, \quad Y = \beta^\circ J, \quad \beta^\circ = (\beta \mu_w \rho_w (\nu + 1))^{-1/2}$$

$$J = (J_1, \dots, J_{n-n_e}, J_{n-n_e+1}^*, J_{n-n_e}^*, J_q)^t, \quad W = \beta^1 w$$

$$W = (w_1, \dots, w_{n-n_e}, 0, \dots, 0, 0, 0)^t, \quad R^s = \beta^s r$$

$$r = (r_1, \dots, r_{n-n_e}, 0, \dots, 0, 0, r_q)^t, \quad l = \mu \rho / (\mu \rho)_w, \quad \beta^1 = \beta \rho (\nu + 1)$$

Здесь матрицы M и N выражаются через собственные числа и собственные векторы матрицы Π ; f , Sc , η , β — приведенная функция тока, характерное число Шмидта, переменная Дородницина в форме Лиза и градиент продольной составляющей скорости на внешней границе пограничного слоя; c_i , c_i^* , J_i , J_i^* , J_q , h , ρ , μ — массовые концентрации продуктов реакций и химических элементов, проекции диффузионных потоков и потока тепла на нормаль к поверхности, энтальпия, плотность и вязкость смеси; n_e — число элементов, n — число компонент, индекс w относится к условиям на поверхности, индекс e у искомых функций — к условиям на внешней границе пограничного слоя, а индекс t означает операцию транспонирования.

Массовые скорости образования компонент в гомогенных w_i и в гетерогенных каталитических реакциях r_i выразим через величины v_i , представляющие собой отклонения от равновесия только независимых гомогенных химических реакций [9]

$$W = W_e \varepsilon_e^{-1} V, \quad R = W_s \varepsilon_s^{-1} V$$

Компоненты матрицы W_e , столбца V , диагональной матрицы ε_e приведены в [9]. В работе [10] в рамках теории идеального адсорбированного слоя Ленгмюра показано, что элементы диагональной матрицы ε_s и матрицы W_s зависят от температуры, давления и концентраций. Причем зависимость от температуры обусловлена зависимостью элементов этих матриц от констант скоростей обратных реакций всех элементарных стадий на поверхности, констант равновесия реакций адсорбции-десорбции и независимых гомогенных реакций.

Подставляя потоки из граничного условия на теле (1.2) в соотношение (1.3), получим систему алгебраических уравнений для определения на поверхности продуктов реакций, величины диффузионного разделения химических элементов и энтальпии

$$Z - Z_e = B L^{2\beta} B^{-1} (A_d W_s \zeta_s + B L^{-1/3} B^{-1} A_w \zeta_e W_e) V \quad (1.4)$$

$$\zeta_e = \varepsilon^{-1/3} \varepsilon_e^{-1}, \quad \zeta_s = \varepsilon^{-2\beta} \varepsilon_s^{-1}, \quad \varepsilon = l/Sc$$

где столбцами матрицы B являются собственные векторы матрицы Π , элементами диагональной матрицы L — собственные числа матрицы Π . Матрицы A_d , A_w являются функциями B , L , $f''(0)$ [9]. При известном составе и энтальпии на поверхности все потоки к телу находятся по формуле

$$J = K (Z - Z_e)$$

$$K = \frac{1}{\beta^\circ} \left(\frac{l}{Sc} \right)^{2\beta} [A_d + B L^{-1/3} B^{-1} A_w (W_e \zeta_e) (W_s \zeta_s)^{-1}]^{-1} B L^{-2\beta} B^{-1} \quad (1.5)$$

Отметим, что K представляет собой матрицу коэффициентов теплообмена в случае многокомпонентного частично ионизованного неравновесного пограничного слоя на поверхности с произвольной каталитической активностью.

2. В случае обтекания передней критической точки затупленного тела пятикомпонентным диссоциированным воздухом, между компонентами которого протекают реакции диссоциации-рекомбинации ($O_2 + M = 2O + M$, $N_2 + M = 2N + M$, $NO + M = N + O + M$; $M = O_2, N_2, NO, O, N$), смесь в диффузионном отношении с хорошей степенью точности можно разбить на две группы: атомы O, N (a) и молекулы O_2, N_2, NO (m) [6]. При этом диффузия не будет бинарной, так как она характеризуется тремя числами Шмидта S_{am}, S_{mm}, S_{aa} , вычисляемыми по соответствующим бинарным коэффициентам диффузии. Необходимые в расчетах собственные числа матрицы Π и ненулевые элементы матрицы B в этом случае будут

$$\lambda_1 = \frac{S_m}{S_{am}}, \lambda_2 = \frac{S_a}{S_{am}}, \lambda_3 = Le = \sigma/Sc, \lambda_4 = 1$$

$$b_{11} = b_{12} = b_{42} = -1; b_{22} = b_{31} = b_{41} = b_{55} = 1; b_{14} = c_i/c_m$$

$$i = 1, 2, 3; b_{44} = (c_1 + c_3/2)/c_m; b_{51} = Q_3 - Q_1 + (h_5 - h_4)/2$$

$$b_{52} = Q_2 - Q_1 + h_5 - h_4, b_{53} = h_4 - h_5, b_{54} = -\frac{A}{c_a c_m}$$

$$A = -c_a(c_o^*h_4 + c_n^*h_5) + c_4h_4 + c_5h_5 + c_a(c_1Q_1 + c_2Q_2 + c_3Q_3)$$

$$S_m = x_a S_{am} + x_m S_{mm}, S_a = x_a S_{aa} + x_m S_{am}, Sc = S_{am}, x_a = x_4 + x_5$$

$$x_m = x_1 + x_2 + x_3, c_a = c_4 + c_5, c_m = c_1 + c_2 + c_3$$

где Le, σ — числа Льюиса и Прандтля, номера с 1 по 5 присвоены соответственно компонентам O_2, N_2, NO, O, N ; $c_i, x_i, c_o^*, c_n^*, Q_i, h_i$ — массовые и молярные концентрации компонент, концентрации химических элементов, теплоты образования продуктов реакций и энтальпии базисных компонент. Заметим, что λ_1 — двукратное собственное число.

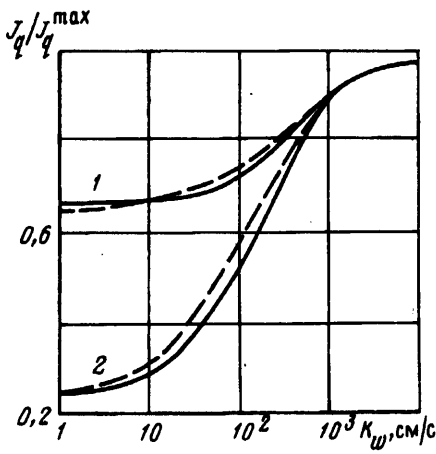
На фиг. 1 представлены величины снижения конвективных тепловых потоков J_q/J_q^{\max} за счет каталитических свойств поверхности в неравновесном (кривая 1) и замороженном (кривая 2) пограничном слоях, полученные с использованием асимптотических формул (1.4), (1.5) в окрестности передней критической точки сферы радиуса $R_0 = 0,5$ м при температуре поверхности $T_w = 700$ К. Здесь J_q, J_q^{\max} — конвективные тепловые потоки соответственно к поверхности с конечной каталитической активностью и к идеально каталитической поверхности. Считалось, что на внешней границе пограничного слоя температура $T_e = 6900$ К, давление $p_e = 0,216$ атм. Предполагалось также, что гетерогенная рекомбинация атомов кислорода и азота идет по первому порядку

$$r_1 = -\rho K_{wO} c_4, r_2 = -\rho K_{wN} c_5, r_3 = 0, K_{wN} = K_{wO} = K_w$$

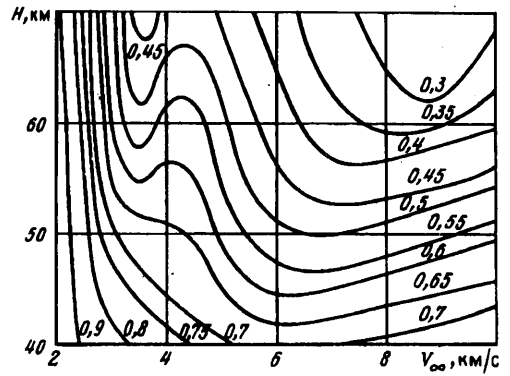
Здесь размерность коэффициентов K_{wO}, K_{wN} — см/с.

Отличие в 3—10% от результатов численных расчетов работы [8] (штриховые кривые на фиг. 1) следует отнести к использованию различных данных по константам скоростей гомогенных реакций и коэффициентам переноса. Сравнение с результатами работ [5—7] по диффузионному разделению смеси показало, что величины c_o^* , полученные в данной работе, различаются не более чем на 2—3%.

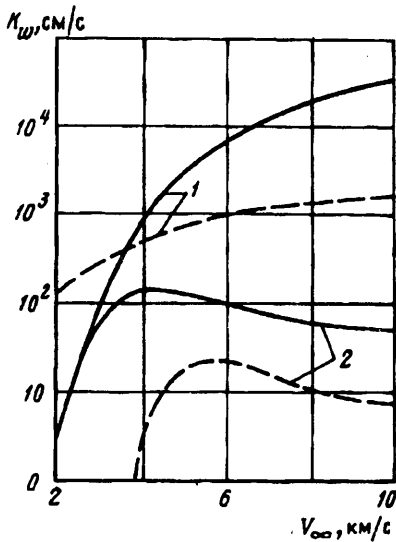
Применение предложенных в настоящей работе асимптотических формул позволило провести исследование теплообмена химически неравновесного многокомпонентного пограничного слоя с каталитической поверхностью в широком диапазоне определяющих параметров задачи. Для различных моделей описания



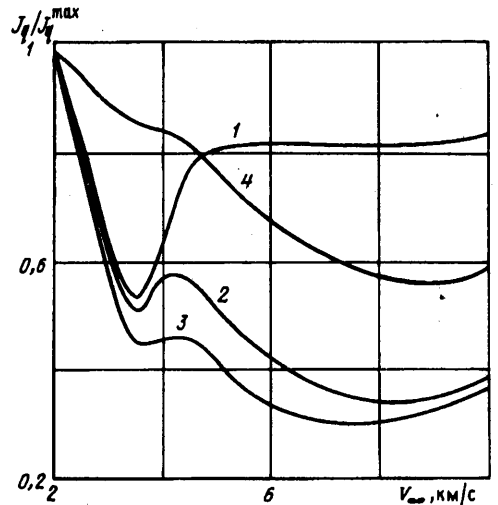
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

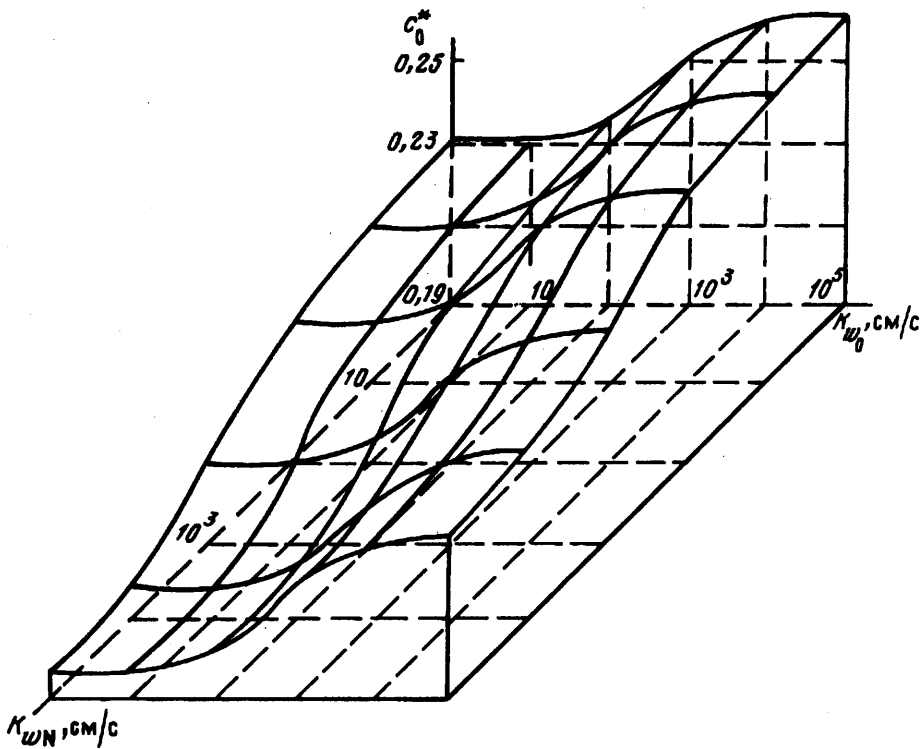


Фиг. 4

каталитических свойств поверхности на плоскости (скорость полета V_∞ , высота полета H) получены изолинии снижения тепловых потоков.

На фиг. 2 представлены изолинии отношений тепловых потоков J_q/J_q^{\max} для поверхности, покрытой реактивно обработанным стекломатериалом с высоким содержанием кремнезема [3]. Числа у кривых соответствуют величине отношения J_q/J_q^{\max} . Поверхность тела предполагалась равновесно излучающей со степенью черноты $\epsilon = 0,8$. Использовалась модель описания каталитических свойств поверхности, полученная на основе детального рассмотрения механизма протекания гетерогенных каталитических реакций [10]. В этом случае эффективные коэффициенты каталитической активности K_{w0} и K_{wN} являются функциями температуры давления и состава.

На фиг. 3 показано поведение K_{w0} (сплошные кривые) и K_{wN} (штриховые кривые) при $H = 50$ км в зависимости от скорости полета. Кривые 1 соответствуют результатам, полученным с использованием для коэффициентов рекомбинации температурных зависимостей [3]. Видно, что коэффициенты каталитической активности в этом случае быстро возрастают с увеличением скорости. Кривые 2 получены с исполь-



Фиг. 5

зованием модели описания каталитических свойств поверхности [10]. Отметим, что зависимость от скорости здесь немонотонна, а величины K_{w0} и K_{wN} согласуются с данными лабораторных экспериментов [11] ($K_w = 1,2$ м/с).

На фиг. 4 представлены величины отношений J_q/J_q^{\max} в окрестности критической точки при полете тела с радиусом затупления $R_0 = 1$ м в зависимости от скорости полета на высоте $H = 60$ км для некоторых моделей описания каталитических свойств поверхности. Кривая 1 на фиг. 4 показывает, что неучет зависимости коэффициентов каталитической активности от давления и состава в [3] приводит к существенному завышению теплового потока для реальных скоростей полета. Удельные тепловые потоки в этом случае составляют 80—85% от соответствующих величин, полученных для идеально каталитической поверхности, что согласуется с результатами численных расчетов [12] (73—88%). Результаты же, полученные с использованием модели описания каталитических свойств поверхности работы [10] (кривая 2), отличаются от результатов, полученных для некаталитической поверхности (кривая 3), не более чем на 20%. Кривая 4 получена при $K_{w0} = 10,4$ м/с, $K_{wN} = 3,14$ м/с [13]. Отметим, что приведенные на фиг. 2, 4 результаты, так же как и расчеты [14, 15], использующие модель работы [10], показали, что величины тепловых потоков хорошо согласуются с данными летных экспериментов [16].

На фиг. 5 приведено изменение концентрации химического элемента кислорода c_0^* на поверхности сферы с $R_0 = 1$ м и $T_w = 3000$ К в зависимости от каталитических свойств поверхности при скорости набегающего потока $V_\infty = 10$ км/с и $H = 60$ км. При этих условиях воздух на внешней границе пограничного слоя почти полностью диссоциирован, а химические реакции внутри пограничного слоя заморожены и диффузионное разделение смеси на идеально каталитической поверхности от-

сутствует [5—7]. Однако, из фиг. 5 видно что в случае существенного различия каталитических свойств поверхности по отношению к рекомбинации атомов кислорода и азота эффект диффузионного разделения имеет место. Для идеально каталитической поверхности диффузионное разделение связано с условиями на внешней границе пограничного слоя и обусловлено большей подвижностью атомов относительно молекул. Так, максимальное накопление кислорода на теле происходит, когда кислород на внешней границе пограничного слоя полностью диссоциирован, а азот еще не начал диссоциировать. В рассматриваемых условиях диффузионное разделение смеси связано с условиями на теле. Например, если K_{O} велико, а $K_{\text{N}} = 0$, то поверхность способствует рекомбинации атомов кислорода и препятствует рекомбинации атомов азота, что и приводит к накоплению химического элемента кислорода на теле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fay J. A., Riddell F. F. Theory of stagnation point transfer in dissociated air//J. Aeronaut Sci. 1958. V. 25. № 2.
2. Goulard R. On catalytic recombination rates in hypersonic stagnation heat transfer//Jet Propulsion. 1958. V. 28. № 11. P. 737—745.
3. Scott C. D. Catalytic recombination of nitrogen and oxygen on high-temperature reusable surface insulation//AIAA Paper. 1980. № 1477. 9 p.
4. Суслов О. Н. Асимптотическое интегрирование уравнений многокомпонентного химически неравновесного пограничного слоя//Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува. М.: Изд-во МГУ, 1979. С. 6—39.
5. Анфимов Н. А. О некоторых эффектах, связанных с многокомпонентным характером газовых смесей//Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1963. № 5. С. 117—123.
6. Тирский Г. А. Определение эффективных коэффициентов диффузии в ламинарном многокомпонентном пограничном слое//Докл. АН СССР. 1964. Т. 155. № 6. С. 1278—1281.
7. Громов В. Г. Химически неравновесный ламинарный пограничный слой в диссоциированном воздухе//Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 2. С. 3—9.
8. Воронкин В. Г., Гераскина Л. К. Неравновесный ламинарный пограничный слой диссоциирующего воздуха на осесимметричных телах//Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 3. С. 144—150.
9. Ковалев В. Л., Суслов О. Н. Эффект диффузионного разделения химических элементов на каталитической поверхности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 4. С. 115—121.
10. Ковалев В. Л., Суслов О. Н. Модель взаимодействия частично ионизованного воздуха с каталитической поверхностью//Исследования по гиперзвуковой аэродинамике и теплообмену с учетом неравновесных химических реакций. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 58—69.
11. Баронец П. Н., Гордеев А. Н., Колесников А. Ф. и др. Отработка теплозащитных материалов орбитального корабля «Буран» на индукционных плазматронах//Гагаринские научные чтения по авиации и космонавтике. 1990, 1991. М.: Наука, 1991. С. 41—52.
12. Scott C. D. Space Shuttle laminar heating with finite rate catalytic recombination//AIAA Paper. 1981. № 1144.
13. Tong H., Morse H. L., Curry D. M. Application of a nonequilibrium viscous — layer computational procedure to the evaluation of space shuttle TPS requirements and material performance//AIAA Paper. 1974. № 757. 7 p.
14. Ковалев В. Л., Крупнов А. А. Многокомпонентный химически реагирующий турбулентный вязкий ударный слой у каталитической поверхности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 2. С. 144—149.
15. Ковалев В. Л. Моделирование процессов диффузии при описании химически неравновесных течений у каталитических поверхностей//Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1995. № 1. С. 86—89.
16. Rakich J. V., Stewart D. A., Lanfranco M. J. Results of a flight experiment on the catalytic efficiency of the «Space Shuttle» heat shield//AIAA Paper. 1982. № 0944. 14 p.